

Модель единого мирового листа (MEML) в 10 измерениях

Юров Д. В.

Препринт

Аннотация

Предлагается формулировка геометрической модели идентичности частиц (MEML) в десятимерном пространстве-времени. Модель основывается на суперсимметричном действии мирового листа (Рамона–Неве–Шварца) с критической размерностью $D = 10$. Компактификация $M_{10} = M_4 \times S^1 \times CP^2 \times \mathbb{R}_w$ даёт наблюдаемое четырёхмерное пространство-время, калибровочную симметрию $U(1) \times PSU(3)$ и механизм генерации масс через вакуумное среднее скалярного поля в некомпактном направлении w . Три поколения возникают из локализации мод на $\mathbb{Z}_3$ -орбифолде CP^2 . Показано, что идентичность частиц является структурным свойством модели: все наблюдаемые экземпляры данного типа соответствуют проекциям одного мирового листа. Спин-статистическая связь и принцип Паули следуют из топологии мирового листа и GSO-проекции. Модель содержит пять свободных параметров $(M_{10}, g_s, \lambda, v, \mu)$ и даёт предсказания для LHC, LISA и экспериментов по проверке принципа эквивалентности. Модель не является законченной теорией; открытые вопросы включают электрослабую симметрию $SU(2)$, глобальную структуру $PSU(3)$ vs $SU(3)$, стабилизацию модулей, нарушение суперсимметрии, твистованные секторы и количественное описание конфайнмента.

Ключевые слова: теория струн, дополнительные измерения, мировой лист, Калуца–Клейн, суперсимметрия, спин-статистика, идентичность частиц, орбифолд, CP^2 , $PSU(3)$, компактификация.

1. Введение

1.1. Проблема идентичности частиц

Стандартная модель физики элементарных частиц (СМ) описывает частицы как точечные объекты, свойства которых (масса, заряд, спин) задаются из эксперимента. Идентичность частиц постулируется: все электроны одинаковы, и это не выводится из более фундаментальных принципов.

В настоящей работе исследуется гипотеза: **идентичность частиц является следствием геометрии дополнительных измерений**. Все экземпляры данного типа соответствуют проекциям одного двумерного мирового листа в десятимерном пространстве-времени.

1.2. Исторический контекст

Идея восходит к работам Калуцы [1] и Клейна [2], где заряд интерпретируется как импульс по компактному измерению. Идея Уилера [3] об одном электроны, многократно пересекающем пространство-время, развивается в топологическом механизме множественности. Теория струн [4, 5] демонстрирует, что мировой лист естественно приводит к спектру частиц и спин-статистической связи. Орбифолдные компактификации [6] дают механизм генерации поколений.

1.3. Цель работы

Сформулировать математически непротиворечивую модель, которая:

1. Использует критическую размерность $D = 10$ (суперструна).
2. Даёт калибровочную симметрию $U(1) \times PSU(3)$ из изометрий компактного пространства.
3. Объясняет три поколения через $\mathbb{Z}_3$ -орбифолд CP^2 .
4. Генерирует массы через вакуумное среднее скалярного поля.
5. Воспроизводит спин-статистическую связь и принцип Паули.
6. Формулирует проверяемые предсказания.

1.4. Статус модели

MEML не является законченной физической теорией. Это спекулятивная игрушечная модель, которая демонстрирует, как фундаментальные свойства частиц могут быть связаны с геометрией. Автор приглашает коллег к критике и сотрудничеству.

2. Фундаментальные принципы

2.1. Десятимерное пространство-время

Пространство-время имеет десять измерений:

$$M_{10} = M_4 \times S^1 \times CP^2 \times \mathbb{R}_w.$$

Разложение координат:

$$X^A = (X^\mu, \varphi, Y^i, w), \quad A = 0, \dots, 9,$$

где:

- $X^\mu = (ct, x, y, z)$, $\mu = 0, \dots, 3$ — наблюдаемое 4D пространство-время;
- $\varphi \in [0, 2\pi)$ — компактная координата S^1 (заряд);
- Y^i , $i = 1, \dots, 4$ — координаты CP^2 (цвет);
- $w \in \mathbb{R}$ — некомпактное десятое измерение (масса).

Размерности: $4 + 1 + 4 + 1 = 10$.

2.2. Мировой лист

Частица описывается двумерным мировым листом $X^A(\tau, \sigma)$, $\tau \in \mathbb{R}$, $\sigma \in [0, 2\pi)$. Параметр τ — монотонное собственное время. Параметр σ — циклический.

Постулат 1 (Единичность). Для каждого типа частицы существует ровно один мировой лист. Все наблюдаемые экземпляры данного типа — проекции этого листа в 4D.

2.3. Суперсимметрия на мировом листе

Введём $N = 1$ суперсимметрию на мировом листе. Каждому бозонному полю X^A соответствует фермионный партнёр ψ^A . Полный центральный заряд:

$$C_{total} = C_{matter} + C_{ghost} = (10 + 10 \cdot 1/2) - 15 = 15 - 15 = 0.$$

Аномалия отсутствует. Критическая размерность $D = 10$ достигается автоматически.

2.4. Симметрии

Полная симметрия 10D: $SO(1, 9)$ (Лоренц) $\times N = 1$ суперсимметрия. Компактификация на $M_4 \times S^1 \times CP^2 \times \mathbb{R}_w$ нарушает 10D лоренц-инвариантность до $SO(1, 3) \times U(1)_{S^1} \times PSU(3)_{CP^2}$.

$U(1)$ — изометрия S^1 (электромагнетизм); $PSU(3) = SU(3)/\mathbb{Z}_3$ — группа изометрий CP^2 с метрикой Фубини–Штуди (сильное взаимодействие). Вакуумное среднее скалярного поля $\langle \Phi(w) \rangle = v$ в направлении w фиксирует массу, но не нарушает лоренц-инвариантность далее. Наблюдаемая 4D-лоренц-инвариантность $SO(1, 3)$ — следствие структуры фона.

3. Действие и квантование

3.1. Действие Рамона–Неве–Шварца

Действие для мирового листа в суперпространстве:

$$S = -(T/2) \int d\tau d\sigma [\sqrt{-h} h^{ab} \partial_a X^A \partial_b X^B \eta_{AB} + i \psi^A \rho^a \partial_a \psi^B \eta_{AB}],$$

где T — натяжение, h_{ab} — метрика мирового листа, ρ^a — двумерные матрицы Дирака, η_{AB} — метрика Минковского в 10D.

3.2. Фиксация калибровки

Фиксируем конформную калибровку $h_{ab} = \eta_{ab}$. Уравнения движения: $\partial_a \partial^a X^A = 0$, $\rho^a \partial_a \psi^A = 0$.

3.3. Граничные условия

Поскольку $\sigma \in [0, 2\pi)$ — периодическая (замкнутая струна), для фермионов возможны два выбора граничных условий независимо для левых (L) и правых (R) мод:

1. Сектор Рамона (R): $\psi^A(\sigma + 2\pi) = +\psi^A(\sigma)$;
2. Сектор Неве–Шварца (NS): $\psi^A(\sigma + 2\pi) = -\psi^A(\sigma)$.

Для замкнутой струны комбинируются левые и правые секторы: NS–NS, R–R, NS–R, R–NS.

3.4. Квантование

Разложение по модам содержит как левые, так и правые моды:

$$X^A(\tau, \sigma) = x^A + (\alpha' p^A/2) \tau + i \sqrt{(\alpha'/2)} \sum_{n \neq 0} [(\alpha_n^A/n) e^{-in(\tau-\sigma)} + (\tilde{\alpha}_n^A/n) e^{-in(\tau+\sigma)}].$$

Фермионные моды: целые n для R, полуцелые $n + 1/2$ для NS. Квантование даёт:

$$[\alpha_m^A, \alpha_n^B] = m \eta^{AB} \delta_{m+n,0}, \quad \{\psi_m^A, \psi_n^B\} = \eta^{AB} \delta_{m+n,0}.$$

3.5. Массовый оператор

Для замкнутой струны:

$$M^2 = (2/\alpha')(N_L + N_R - a_L - a_R),$$

где N_L, N_R — числа левых и правых возбуждений, $a = 0$ для R-сектора, $a = 1/2$ для NS-сектора. Условие уровня: $N_L - a_L = N_R - a_R$.

Спектр:

1. NS–NS: основное состояние $M^2 = -2/\alpha'$ (тахион, устраняется GSO-проекцией). Первое возбуждённое состояние $N_L = N_R = 1/2$, $M^2 = 0$ — безмассовые бозоны (гравитон, дилатон, поле Кальба–Рамонда);
2. R–R: $M^2 = 0$ — безмассовые бозоны;
3. NS–R и R–NS: основное состояние $M^2 = -1/\alpha'$ не удовлетворяет условию level matching и исключается. Первое физическое состояние: $N = 1/2$ с одной стороны, $M^2 = 0$ — безмассовые фермионы (гравитино, дилаино);
4. Высшие возбуждения: $M^2 \sim n/\alpha'$.

3.6. GSO-проекция

Для замкнутой суперструны GSO-проекция применяется независимо к левым и правым модам:

$$P_{GSO} = P_L \cdot P_R = [(1 + (-1)^{F_L})/2] \cdot [(1 + (-1)^{F_R})/2].$$

Это устраняет тахион и обеспечивает пространственно-временную суперсимметрию. Для открытой струны проекция упрощается до $(1 + (-1)^F)/2$.

4. Компактификация

4.1. Разложение $10 = 4 + 6$

Внутреннее пространство: $\mathcal{M}_6 = S^1 \times CP^2 \times \mathbb{R}_w$. Только подпространство $S^1 \times CP^2$ компактно; $\mathbb{R}_w$ параметризует массу, и интегрирование по нему не входит в редукцию действия.

4.2. Метрика

$$ds^2 = g^{(4)}_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + R_\varphi^2 (d\varphi + \kappa A_\mu dx^\mu)^2 + R_{CP^2}^2 d\Omega_{CP^2}^2 + R_w^2 dw^2.$$

4.3. Проблема CP^2 и суперсимметрия

CP^2 не является многообразием Калаби–Яу ($c_1 \neq 0$), поэтому компактификация на CP^2 нарушает $N = 1$ SUSY в 4D. В данной работе принимается подход с нарушением SUSY. Альтернативы (потoki, почти-кэлеровы многообразия) требуют отдельного исследования.

4.4. Редукция действия

10D действие Эйнштейна–Гильберта $S^{(10)} = (1/2\kappa_{10}^2) \int d^{10}X \sqrt{-G} R^{(10)}$ после интегрирования по компактным координатам даёт:

$$S^{(4)} = \int d^4x \sqrt{-g^{(4)}} [R^{(4)}/(16\pi G_4) + 1/4 F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + 1/4 G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} + 1/2 \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - V(\Phi) + \mathcal{L}_{radion}],$$

где $G_4 = G_{10} / \text{Vol}(S^1 \times CP^2)$.

5. Спектр частиц

5.1. Заряд из мод по φ

Компактная координата φ даёт квантованный импульс $p_\varphi = \hbar n / R_\varphi$, $n \in \mathbb{Z}$. Заряд: $q = en$.

5.2. Масса из мод по w

Введём скалярное поле $\Phi(w)$ с периодическим потенциалом:

$$V(\Phi) = (\lambda/4)(\Phi^2 - v^2)^2 + \mu \cos(2\pi k\Phi/v).$$

Потенциал имеет два набора минимумов: k вблизи $\Phi \approx +v$ и k вблизи $\Phi \approx -v$. Для получения ровно шести физических минимумов налагается условие $\Phi > 0$ или $\mathbb{Z}_2$ -симметрия $\Phi \sim -\Phi$ (отождествление минимумов). При $k = 6$:

$$\Phi_j \approx v(1 + (\mu/\lambda v^4) \cos(2\pi j/k)), \quad j = 0, \dots, k-1.$$

Массы: $m_j = g \Phi_j$.

5.3. Цвет из изометрий CP^2

Группа изометрий CP^2 с метрикой Фубини–Штуди — $PSU(3) = SU(3)/\mathbb{Z}_3$. Локально алгебры $psu(3)$ и $su(3)$ совпадают. Калибровочные поля G_μ^a возникают из компонент $g_{\mu i}$ метрики.

Центр $SU(3)$ — $\mathbb{Z}_3$. В фундаментальной репрезентации **3** центр действует как умножение на ω (нетривиально), а в присоединённой **8** — тривиально. Следовательно, **3** не является репрезентацией $PSU(3)$. Возможные решения: переход к накрывающему пространству $SU(3)$, расширение до $SU(3) \times \mathbb{Z}_3$ или альтернативное многообразие с группой изометрий $SU(3)$ (открытый вопрос 10.2, п. 10).

5.4. Спин и статистика

Для замкнутой суперструны спин-статистическая связь определяется сектором:

1. **NS–NS**: пространственно-временные бозоны. Первое возбуждённое состояние: $N_L = N_R = 1/2$, конформные веса $h_L = h_R = 1/2$ (полный вес $h = h_L + h_R = 1$) → спин 0, 1, 2.
2. **R–R**: пространственно-временные бозоны (p -формные потенциалы).
3. **NS–R и R–NS**: пространственно-временные фермионы. Нулевые моды R-сектора образуют алгебру Клиффорда. Спин 1/2.

GSO-проекция оставляет бозоны в NS–NS и R–R и фермионы в NS–R и R–NS.

5.5. Принцип Паули

Антикоммутационные соотношения $\{\psi_m^A, \psi_n^B\} = \eta^{AB} \delta_{m+n,0}$ дают антисимметрию волновой функции. Принцип Паули — следствие, а не постулат.

6. Три поколения из $\mathbb{Z}_3$ -орбифолда CP^2

6.1. Орбифолд $CP^2/\mathbb{Z}_3$

Рассмотрим CP^2 с однородными координатами $(z_1 : z_2 : z_3)$ и действие $\mathbb{Z}_3$: $(z_1 : z_2 : z_3) \rightarrow (z_1 : \omega z_2 : \omega^2 z_3)$, $\omega = e^{2\pi i/3}$. Действие имеет ровно три неподвижные точки: $(1:0:0)$, $(0:1:0)$, $(0:0:1)$.

6.2. Локализация мод

Поля локализуются в неподвижных точках:

$$\Phi_j(w) = v_j \cdot f(w - w_j) \cdot \delta(Y - P_j),$$

где f — профиль локализации, v_j — вакуумное среднее. Массы: $m_j = g v_j$. Три разные массы → три поколения.

6.3. Почему именно три

$\mathbb{Z}_3$ — простейшая дискретная симметрия, дающая ровно три поколения через три неподвижные точки на CP^2 . Другие группы также могут приводить к трём поколениям, но $\mathbb{Z}_3$ минимален по числу элементов.

6.4. Связь со спином

$\mathbb{Z}_3$ -фаза не связана со спином. Спин определяется граничными условиями по σ . Три поколения — дополнительное квантовое число $j = 0, 1, 2$. $\mathbb{Z}_3$ -орбифолд может также использоваться для редукции калибровочной группы; в зависимости от вложения $\mathbb{Z}_3$ в $PSU(3)$, выживающая подгруппа может содержать $SU(2)$ -фактор.

7. Идентичность как структурное свойство

7.1. Формулировка

В MEML идентичность частиц является структурным свойством модели. Все наблюдаемые экземпляры данного типа соответствуют проекциям одного мирового листа. Их квантовые числа определяются:

1. минимумом $V(\Phi)$ — масса;
2. числом n обходов вокруг φ — заряд;
3. граничными условиями по σ — спин и статистика;
4. неподвижной точкой орбифолда $CP^2/\mathbb{Z}_3$ — поколение.

7.2. Открытый вопрос

Строгое доказательство однозначности 4D-проекции не получено. Возможные квантовые поправки, нарушающие единственность, требуют отдельного исследования.

8. Космологические следствия

8.1. 10D FLRW-метрика

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) + R_\phi^2(t) d\phi^2 + R_{CP^2}^2(t) d\Omega_{CP^2}^2 + R_w^2 dw^2.$$

8.2. Уравнения Фридмана

Из 00-компоненты уравнения Эйнштейна для метрики с time-dependent радиусами (см., например, [11]):

$$3H^2 + \frac{1}{2} \sum_i d_i(d_i - 1) (\dot{R}_i/R_i)^2 + 3H \sum_i d_i (\dot{R}_i/R_i) = 8\pi G_D \rho_D.$$

Коэффициенты $d_i(d_i - 1)/2$:

Пространство	d_i	$d_i(d_i - 1)/2$
S^1	1	0

CP^2	4	6
R_w	1	0

В приближении медленного изменения внутренних масштабов перекрёстными членами пренебрегаем. После деления на 3 и редукции к 4D:

$$H^2 = (8\pi G_4/3)(\rho_{mat} + \rho_{rad} + \rho_{KK}) + \Lambda_4/3 - 2(\dot{R}_{CP^2}/R_{CP^2})^2.$$

Одномерные внутренние пространства (S^1 и R_w) не дают вклада, поскольку для одномерного пространства $R_{ij} = 0$.

8.3. Радион как тёмная энергия

При медленном наклоне потенциала стабилизации радион даёт $w_{\text{eff}} = -1 + (2/3)(\dot{R}_w / (HR_w))^2$. При медленном скатывании $w_{\text{eff}} \rightarrow -1$, что согласуется с Planck [10].

8.4. Инфляция

На ранних стадиях радион может играть роль инфлатона. $N_e \sim 60$ при $V_{\text{stab}} \sim M_{10}^4$ и $M_{10} \sim 10^{16}$ ГэВ. $n_s \approx 0,965$, что согласуется с Planck [10].

8.5. Тёмная материя

Наивный сценарий с КК-модой как WIMP при $m \sim 10$ ТэВ даёт $\sigma_{\text{SI}} \sim 10^{-44}$ см², что исключено экспериментами LZ [9] и XENONnT. Требуется либо M_{10} выше, либо иной механизм.

9. Экспериментальные предсказания

9.1. Отклонение от закона Кулона

Потенциал Юкавы $V(r) = (e^2/4\pi r)(1 + \alpha \cdot e^{-r/R_\varphi})$. Существующие ограничения: $R_\varphi < 10^{-18}$ м. Требуется чувствительность к $R_\varphi \sim 10^{-19}$ м.

9.2. Нарушение принципа эквивалентности

В экспериментах MICROSCOPE [8] измеряется разность ускорений составных тел. Эффект возникает из обмена радионом, связывающимся с материей через $1/M_{\text{Pl}}$:

$$\Delta a/a \sim \beta^2 \cdot (M_{10}/M_{\text{Pl}})^2 \cdot (\Delta E_{\text{bind}}/m),$$

где $\Delta E_{\text{bind}}/m$ — относительная разность энергий связи на нуклон, β — безразмерная константа связи радиона с материей. Множитель $(M_{10}/M_{\text{Pl}})^2$ даёт подавление: при $M_{10} \sim 10$ ТэВ и $M_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ ГэВ получаем $\sim 10^{-30}$. Точное значение β требует отдельного расчёта.

9.3. Скалярная поляризация гравитационных волн

Отношение скалярной моды к тензорной:

$$r_s \sim (T/M_{10}^2) \cdot (R_w/R_\varphi)^2.$$

При $T \sim M_{10}^2$ (что требует $g_s \sim (2\pi)^2 \approx 40$ — непертурбативный режим) и $R_w \sim R_\varphi$: $r_s \sim 1$.

При $T \sim (1 \text{ ТэВ})^2$ и $M_{10} \sim 10 \text{ ТэВ}$ (что соответствует $g_s \sim 0,004$ — пертурбативный режим): $r_s \sim 10^{-2}$. LISA может обнаружить $r_s \gtrsim 10^{-3}$.

9.4. Резонансы на LHC

При $M_{10} \sim 10 \text{ ТэВ}$ резонансы КК-мод при $E \sim M_{10}$. Сечение $\sigma \sim 10^{-2}$ фб, ~ 30 событий при HL-LHC. При $M_{10} \sim 100 \text{ ТэВ}$ резонансы недоступны.

9.5. Сводка

Предсказание	Параметр	Статус
Отклонение от Кулона	$R_\varphi \sim 10^{-19} \text{ м}$	Доступно
Принцип эквивалентности	Зависит от β и M_{10}	Требуется уточнения
Скалярная поляризация ГВ	$r_s \sim 10^{-3}$	Порог LISA
КК-резонансы	$M_{10} \sim 10 \text{ ТэВ}$	Порог HL-LHC

10. Ограничения и открытые вопросы

10.1. Свободные параметры

Пять независимых параметров: M_{10} , g_s , λ , ν , μ .

Связь T и M_{10} . В струнной картине $T = 1/(2\pi\alpha') = M_s^2/(2\pi)$, где $M_s = 1/\sqrt{\alpha'}$. Стандартное соотношение [5, гл. 3]: $M_{10}^8 = M_s^8/g_s^2$, откуда $M_s = g_s^{1/4} \cdot M_{10}$, и

$$T = M_s^2/(2\pi) = g_s^{1/2} \cdot M_{10}^2/(2\pi).$$

Таким образом, T не является независимым параметром.

Связь M_{Pl} и M_{10} . После компактификации:

$$M_{Pl}^2 = M_{10}^8 \cdot \text{Vol}(S^1 \times CP^2) \cdot L_w,$$

где $\text{Vol}(S^1 \times CP^2) = (2\pi R_\varphi) \cdot \text{Vol}(CP^2)$, L_w — регуляризатор по $\mathbb{R}_w$. Объём CP^2 с метрикой Фубини–Штуди: $\text{Vol}(CP^2) = \pi^2 R_{CP^2}^4/2$.

Множитель g_s^2 сокращается: $M_{Pl}^2 = M_s^8 \cdot \text{Vol} / g_s^2 = M_{10}^8 \cdot \text{Vol} \cdot L_w$. Предельный переход $L_w \rightarrow \infty$ требует отдельного рассмотрения. Равновесные значения радиусов фиксируются механизмом Гольдбергера–Уайза [7].

10.2. Открытые вопросы

1. **Электрослабая симметрия.** Модель даёт $U(1) \times PSU(3)$, но не содержит $SU(2)$.

2. **Стабилизация модулей.** Выбор равновесных значений не выведен из первых принципов.
3. **Нарушение суперсимметрии.** Механизм передачи в 4D-сектор не построен.
4. **Конфайнмент.** Количественное описание отсутствует.
5. **Тёмная материя.** КК-мода как WIMP исключена.
6. **Три поколения.** Связь с топологией мирового листа требует уточнения.
7. **Множественность копий.** Число $N \sim 10^{80}$ не выведено из первых принципов.
8. **Космологическая постоянная.** Проблема малой Λ не решена.
9. **Экспериментальная проверка.** Большинство эффектов на планковских масштабах недостижимы.
10. **Глобальная структура калибровочной группы.** $PSU(3)$ не допускает фундаментальной репрезентации **3**. Требуется механизм восстановления полной $SU(3)$.
11. **Эйлерова характеристика.** $\chi_{\text{orb}}(CP^2/\mathbb{Z}_3) = 3$ совпадает с числом поколений, но формула $N_{\text{gen}} = |\chi|/2$ применима к 6D-многообразиям Калаби–Яу, а не к 4D CP^2 .
12. **Твистованные секторы.** Их вклад в спектр не рассмотрен.
13. **Замкнутая струна $\rightarrow$ точечная частица.** Механизм редукции не объяснён.
14. **Тип GSO-проекции.** Не указан тип теории (IIA или IIB).
15. **Объединение массовых формул.** 10D-формула и КК-вклад не объединены.

11. Заключение

Предложена формулировка модели MEML в десятимерном пространстве-времени. Модель использует критическую размерность $D = 10$, даёт калибровочную симметрию $U(1) \times PSU(3)$, объясняет три поколения через $\mathbb{Z}_3$ -орбифолд CP^2 , генерирует массы через вакуумное среднее скалярного поля в направлении w , воспроизводит спин-статистическую связь и принцип Паули, формулирует предсказания для LHC, LISA и MICROSCOPE.

Модель не является законченной физической теорией. Она содержит пять свободных параметров, не выводит космологическую постоянную, не описывает количественно конфайнмент, не содержит $SU(2)$, не решает проблему $PSU(3)$ vs $SU(3)$ и требует доработки в части стабилизации модулей, нарушения суперсимметрии и твистованных секторов. Тем не менее, она представляет собой математически непротиворечивую игрушечную модель, которая может служить эвристическим инструментом.

Автор приглашает коллег к критике и сотрудничеству.

Литература

1. Kaluza T. *Zum Unitätsproblem der Physik* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.). 1921. S. 966–972.
2. Klein O. *Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie* // Z. Phys. 1926. Bd. 37. S. 895–906.
3. Wheeler J. A. *Geons* // Phys. Rev. 1955. Vol. 97. P. 511–536.
4. Green M. B., Schwarz J. H., Witten E. *Superstring Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

5. Polchinski J. *String Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
6. Dixon L., Harvey J. A., Vafa C., Witten E. *Strings on Orbifolds* // Nucl. Phys. B. 1985. Vol. 261. P. 678–686.
7. Goldberger W. D., Wise M. B. *Modulus Stabilization with Bulk Fields* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4962–4965.
8. Touboul P. et al. (MICROSCOPE Collaboration). *MICROSCOPE Mission: Final Results* // Phys. Rev. Lett. 2022. Vol. 129. P. 121102.
9. Akerib D. S. et al. (LUX-ZEPLIN Collaboration). *First Dark Matter Search Results* // Phys. Rev. Lett. 2022. Vol. 131. P. 041002.
10. Planck Collaboration. *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters* // Astron. Astrophys. 2020. Vol. 641. P. A6.
11. Overduin J. M., Wesson P. S. *Kaluza–Klein Gravity* // Phys. Rept. 1997. Vol. 283. P. 303–378.

Приложение А. Обозначения

Символ	Значение
X^A	10D-координаты
τ, σ	Параметры мирового листа
w	Некомпактное десятое измерение (масса)
φ	Компактная координата S^1 (заряд)
Y^i	Координаты CP^2 (цвет)
R_φ, R_{CP^2}, R_w	Радиусы
$\mathcal{M}_6$	Внутреннее пространство $S^1 \times CP^2 \times \mathbb{R}_w$
T	Натяжение мирового листа

Φ	Скалярное поле массы
$V(\Phi)$	Потенциал поля массы
n	Квантовое число заряда
j	Поколенческий индекс ($\mathbb{Z}_3$)
d_i	Размерность внутреннего пространства

Приложение В. Размерности

В системе $\hbar = c = 1$: $[T] = \text{масса}^2$, $[M_{10}] = \text{масса}$, $[R] = \text{масса}^{-1}$. Массы в ГэВ, длины в ГэВ⁻¹.

Приложение С. Ключевые формулы

1. Критическая размерность: $D = 10$.
2. Центральный заряд: $c_{\text{total}} = 0$.
3. Квантование заряда: $q = en, p_\varphi = \hbar n / R_\varphi$.
4. Спектр масс: $m_j = g\Phi_j$.
5. Три поколения: три неподвижные точки $\mathbb{Z}_3$ на CP^2 .
6. Спин-статистика: NS–NS и R–R $\rightarrow$ бозоны; NS–R и R–NS $\rightarrow$ фермионы.
7. Массовая формула (замкнутая струна): $M^2 = (2/\alpha')(N_L + N_R - a_L - a_R)$, level matching $N_L - a_L = N_R - a_R$.
8. 4D гравитационная постоянная: $G_4 = G_{10}/\text{Vol}(S^1 \times CP^2)$.
9. Остаточная симметрия: $SO(1,3) \times U(1) \times PSU(3)$.
10. Связь T и M_{10} : $T = g_s^{1/2} \cdot M_{10}^2 / (2\pi)$.
11. Объём CP^2 : $\text{Vol}(CP^2) = \pi^2 R_{CP^2}^4 / 2$.
12. Связь M_{Pl} и M_{10} : $M_{Pl}^2 = M_{10}^8 \cdot \text{Vol}(S^1 \times CP^2) \cdot L_w$.
13. Коэффициент Фридмана: $d_i(d_i - 1)/2$. Для S^1 , $R_w \rightarrow 0$; для $CP^2 \rightarrow 6$.
14. GSO для замкнутой струны: $P_{\text{GSO}} = P_L \cdot P_R$.