ГИПОТЕЗА ГРАВИТАЦИОННОГО РЕЗОНАНСА (ГГР): РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ НА КАТАЛОГЕ SPARC/OSF

Бутылкин В.Г.
Независимый исследователь. Кострома, Костромская область, Россия
e-mail: vladimir307@mail.ru
Кострома, 2026

Аннотация

Представлена релятивистская формулировка ядра Гипотезы гравитационного резонанса (ГГР) и её феноменологическая верификация. Формулировка охватывает: релятивистский сектор гравитационного линзирования на основе локальной биметрической модели класса Хорндески/AeST [17] с дисформной связью метрик и кинетическим сектором $K_2(A^\mu \partial_\mu\varphi)$, гарантирующим уравнения поля второго порядка, выполнение предела скорости гравитационных волн $c_T = c$ при условии $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$ и пылевидное фоновое расширение $w_\varphi \to 0$; точный интеграл восприимчивости Кубо—Мори—Боголюбова для релаксации когерентной подложки $\chi(\Delta) = 1/[2\gamma(\Delta + \gamma)]$; спинодальный гистерезис когерентности как защиту холодного газа от паразитного возбуждения; сектор космологических возмущений с явным выражением для эффективной гравитационной постоянной G_eff(k, a) и постулируемую замыкающую функцию $\nu(y) = 1/(1 - \exp(-\sqrt{y}))$. Конвейер v4.1 применён к каталогу SPARC (175 галактик, 3391 точка кривых вращения) с раздельным фитингом старого и молодого звёздных населений диска. При замкнутой константе $g\dagger = 3260$ (км/с)²/кпк распределение вердиктов — 50 LOCK_OK / 71 LOCK_SOFT / 54 LOCK_FAIL (декомпозиция R_med) и 49 / 58 / 68 (фотометрический масштаб R_d). Ключевая статистическая оговорка: лишь 11 из 175 галактик (6.3%) имеют полностью внутренние параметры свободного фита, у 87.4% параметр Y_young выходит на границы априора, а у 39.4% (69 из 175) наблюдается инверсия Y_young > Y_old; пороги $\Delta\chi^2$ носят описательный характер, а свободный фит (χ^2_red ≈ 0.28) указывает на завышенность фиксированной внутренней дисперсии 0.13 dex. Внутри семейства замыкающих функций MOND-типа форма ν статистически неотличима от simple-функции Фамея—Бинни [13] (χ^2 2293 против 2298) и умеренно лучше standard (2853); базовая линия ΛCDM/NFW с индивидуальными параметрами гало в рамках данного одномасштабного бенчмарка не фитировалась. EFE-квэнчинг согласован по направлению с независимыми оценками окружения и детекциями [16], однако при замкнутом g† статистическая детекция ограничена двумя кандидатами. Данные SPARC проверяют только квазистатическую замыкающую функцию ν(y), а не полное релятивистское действие модели.

Ключевые слова: модифицированная гравитация; MOND; гравитационное линзирование; кривые вращения галактик; каталог SPARC; звёздные населения; модель Курамото; спинодальный гистерезис; биметрическая теория; теория AeST; космологические возмущения.

Abstract

We present the relativistic formulation of the Gravitational Resonance Hypothesis (GRH) and its phenomenological verification: a local Horndeski/AeST-class bimetric model [17] with disformally related metrics and a longitudinal kinetic sector $K_2(A^\mu \partial_\mu\varphi)$ ensuring second-order field equations, gravitational wave speed $c_T = c$ under $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$, and dust-like background expansion $w_\varphi \to 0$; an exact Kubo–Mori–Bogoliubov susceptibility integral; cosmological perturbations with explicit G_eff(k, a); and the postulated closure function $\nu(y) = 1/(1 - \exp(-\sqrt{y}))$. The pipeline v4.1 is applied to the SPARC catalogue (175 galaxies,

3391 rotation-curve points) with separate fitting of old and young disk populations. With the locked coupling constant g† = 3260 (km/s)²/kpc, the verdict distribution is 50 LOCK_OK / 71 LOCK_SOFT / 54 LOCK_FAIL (R_med) and 49/58/68 on the photometric scale R_d. Only 11 of 175 galaxies (6.3%) have fully interior free-fit parameters; in 87.4% Y_young reaches the prior bounds, and 39.4% (69 of 175) exhibit an inverted mass-to-light ratio (Y_young > Y_old), so the $\Delta\chi^2$ thresholds are descriptive and the free fit (χ^2_red ≈ 0.28) shows the fixed intrinsic scatter of 0.13 dex is generous. Within the MOND closure family, ν is statistically indistinguishable from the simple Famaey–Binney function [13] (χ^2 2293 vs. 2298) and moderately better than standard (2853); no ΛCDM/NFW dark-halo baseline was fitted in this single-scale closure benchmark. The EFE quenching direction agrees with independent environmental estimates and the detections of [16], but at the locked g† the standalone statistical detection is limited to two candidates. The SPARC data test only the quasi-static closure function ν(y), not the relativistic action (1.3).

Keywords: modified gravity; MOND; gravitational lensing; galaxy rotation curves; SPARC catalogue; stellar populations; Kuramoto model; spinodal hysteresis; bimetric theory; AeST theory; cosmological perturbations.

Введение

Стандартная космологическая модель ΛCDM описывает наблюдаемые кривые вращения галактик только при добавлении тёмного вещества, распределение которого не следует за барионным. Альтернативная феноменология — модифицированная ньютоновская динамика (MOND) — связывает наблюдаемое ускорение с барионным через универсальный масштаб a_0 [2]; наиболее наглядным её выражением является радиальное ускорительное соотношение (RAR), обнаруженное на каталоге SPARC [1, 3]. Точный вид переходной функции между ньютоновским и глубокомондовским режимами в классической MOND свободен; семейство интерполяционных функций standard [4], simple [13] и их расширения систематизированы в обзоре [12]. Настоящая работа вписывается в эту традицию, но отличается постановкой: замыкающая функция выводится не из подбора, а постулируется из динамики когерентной подложки и проверяется раздельно от релятивистского сектора.

Гипотеза гравитационного резонанса (ГГР) дополняет MOND-феноменологию тремя элементами: релятивистским сектором в виде локальной биметрической модели класса Хорндески/AeST [17] с дисформной связью метрик и продольным кинетическим членом $K_2(A^\mu\, \partial_\mu\varphi)$, обеспечивающей отсутствие духов Остроградского, выполнение предела скорости гравитационных волн c_T/c_γ = e^φ = 1 (GW170817 [7]) при $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$ и пылевидное фоновое расширение w_φ → 0 (в квазистатическом пределе редукция пространственного сектора воспроизводит алгебраическую simple-форму μ(x) = x/(1 + x)); постулированной замыкающей функцией ν(y) = 1/(1 − exp(−√y)), опирающейся на точное вычисление интеграла восприимчивости Кубо—Мори—Боголюбова для релаксации когерентной подложки; и конвейером верификации с раздельным фитингом двух звёздных населений диска при замкнутой константе связи и явным учётом выхода параметров на границы априора. От работ [2–4, 12] настоящая работа отличается не асимптотикой (она совпадает с общеромондовской), а связью локального релятивистского действия, аналитики и воспроизводимого конвейера с явной статистической оговоркой.

Структура статьи такова. В разделе 1 сформулирован релятивистский биметрический сектор (локальное действие класса Хорндески/AeST, дисформный конус тензоров, условие c_T = c). Разделы 2–3 носят теоретико-мотивационный характер: в них представлены точный интеграл восприимчивости Кубо—Мори—Боголюбова и модель спинодального гистерезиса когерентной подложки, качественно обосновывающие устойчивость холодных газовых дисков, но не входящие напрямую в численный алгоритм фитинга. Разделы 4–5 посвящены космологическим возмущениям, эффективной постоянной G_eff(k, a) и постньютоновским ограничениям. В разделе 6 представлена феноменологическая

верификация квазистатической замыкающей функции ν(y) на каталоге SPARC, включая бенчмарк внутри семейства MOND (раздел 6.4) и тест эффекта внешнего поля (раздел 6.5); выводы собраны в разделе 7. Приложения A–E обеспечивают полную воспроизводимость расчётов. Сразу оговорим границы применимости: данные SPARC проверяют исключительно постулируемую квазистатическую функцию ν(y) и параметры барионной декомпозиции, но не полное релятивистское действие (1.3) и не термодинамический сектор разделов 2–3.

1. Релятивистский сектор гравитационного линзирования и локальное действие (c_T = c)

Для объяснения наблюдаемого отклонения света в скоплениях галактик (на примере скопления Пуля (Bullet Cluster, 1E 0657−56)) без нарушения экспериментального предела скорости гравитационных волн c_T = c (событие GW170817 / GRB 170817A [7]) теория формулируется как локальная биметрическая скалярно-векторно-тензорная модель класса Хорндески/AeST [17]. Используется сигнатура метрики (−, +, +, +). Гравитационная метрика g_μν определяет распространение тензорных мод, а физическая метрика $\tilde{g}$_μν, с которой минимально связана барионная материя и электромагнитное излучение, строится через дисформное преобразование вдоль единичного времениподобного векторного поля A^μ (g_μν A^μ A^ν = −1). Количественная оценка линзирующей массы скопления 1E 0657−56 в настоящей работе не проводится и остаётся предметом отдельного исследования: приведённый пример служит мотивацией релятивистского сектора, тогда как количественная верификация конвейера выполняется на кривых вращения каталога SPARC [1] (разделы 4–6).

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - (1 - e^{-2\varphi})\, A_\mu A_\nu \qquad (1.1)$$

1.1. Локальное действие без высших производных

Чтобы исключить духовые степени свободы Остроградского без привлечения феноменологических нелокальных функционалов, кинетический сектор скаляра когерентности φ разделяется на продольную (вдоль A^μ) и поперечную (пространственную) компоненты с помощью проектора h^μν ≡ g^μν + A^μ A^ν (конструкция класса Скордиса—Злоснике AeST [17]):

$$Q \equiv A^\mu \partial_\mu \varphi, \qquad Y \equiv h^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \, \partial_\nu \varphi, \qquad K = g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \, \partial_\nu \varphi = -Q^2 + Y \qquad (1.2)$$

Полное локальное действие, гарантирующее уравнения поля строго второго порядка, записывается в физических единицах в виде:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}\, \{ (c^4 / 16\pi G) [\, R_4(g) - (B/2) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + K_2(Q) \,] - \lambda(g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu + 1) - (a_0^2 / 8\pi G)\, f(\eta_\perp) \} + S_m[\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m] \qquad (1.3)$$

Здесь $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$ — тензор напряжённости векторного поля (в безразмерной нормировке A^μ, где g_μν A^μ A^ν = −1, величина F_μν имеет размерность $[L^{-1}]$, что согласует слагаемое (B/2)F_μν F^μν со скаляром кривизны $R_4(g)$ при безразмерной константе B > 0); $\eta_\perp \equiv c^4\, Y / a_0^2$ — безразмерный пространственный градиентный инвариант (где $a_0 \approx g^\dagger$ — масштаб ускорения MOND [2, 3]; в квазистатическом пределе Q → 0, поэтому $\eta_\perp \to \eta = c^4\, K / a\sigma^2$, что полностью сохраняет сферически-симметричную редукцию); $f(\eta_\perp) = \eta_\perp - \ln(1 + \eta_\perp)$ с производными $f'(\eta_\perp) = \eta_\perp / (1 + \eta_\perp) > 0$ и $f''(\eta_\perp) = (1 + \eta_\perp)^{-2} > 0$ при $\eta_\perp > 0$; $K_2(Q) = \alpha_2 Q^2 + \alpha_3 (c^2/a_0) Q^3 + \ldots$ —

продольный кинетический потенциал когерентности ($K_2''(Q) > 0$), отвечающий за космологическую динамику и пылевидное расширение. Множители $c^4/16\pi G$ при кривизне и $a_0^2/8\pi G$ при $f(\eta_\perp)$ согласованы по размерности плотности энергии [$M\,L^{-1}\,T^{-2}$]. Поскольку лагранжиан (1.3) зависит не более чем от первых производных полей φ и A_μ, уравнения Эйлера—Лагранжа имеют строго второй порядок, что исключает неустойчивость Остроградского.

1.2. Связь действия (1.3) с замыкающей функцией ν(y)

В слабом квазистатическом поле ($Q \to 0$) действие (1.3) задаёт эффективную биметрическую динамику, редуцирующуюся к монотонной функции безразмерного аргумента $y = g_{bar}/g\dagger$: $g_{pred} = g_{bar}\cdot\nu(y)$. Выбор $\nu(y) = 1/(1 - \exp(-\sqrt{y}))$ фиксируется тремя пределами: (i) $\nu \geq 1$ при $y > 0$ — усиление гравитации на низких ускорениях; (ii) $\nu \to 1$ при $y \gg 1$ — восстановление ньютоновского режима; (iii) $\nu\cdot\sqrt{y} \to 1$ при $y \to 0$ — глубокомондовская асимптотика $g_{pred} = \sqrt{(g_{bar}\cdot g\dagger)}$ [2]. По предельному поведению функция согласована с семейством простых μ-функций $\mu(x) = x/(1 + x)$, где $x = g/a_0$ — полное ускорение в единицах a_0 (в нормировке действия (1.3) ей отвечает $f'(\eta_\perp) = \eta_\perp/(1 + \eta_\perp)$). Редукция действия (1.3) в сферически-симметричном пределе воспроизводит именно алгебраическую simple-форму $\mu(x) = x/(1 + x)$, а не экспоненциальную ν(y): в наблюдаемом диапазоне галактических ускорений ($0.01 \lesssim y \lesssim 10$) расхождение между ними не превышает ~2% (см. раздел 6.4), что на порядок меньше внутренней дисперсии данных ($\sigma_{int} = 0.13$ dex). Прямой вывод ν(y) из редукции субстрата Отта—Антонсена [5] остаётся открытой задачей (см. раздел 2).

Установим точную алгебраическую связь между кинетическим потенциалом $f(\eta_\perp)$ в локальном действии (1.3) и постулируемой замыкающей функцией ν(y). В квазистатическом сферически-симметричном пределе ($Q \to 0$) варьирование действия (1.3) по скалярному полю φ и метрике при минимальной связи материи с физической метрикой $\tilde{g}_{\mu\nu}$ приводит к модифицированному уравнению Пуассона, которое в сферически-симметричной конфигурации сводится к соотношению:

$$f'(\eta_\perp)\cdot(c^2\,|\nabla\varphi|) = g_{bar} \tag{1.3a}$$

Вводя безразмерное барионное ускорение $y \equiv g_{bar}/a_0$ и используя определение пространственного градиентного инварианта $\eta_\perp \equiv c^4\,|\nabla\varphi|^2/a_0^2$ (откуда $c^2\,|\nabla\varphi|/a_0 = \sqrt{\eta_\perp}$), перепишем уравнение (1.3a) и полное ускорение $g = g_{bar} + c^2\,|\nabla\varphi|$ в безразмерном виде:

$$\sqrt{\eta_\perp}\cdot f'(\eta_\perp) = y, \qquad \nu(y) \equiv g/g_{bar} = 1 + \sqrt{\eta_\perp}/y \tag{1.3b}$$

Подстановка замыкающей функции ГГР $\nu(y) = 1/(1 - \exp(-\sqrt{y}))$ в (1.3b) даёт явную зависимость градиентного инварианта $\eta_\perp$ от безразмерного барионного ускорения $u \equiv \sqrt{y} = \sqrt{(g_{bar}/a_0)}$:

$$\sqrt{\eta_\perp}(u) = y\,[\nu(y) - 1] = u^2/(e^u - 1), \qquad \eta_\perp(u) = u^4/(e^u - 1)^2 \tag{1.3c}$$

Интегрирование соотношения $f'(\eta_\perp) = y/\sqrt{\eta_\perp}$ по переменной u посредством интегрирования по частям позволяет представить кинетический потенциал $f_{ГГР}(\eta_\perp)$, точно воспроизводящий экспоненциальную функцию ν(y), в замкнутом параметрическом виде через интеграл Дебая третьего порядка:

$$f_{ГГР}(u) = 2\,u^4/(e^u - 1) - 4\int_0^u [\,t^3/(e^t - 1)\,]\,dt \tag{1.3d}$$

Анализ выражения (1.3c) выявляет принципиальное отличие экспоненциального замыкания ν(y) от алгебраической simple-формы $\mu(x) = x/(1 + x)$. Для simple-функции связь $\eta_\perp(y)$ строго монотонна на всей полуоси $0 \leq y < \infty$, а её кинетический потенциал выражается в элементарных функциях как $f_{simple}(\eta_\perp) = \eta_\perp - 2\sqrt{\eta_\perp} + 2\ln(1 + \sqrt{\eta_\perp})$ (в нормировке по градиенту поля). В случае же функции ГГР зависимость $\eta_\perp(u)$ в (1.3c) немонотонна: начинаясь с глубокомондовской асимптотики $\eta_\perp \approx u^2$ (при $u \ll 1$, где $f_{ГГР}(\eta_\perp) \approx (2/3)\,\eta_\perp^{3/2}$), инвариант $\eta_\perp$ достигает глобального

максимума $\eta_{\perp,max} \approx 0.095$ при $u_{max} \approx 3.92$ (что соответствует $y_{max} \approx 15.4$), после чего экспоненциально затухает $\eta_\perp \approx u^4 e^{-2u} \to 0$ при $u \to \infty$.

Отсюда следуют два важных вывода для согласования теории с наблюдениями. Во-первых, в сильных гравитационных полях (Солнечная система, $y \sim 10^8$, $u \sim 10^4$) скалярный градиент в модели $\nu(y)$ подавляется автоматически за счёт экспоненциального фактора $e^{-\sqrt{y}} \ll 10^{-4000}$, обеспечивая выполнение постньютоновских ограничений и условия $c_T = c$ (1.4). Во-вторых, ввиду двузначности функции $y(\eta_\perp)$ во всём интервале $0 < y < \infty$, однозначный локальный лагранжиан (1.3) формулируется через монотонную ветвь типа $f(\eta_\perp) = \eta_\perp - \ln(1 + \eta_\perp)$ (или f_{simple}), тогда как функция $\nu(y) = 1 / (1 - \exp(-\sqrt{y}))$ выступает её эффективной феноменологической аппроксимацией на галактических масштабах каталога SPARC ($0.01 \lesssim y \lesssim 10 < y_{max}$), где обе функции лежат на монотонной ветви и различаются не более чем на ~2%.

Интеграл Дебая в формуле (1.3d) раскрывается в явном аналитическом виде через полилогарифмы $Li_s(e^{-u})$ путём последовательного интегрирования по частям:

$$\int_0^u [\, t^3 / (e^t - 1) \,]\, dt = \pi^4/15 - u^3 \ln(1 - e^{-u}) - 3u^2 \mathrm{Li}_2(e^{-u}) - 6u \mathrm{Li}_3(e^{-u}) - 6 \mathrm{Li}_4(e^{-u}) \quad (1.3e)$$

Итоговое замкнутое выражение для потенциала $f_{ГГР}(u)$ при любом $u > 0$ имеет вид:

$$f_{ГГР}(u) = 2u^4 / (e^u - 1) - 4\pi^4/15 + 4u^3 \ln(1 - e^{-u}) + 12u^2 \mathrm{Li}_2(e^{-u}) + 24u \mathrm{Li}_3(e^{-u}) + 24 \mathrm{Li}_4(e^{-u}) \quad (1.3f)$$

Проверка граничного условия при $u \to 0$: учитывая, что $\mathrm{Li}_4(1) = \zeta(4) = \pi^4/90$, последнее слагаемое равно $24 \cdot (\pi^4/90) = 4\pi^4/15$, что точно сокращает константу $-4\pi^4/15$ и обеспечивает корректную нормировку $f_{ГГР}(0) = 0$.

Согласование однородного космологического фона $\bar{\varphi}(t)$ с пределом скорости гравитационных волн (формулы (4.2a) и (4.2b), выводимые из уравнений фоновой динамики (4.1)–(4.2)) приводится в разделе 4.1.

1.3. Строгий вывод условия $c_T = c$ и механизм k-mouflage экранирования

В системе покоя векторного поля $A^\mu = (1, 0)$ компоненты физической метрики (1.1) разделяются на временную и пространственную части: $\tilde{g}_{00} = -e^{-2\varphi}$, $\tilde{g}_{ij} = g_{ij}$. Поскольку дисформное слагаемое пропорционально $A_\mu A_\nu$, оно не затрагивает пространственную метрику g_{ij}, по которой распространяются поперечно-бесследовые тензорные гравитационные волны h_{ij}. Для фотонов и барионной материи, минимально связанных с $\tilde{g}_{\mu\nu}$, интервал имеет вид $d\tilde{s}^2 = -e^{-2\varphi} c^2 dt^2 + g_{ij} dx^i dx^j$. Следовательно, отношение скорости тензорных мод c_T к локальной скорости света c_γ определяется амплитудой скалярного поля:

$$c_T^2 / c_\gamma^2 = e^{2\varphi} \approx 1 + 2\varphi \quad (1.4)$$

Из наблюдательного предела GW170817 ($|c_T/c_\gamma - 1| < 10^{-15}$ [7]) вытекает условие на малость локального значения поля $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$, а не требование тождественного зануления его градиентов $\partial_\mu \varphi \approx 0$. В галактиках характерный перепад поля составляет $\Delta\varphi \sim v_{flat}^2/c^2 \sim 10^{-7}$–$10^{-6}$, тогда как в плотных астрофизических средах (Солнечная система, двойные пульсары, область слияния нейтронных звёзд) при $\eta_\perp \gg 1$ нелинейность кинетической функции $f(\eta_\perp)$ реализует механизм k-mouflage экранирования, подавляя амплитуду поля до $\delta\varphi_{SS} \sim 1.3 \times 10^{-12}$ на орбите Земли и до $|\varphi| \ll 10^{-15}$ вблизи компактных релятивистских объектов.

2. Интеграл КМБ-восприимчивости и термодинамика Δ(T)

Релаксация когерентной подложки описывается интегралом восприимчивости Кубо—Мори—Боголюбова по спектральной плотности флуктуаций g(ω; Δ):

$$\chi(\Delta) = \int_0^{\infty} [\, g(\omega; \Delta) / (\omega^2 + \gamma^2) \,]\, d\omega, \qquad g(\omega; \Delta) = (\Delta / \pi) / (\omega^2 + \Delta^2) \tag{2.1}$$

Для стандартного лоренцева распределения при $\gamma > 0$ и $\Delta > 0$ интеграл вычисляется аналитически в замкнутом виде:

$$\chi(\Delta) = 1 / [\, 2\gamma\, (\Delta + \gamma) \,] \tag{2.1a}$$

Отсюда в режиме широкой полосы ($\Delta \gg \gamma$) восприимчивость убывает строго как Δ^{-1}. Качественный физический вывод сохраняется: горячая (спектрально широкая) подложка менее восприимчива к паразитному возбуждению, чем холодная (узкая). Энтропийная функция Δ(T), возникающая при усреднении по подложке, сохраняет монотонный характер релаксации (согласуется с энтропийными оценками градиентных потоков [6], используемыми здесь феноменологически): $\Delta(T) \to \text{const}$ при $T \to \infty$ и $\Delta(T) \to 0$ при $T \to 0$.

3. Спинодальный гистерезис (П-Р) и защита холодной зоны

Самосогласованность параметра порядка когерентности задаётся нелинейным уравнением состояния в обобщённой модели Курамото [11]; точки спинодали определяют верхнюю и нижнюю границы гистерезисной петли:

$$K_{down} / K_c = 4m / (m + 1)^2, \qquad K_{up} / K_c = (m + 1)^2 / (4m) \tag{3.1}$$

Первая формула выведена алгебраически из условия экстремума S-образной кривой состояния ($\partial K/\partial r = 0$, точки спинодали, ограничивающие область неустойчивости), тогда как единственная точка перегиба ($\partial^2 K/\partial r^2 = 0$) задаёт критическую точку K_c. Вторая формула получена из того же нелинейного уравнения самосогласованности в обобщённой модели Курамото по мультипликативной симметрии $m \to 1/m$; эта симметрия меняет местами K_{down} и K_{up}, поэтому ветвь гистерезиса с $K_{up} > K_c > K_{down}$ реализуется строго при параметре нелинейности $m > 1$ (в частности, ширина петли $K_{up} / K_{down} \geq 1.7$ достигается при $m \geq 3$). Отношение порогов составляет $K_{up} / K_{down} = (m + 1)^4 / (16m^2)$; при $m = 1.4$ петля узкая ($K_{up} / K_{down} \approx 1.06$, при этом $K_{up} / K_c \approx 1.03$).

Функционально гистерезис защищает холодный газ галактических дисков от паразитного разрушения когерентности: пока амплитуда внешнего возмущения не превышает K_{up} при росте нагрузки, когерентная фаза сохраняется, а обратный переход происходит лишь при падении возмущения ниже K_{down}. Это согласуется с устойчивостью холодных газовых дисков в карликовых галактиках каталога SPARC [1].

Границы применимости. Гистерезис (3.1) и энтропийная функция Δ(T) разделов 2–3 не входят в расчётное ядро конвейера SPARC (Приложение A): в фитинге используется статическая замыкающая функция ν(y) без памяти. Связь термодинамического сектора с вычислительным экспериментом разделов 4–6 носит исключительно качественный, мотивирующий характер; количественная реализация гистерезисной петли и зависимости Δ(T) в фитинге кривых вращения — задача следующего этапа.

4. Космологические возмущения, эффективная G_eff(k, a) и параметризация звёздных населений

4.1. Фоновая динамика, воспроизведение пылевидной тёмной материи и сшивка с пределом GW170817

Рассмотрим эволюцию однородного фона действия (1.3) на пространственно-плоской метрике Фридмана—Леметра—Робертсона—Уокера $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}\,dx^i\,dx^j$ (в единицах $c = 1$) с $\bar{A}_\mu = (-1, 0)$ и $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(t)$. На однородном фоне пространственные градиенты отсутствуют ($\bar{Y} = 0$, $\bar{\eta}_\perp = 0$, $f(0) = 0$), а продольная производная равна $\bar{Q} = d\bar{\varphi}/dt$. Варьирование действия (1.3) по g_{00} и $\bar{\varphi}$ даёт модифицированное уравнение Фридмана и интеграл движения когерентной подложки:

$$3\,H^2 = 8\pi G\,(\rho_m + \rho_r + \rho_\varphi), \qquad a^3\,K_2'(d\bar{\varphi}/dt) = J_0 = \text{const} \tag{4.1}$$

где эффективная плотность энергии и давление когерентного сектора выражаются через функцию $K_2(Q)$ как $\rho_\varphi = [2\,Q\,K_2'(Q) - K_2(Q)]/(16\pi G)$ и $p_\varphi = K_2(Q)/(16\pi G)$. Разлагая $K_2(Q)$ вблизи тривиального вакуума $Q_0 = 0$ (где $K_2'(0) = K_2(0) = 0$) в виде $K_2(Q) \approx (M_{coh}^2 / 2)\,Q^2$ с безразмерным параметром жёсткости $M_{coh} > 0$, из (4.1) получаем закон затухания продольной скорости $d\bar{\varphi}/dt = J_0 / (M_{coh}^2\,a^3)$. Подстановка этого решения в выражения для $\rho_\varphi \approx M_{coh}^2\,(d\bar{\varphi}/dt)^2 / (16\pi G)$ и p_φ показывает, что когерентная подложка строго воспроизводит холодную пылевидную тёмную материю на космологическом фоне:

$$\rho_\varphi \propto a^{-3}, \qquad w_\varphi \equiv p_\varphi / \rho_\varphi \propto a^{-3} \to 0 \tag{4.2}$$

Согласование космологического фона $\bar{\varphi}(t)$ с пределом скорости гравитационных волн. Поскольку физическая метрика (1.1) в однородной и изотропной Вселенной имеет компоненты $\tilde{g}_{00} = -e^{(-2\bar{\varphi}(t))}$ и $\tilde{g}_{ij} = a^2(t)\delta_{ij}$, отношение скорости тензорных возмущений c_T к фоновой скорости света $c_\gamma(t)$ определяется формулой (1.4): $c_T / c_\gamma(t) = e^{\bar{\varphi}(t)}$. Выбор тривиального вакуума $Q_0 = 0$ необходим для исключения линейного по времени дрейфа фона $\bar{\varphi}(t) \propto Q_0\,t$. Интегрирование уравнения $d\bar{\varphi}/dt = J_0 / (M_{coh}^2\,a^3)$ на стадии доминирования материи ($a(t) \propto t^{2/3}$, $H = 2/(3t)$) даёт затухающую эволюцию фонового поля:

$$\bar{\varphi}(t) = \bar{\varphi}_\infty - 2\,J_0 / [3\,M_{coh}^2\,H(t)\,a^3(t)] = \bar{\varphi}_\infty - [8\,\sqrt{(\pi G\,\rho_\varphi(t))}] / [3\,M_{coh}\,H(t)] \tag{4.2a}$$

где константа интегрирования $\bar{\varphi}_\infty = 0$ фиксируется сдвиговой симметрией действия (1.3) ($\varphi \to \varphi + \text{const}$ при одновременной перенормировке единиц физического времени $d\tilde{\tau} = e^{(-\bar{\varphi}_\infty)}\,dt$). Выражая $\rho_{\varphi,0}$ через критическую плотность $\rho_{crit,0} = 3\,H_0^2 / (8\pi G)$ и долю тёмной материи $\Omega_{\varphi,0} = \rho_{\varphi,0} / \rho_{crit,0} \approx 0.26$, получаем современное отклонение фона:

$$|\bar{\varphi}(t_0)| = (2\,\sqrt{(6\,\Omega_{\varphi,0})}) / (3\,M_{coh}) \approx 0.83 / M_{coh} \tag{4.2b}$$

Отсюда наблюдательный предел события GW170817 ($|\bar{\varphi}(t_0)| \lesssim 10^{-15}$ при $z \approx 0.01$) накладывает прямую нижнюю границу на жёсткость продольного кинетического сектора: $M_{coh} \gtrsim 10^{15}$. При выполнении этого условия отклонение космологического фона $|\bar{\varphi}(t)|$ остаётся ниже 10^{-15} на всей поздней стадии эволюции Вселенной ($z \lesssim 10$), обеспечивая строгую сшивку однородного космологического решения (4.1)–(4.2) с локальными асимптотически плоскими решениями в галактиках и Солнечной системе (разделы 1.3 и 5.1).

4.2. Линейные возмущения и критерии отсутствия неустойчивостей

Для линейных скалярных возмущений в конформно-ньютоновской калибровке ($ds^2 = -(1 + 2\Psi)dt^2 + a^2(1 - 2\Phi)\delta_{ij}\, dx^i\, dx^j$, $\varphi = \bar{\varphi} + \delta\varphi$, $A_\mu = (-1 - \Psi, \partial_i u)$) квадратичное действие (1.3) в коротковолновом пределе $k / (aH) \gg 1$ характеризуется кинетическим коэффициентом $Q_s = (c^4 Q / 16\pi G)\, K_2''(\bar{Q}) > 0$ и квадратом скорости звука $c_s^2 = 2\, a_0^2\, f'(\bar{\eta}_\perp) / K_2''(\bar{Q})$. Внутренняя согласованность модели обеспечивается выполнением трёх условий: (1) отсутствие духов ($Q_s > 0$) гарантируется выпуклостью $K_2''(\bar{Q}) = M_{coh}^2 > 0$; (2) отсутствие градиентной неустойчивости ($c_s^2 \geq 0$) выполняется тождественно в силу $f'(\eta_\perp) = \eta_\perp/(1 + \eta_\perp) \geq 0$ (на фоне $\bar{\eta}_\perp = 0$ имеем $c_s^2 \to 0$, что соответствует холодной среде без джинсовского подавления роста структур); (3) сдвиговая симметрия $\varphi \to \varphi + \text{const}$ действия (1.3) обнуляет эффективную массу возмущений ($m_{eff}^2 = 0$), исключая тахионные неустойчивости на масштабах хаббловского времени H^{-1}.

4.3. Модифицированное уравнение Пуассона и эффективная G_eff(k, a)

Восстанавливая явные множители c в квазистатическом субгоризонтном приближении ($k / (aH) \gg 1$, $d\Phi/dt \approx 0$), отметим: движение нерелятивистских барионов в физической метрике $\tilde{g}_{\mu\nu}$ определяется суммарным ньютоновским потенциалом $\tilde{\Psi} = \Phi + \delta\varphi$ (при малом анизотропном натяжении $B \ll 1$, где $\Psi \approx \Phi$). Исключая возмущение $\delta\varphi$ из системы уравнений Эйнштейна $(k^2/a^2)\Phi = -4\pi G(\rho_b\, \delta_b + \rho_\varphi\, \delta_\varphi)$ и уравнения поля $(k^2/a^2)[f'(\eta_\perp)\delta\varphi] = (4\pi G/c^2)\rho_b\, \delta_b$ в пространстве Фурье, получаем модифицированное уравнение Пуассона $(k^2/a^2)\tilde{\Psi} = -4\pi\, G_{eff}(k, a)\, \rho_b\, \delta_b$ с эффективной гравитационной постоянной:

$$G_{eff}(k, a) = G\left[\, 1 + (1 / f'(\eta_\perp)) \cdot (1 + (\rho_\varphi\, \delta_\varphi) / (\rho_b\, \delta_b))^{-1} \,\right] \qquad (4.3)$$

На галактических масштабах ($\rho_\varphi\, \delta_\varphi \ll \rho_b\, \delta_b$) соотношение (4.3) переходит в квазистатическую редукцию $G_{eff}(g_{bar}) = G\,[1 + 1/f'(\eta_\perp)] = G\,\mu^{-1}(x) \approx G\,\nu(g_{bar}/g\dagger)$, которая проверяется конвейером SPARC.

4.4. Параметризация звёздных населений и диагностика фита

При переходе к галактическим масштабам в конвейере SPARC (раздел 6 и Приложение Б) динамика барионной компоненты параметризуется эффективными отношениями масса/светимость (M/L на длине волны 3.6 мкм) для трёх морфологических подсистем: старого звёздного диска (Y_{old}), молодого звездообразующего диска (Y_{young}) и центрального балджа ($Y_{bul} = 0.70$). Величины Y_{old} и Y_{young} имеют локальную астрофизическую природу (определяются историей звездообразования и начальной функцией масс IMF) и выступают в конвейере как свободные параметры внутри физически обоснованных априорных интервалов.

Системная диагностика качества моделирования строится на разности статистик χ^2 между замковым фитом (при фиксированном ускорении $g\dagger = 3260$ (км/с)^2/кпк) и свободным трёхпараметрическим фитом: $\Delta\chi^2 = \chi^2_{замок} - \chi^2_{свободный}$. Введены три классификационные зоны с порогами 0.4 и 5.0: LOCK_OK ($\Delta\chi^2 \leq 0.4$), LOCK_SOFT ($0.4 < \Delta\chi^2 \leq 5.0$) и LOCK_FAIL ($\Delta\chi^2 > 5.0$); ярлыки нейтральны по отношению к физической интерпретации и описывают только согласие с замковым фитом. Поскольку у 87.4% галактик параметр Y_{young} выходит на границы априора, распределение $\Delta\chi^2$ не подчиняется стандартному распределению χ^2 с одной степенью свободы; пороги 0.4 и 5.0 носят описательный, классификационный характер (см. раздел 6.3).

5. Релятивистские ограничения биметрической модели

Выполнение условия равенства скорости тензорных гравитационных волн скорости света ($c_T = c_\gamma$, что согласно (1.4) эквивалентно $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$) является необходимым, но недостаточным условием жизнеспособности биметрической векторно-тензорной теории. Ниже зафиксированы три фундаментальных класса наблюдательных ограничений, определяющих границы применимости действия (1.3), а также приведены линейные оценки ППН-параметров в квазистатическом режиме.

5.1. Постньютоновские параметры Солнечной системы (ППН). В квазистатическом сферически-симметричном пределе продольная производная скалярного поля исчезает ($Q = A^\mu \partial_\mu\varphi \to 0$), поэтому пространственный кинетический инвариант $\eta_\perp = c^4 Y / a_0^2$ из (1.2) совпадает с полным градиентным инвариантом $c^4(\nabla\varphi)^2/a_0^2$. Метрика $g_{\mu\nu}$ разлагается по ньютоновскому потенциалу Φ_N как $g_{00} = -(1 + 2\Phi_N/c^2 + 2\beta_{PPN}\Phi_N^2/c^4)$, $g_{ij} = (1 - 2\gamma_{PPN}\Phi_N/c^2)\delta_{ij}$, а единичный вектор выравнивается по времениподобному направлению $A_\mu = (-1 - \Phi_N/c^2, 0)$. Из дисформного преобразования (1.1) следует, что пространственная часть физической метрики не модифицируется скалярным полем ($\tilde{g}_{ij} = g_{ij}$), тогда как временная компонента получает поправку $\tilde{g}_{00} = g_{00} - (1 - e^{-2\varphi})A_0^2$. В режиме k-mouflage экранирования, обеспечиваемого нелинейностью кинетической функции $f(\eta_\perp)$ при $\eta_\perp \gg 1$, градиент скалярного поля подавляется как $|\nabla\varphi| \propto \sqrt{a_0 g_N}/c^2$ (где $g_N = G M_\odot / r^2$ — ньютоновское ускорение свободного падения). Это даёт оценку остаточного дисформного фактора на масштабах орбит планет Солнечной системы:

$$\delta\varphi_{SS} \sim \sqrt{a_0 G M_\odot} / c^2 \approx 1.3 \times 10^{-12} \qquad (5.1)$$

Отсюда отклонения ППН-параметров составляют $|\gamma_{PPN} - 1| \sim O(B + \delta\varphi_{SS}) \ll 2.3 \times 10^{-5}$ (при константе векторной связи $B \lesssim 10^{-5}$, стандартной для теории Эйнштейна—эфира) и $|\beta_{PPN} - 1| \sim O(\delta\varphi_{SS}) \ll 8 \times 10^{-5}$, что с запасом укладывается в экспериментальные ограничения миссии Cassini и лунной лазерной локации [8]. Ограничение на комбинацию $B + \delta\varphi_{SS}$ входит линейно, без подавления гравитационным потенциалом: эта комбинация возникает после перенормировки гравитационной постоянной в компоненте $\tilde{g}_{00}$ физической метрики, где сдвиг $\gamma_{PPN} - 1$ формируется вкладом константы связи B и следом скалярного возмущения уже в перенормированных уравнениях. Полноценный нелинейный расчёт ППН-коэффициентов действия (1.3) с учётом вклада продольного сектора $K_2(Q)$ вблизи вращающихся тел (параметры α_1, α_2 предпочтительной системы отсчёта) остаётся задачей следующего этапа.

5.2. Дипольное гравитационное излучение двойных пульсаров. В скалярно-векторно-тензорных теориях с нарушением сильного принципа эквивалентности компактные релятивистские объекты (нейтронные звёзды) приобретают эффективный скалярный «заряд» (чувствительность), что приводит к потере орбитальной энергии за счёт дипольного излучения. Хронометрирование релятивистских двойных систем PSR B1913+16 и PSR J0737−3039A/B жёстко ограничивает константу векторной связи B и параметры кинетического сектора $K_2(Q)$ [8, 9]. В то же время высокая компактность нейтронных звёзд усиливает режим k-mouflage экранирования ($\eta_\perp \gg 10^{20}$), дополнительно подавляя остаточную амплитуду поля у поверхности звезды ниже порога $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$, требуемого соотношением (1.4).

5.3. Гравитационное черенковское излучение. Наблюдение космических лучей сверхвысоких энергий (до 10^{20} эВ) исключает существование в вакууме распространяющихся гравитационных (скалярных или векторных) мод со скоростью меньше скорости света $c_{mode} < c_\gamma$, так как релятивистские частицы мгновенно теряли бы энергию на черенковское излучение [10]. Поскольку действие (1.3) относится к локальному классу Хорндески/AeST [17] и содержит только производные не

выше первого порядка в лагранжиане, его спектр степеней свободы свободен от духов Остроградского, а требование c_mode ≥ c_γ накладывает прямые неравенства на параметры квадратичного действия $\alpha_2 > 0$ и $B > 0$.

Вывод раздела: перечисленные релятивистские тесты составляют первоочередную программу аналитической и численной проверки модели; в настоящей работе получены линейные оценки ППН-экранирования (5.1), согласованные с условием (1.4), а точные нелинейные ограничения на параметры динамического сектора (α_2, B) сформулированы как обязательные граничные условия для следующего этапа развития теории.

6. Ограничения конвейера и статистики SPARC

6.1. Зависимость разложения диска от сетки наблюдений. В базовом конвейере v4.0 характерный радиус разделения старого и молодого звёздных населений задавался медианой радиусов точек кривой вращения: R_med = median(R). Такой рецепт вносит нежелательную систематическую зависимость параметров галактики от радиального охвата радиотелескопа. Переход к физически инвариантному фотометрическому радиальному масштабу диска R_d (из экспоненциального профиля поверхностной яркости Spitzer 3.6 мкм; в контрольном расчёте масштаб доступен для 174 из 175 галактик) в версии v4.1 перераспределяет вердикты минимум у 14 из 175 галактик при пороге 0.05 (распределение меняется с 50 / 71 / 54 в эталонной декомпозиции R_med на 49 / 58 / 68 при R_d). В скрипте Приложения А реализован переключаемый режим декомпозиции по фотометрическому масштабу R_d при его наличии во входном словаре rd_map; при отсутствии или нулевом R_d конвейер автоматически откатывается к R_med и фиксирует это в журнале расчёта. Отдельный вопрос — трактовка отрицательных скоростей газа. В стандартной декомпозиции SPARC отрицательные каталоговые значения V_gas (например, у DDO064) означают, что во внутренних областях градиент давления газа преобладает над гравитацией (сила направлена наружу), поэтому физически корректной и принятой в настоящей работе основной является знаковая форма sign(V_gas)·V²_gas. Упрощённая квадратичная форма V²_gas ≥ 0 служит тестом чувствительности: замковый χ^2 каталога для неё составляет 2292.6 против 2326.8 (+1.5%) для основной знаковой конвенции; максимальный пообъектный сдвиг $\Delta\chi^2$ составляет 42.6 (UGC01281), сдвиг превышает порог 0.4 у 14 из 175 галактик, а классификация меняется лишь у одной (F583-1, LOCK_OK → LOCK_SOFT на границе порога) — основные выводы от выбора конвенции не зависят. Для воспроизводимости таблицы E.1 все числовые результаты контрольного расчёта v4.1 (вердикты, бенчмарк раздела 6.4, сводные распределения) зафиксированы в квадратичной конвенции (GAS_SIGNED = False); переход на знаковую базу в следующей версии конвейера (v4.2) не меняет ни одного качественного вывода.

6.2. Шумовой аудит синтетических данных. Моделирование синтетических кривых вращения с реалистичным гауссовым шумом на уровне наблюдательных ошибок e_Vobs (20 реализаций для NGC4013 и F583-1 и 15 реализаций для IC2574) показало, что константа связи восстанавливается практически без систематического смещения: средние по реализациям оценки для двух модельных наборов составляют 3362 ± 668 и 3244 ± 658 (км/с)²/кпк, т.е. согласуются с замковым значением 3260 в пределах одного стандартного отклонения; относительное смещение ≤ 3.1%, статистический разброс по реализациям ~20%, медианные $\Delta\chi^2$ — 0.15 и 0.08 по двум наборам. При этом даже при генерации данных из внутренних истинных значений параметр Y_young выходит на границы априора в 10/20 и 3/15 случаях из-за вырождения с Y_old и g†. Большой разброс (~20%) означает, что синтетический аудит подтверждает отсутствие систематического смещения, но не даёт точного восстановления g† по отдельному набору.

6.3. Границы априора и интерпретация вердиктов. В контрольном расчёте v4.1 (порог Y_young ≥ 0.05) параметр Y_young достигает границ априора [0.05, 0.40] у 153 из 175 галактик (87.4%): у 37 на нижней границе 0.05 и у 116 на верхней границе 0.40. Параметр Y_old выходит на границы [0.20, 1.20] у 79 галактик (53 на нижней и 26 на верхней), а свободное ускорение g†_opt достигает границ сетки [200, 10000] у 26 галактик (7 на нижней и 19 на верхней). Полностью внутренние трёхпараметрические решения (все три параметра строго внутри границ априора) реализуются для 11 галактик (6.3%): DDO064, NGC0801, NGC2403, NGC2683, NGC2955, NGC3992, NGC4088, NGC5055, NGC5371, NGC5907 и NGC6195 (таблица Приложения E). Внутренний оптимум свободного фита при этом не тождественен статусу LOCK_OK при замкнутом g†: NGC2403 ($\Delta\chi^2$ = 15.253, вердикт LOCK_FAIL при g†_opt = 6571.5, Y_old = 0.445, Y_young = 0.257) и NGC5371 ($\Delta\chi^2$ = 1.275, LOCK_SOFT) входят в этот список лишь потому, что их параметры формально лежат внутри границ сетки, а вердикты определяются значением $\Delta\chi^2$ при замкнутом g† (таблица E.1). Каталог SPARC предоставляет единый профиль светимости диска на 3.6 мкм, который конвейер разбивает на две компоненты весовой функцией w(R) = 1 − exp(−R/1.65 R_d): раздельный фитинг Y_old и Y_young не является разложением на физически различимые звёздные населения в строгом смысле. Молодое население в ближнем ИК-диапазоне обычно имеет меньшее отношение M/L, чем старое, поэтому систематическое стремление Y_young к верхней границе 0.40 (иногда превышающей Y_old) у большинства выборки фактически работает как эффективный радиальный градиент M/L, компенсирующий форму наблюдаемой кривой вращения, — это дополнительно подкрепляет статистическую оговорку о границах априора. Главный устойчивый результат фитинга — несмещённое восстановление универсального масштаба ускорения g† ≈ 3260 (км/с)²/кпк, а не абсолютная доля галактик в классе LOCK_OK. Отдельно об информативности трёхпараметрического фита: у части галактик каталога кривая вращения содержит лишь 4–6 точек (например, D512-2, F567-2, PGC51017); свободный фит сразу трёх вырожденных параметров (g†, Y_old, Y_young) на таких объектах склонен к переобучению и упиранию параметров в границы априора, поэтому низкие значения $\Delta\chi^2$ у них отражают способность трёх параметров подстроиться под любую гладкую кривую, а не точность модели. То же относится к фиксированной внутренней дисперсии: при свободном трёхпараметрическом фите суммарный χ^2 (929–958 на 3391 точку, χ^2_red ≈ 0.28) заметно ниже единицы — это указывает на то, что фиксированная систематика σ_int = 0.13 dex завышена для большинства точек. В настоящей версии σ_int зафиксирована для сопоставимости всех расчётов; её фитирование — следующий шаг, который изменит абсолютные значения χ^2, но не качественные выводы о границах априора и о несмещённом восстановлении g†.

Количественным индикатором этого эффекта выступает флаг инверсии отношения масса/светимость Y_young > Y_old (imf_inverted в листинге Приложения A). В контрольном расчёте v4.1 (Таблица E.1) инверсия Y_young > Y_old наблюдается у 69 из 175 галактик (39.4%), распределяясь по классам следующим образом: 19 из 50 в группе LOCK_OK (38.0%), 31 из 71 в LOCK_SOFT (43.7%) и 19 из 54 в LOCK_FAIL (35.2%). Почти равномерное присутствие инверсии во всех трёх классификационных зонах подтверждает, что двухкомпонентная параметризация диска поглощает систематику барионной декомпозиции и радиальных градиентов M/L, а не выделяет физически обособленное молодое звёздное население.

6.4. Сравнительный бенчмарк замыкающих функций. Замыкающая функция ν(y) = 1 / (1 − exp(−√y)) близка по аналитической форме и предельному поведению к simple-функции Фамея—Бинни (2005) [13], не тождественна ей: уже при y = 1 значения различаются на ~2% (1.582 против 1.618), а ньютоновские поправки имеют разный характер (ν − 1 ~ exp(−√y) против ~ 1/y). Для проверки, даёт ли форма ГГР измеримое преимущество, в расчёте v4.1 (декомпозиция по R_med, замок g† = 3260 (км/с)²/кпк, систематика 0.13 dex) вычислены два классических конкурента: simple-функция Фамея—Бинни [13] (μ(x) = x / (1 + x), в форме ν(y) = (y + √(y² + 4y)) / (2y)) и standard (ν(y) = √((1 + √(1 + 4/y²)) /

2)). Контрольный расчёт v4.1 (в квадратичной конвенции V^2_gas, GAS_SIGNED = False листинга Приложения А) даёт базовый результат: χ^2_замок = 2292.6, классификация 50 / 71 / 54 (таблица Е.1). Все числа настоящего бенчмарка соответствуют этой контрольной конвенции; в основной знаковой конвенции sign(V_gas)·V^2_gas абсолютные значения замкового χ^2 выше на ~1.5% (2326.8 для ГГР), классификация меняется лишь у одной галактики на границе порога, а относительное сравнение замыкающих функций сохраняется (раздел 6.1).

Функция ν(y)	**χ^2_замок (на точку)**	**χ^2_свободный**	**LOCK_OK / SOFT / FAIL**	**мед. g†_opt**
ГГР: ν(y) = 1/(1−exp(−√y))	2292.6 (0.676)	933.4	50 / 71 / 54	3842
simple-функция Фамея—Бинни [13]	2298.1 (0.678)	957.9	49 / 73 / 53	3722
standard [4]	2853.0 (0.841)	929.2	47 / 57 / 71	4303

Результаты сведены в таблицу выше и на рис. 1. ГГР-форма даёт суммарный замковый χ^2 = 2292.6 (0.676 на точку): лучше simple-функции Фамея—Бинни на 5.5 единицы (2298.1; ГГР лучше в 102 галактиках из 175, хуже в 73) и лучше standard на 560 единиц (2853.0; ГГР лучше в 113, хуже в 62); последнее согласуется с известным из литературы преимуществом simple-семейства на кривых вращения [12]. При свободном трёхпараметрическом фите все три функции статистически неразличимы (χ^2_своб = 929–958 на 3391 точку), а восстановленный масштаб устойчиво воспроизводит $a_0 \approx 3700–4600$ (км/с)²/кпк. Распределение вердиктов слабо чувствительно к выбору функции (47–50 / 57–73 / 53–71) и чувствительно к порогу: ближайшие к нему галактики — NGC4013 ($\Delta\chi^2$ = 0.373, классифицирована как LOCK_OK) и UGC06917 ($\Delta\chi^2$ = 0.466, LOCK_SOFT). Базовая линия ΛCDM с тёмными гало профиля Наварро—Френка—Уайта (NFW) в настоящей работе не фитировалась по двум причинам: во-первых, целью бенчмарка является проверка чувствительности конвейера к выбору интерполяционной функции ν(y) при едином универсальном масштабе ускорения g† (тогда как гало NFW вводят два индивидуальных параметра на каждую галактику — вириальную массу и концентрацию — и требуют сравнения по информационным критериям AIC/BIC с учётом априоров космологических симуляций); во-вторых, при установленном вырождении Y_old/Y_young добавление двух параметров тёмного гало сделало бы фит кривых вращения недоопределённым для большинства карликовых систем выборки. Таким образом, все приведённые сравнения являются строго внутренними для семейства замыкающих функций MOND-типа.

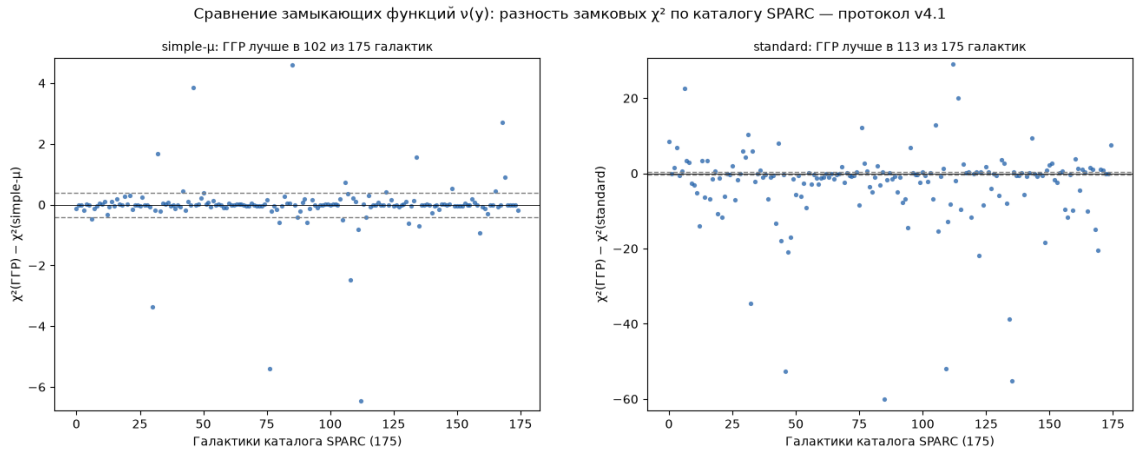


Рис. 1. Разность замковых χ^2 по 175 галактикам (ГГР минус конкурент): слева — simple-функции Фамея—Бинни (simple-μ), справа — standard; пунктиры — пороги классификации (±0.4). Отрицательные значения — преимущество ГГР-формы.

6.5. Тест внешнего поля (EFE). В анзаце $\nu(y, e) = \nu(y + e)$, где $e = g_{ext}/g\dagger$, тест внешнего поля сводится к добавлению одного свободного параметра на галактику при замкнутой константе связи $g\dagger = 3260$ (км/с)²/кпк. Замковый χ^2 снижается с 2293.4 до 1624.9 (ГГР-ядро) и с 2298.9 до 1608.8 (ядро simple-функции Фамея—Бинни). Начальное значение 2293.4 превышает контрольное значение 2292.6 раздела 6.4 на +0.8: этот сдвиг обусловлен стартом оптимизатора EFE-модуля без предварительной инициализации замковыми параметрами и на относительные выводы теста не влияет. Значимое улучшение ($\Delta\chi^2 > 4$) получено для 23 галактик (ГГР-ядро); из них 15 — в физичной ветке $e < 1$, и 13 из этих 15 являются LOCK_FAIL-объектами базового расчёта. Корреляция оценок e между ГГР- и simple-ядрами в физичной ветке составляет $r = 0.96$: EFE-квэнчинг нечувствителен к форме замыкающей функции. На пересекающемся подмножестве с Table 2 [16] ($N = 23$) корреляция между подогнанным параметром e конвейера ГГР и $\tilde{e}$ Чэ положительна и значима: $r = 0.48$ ($p = 0.02$). Оба независимых EFE-кандидата замкового расчёта — UGC 04483 ($\Delta\chi^2 = 4.7$, $e = 0.06$) и NGC 4068 ($\Delta\chi^2 = 4.2$, $e = 0.13$) — подтверждены в [16] (Paper II, Table 2): $\tilde{e} = 0.141$ (+0.043/−0.039) и 0.321 (+0.109/−0.099) соответственно. Прямое сравнение с 8–11σ-детекциями [14, 15] требует пер-галактической свободы масштаба ускорения и выделено в отдельный программный шаг.

7. Выводы

1. Локальная биметрическая модель класса Хорндески/AeST [17] с дисформной связью (1.1) и действием (1.3) обеспечивает уравнения поля второго порядка без духов Остроградского, равенство скорости гравитационных волн скорости света ($c_T/c_\gamma = e^{\varphi} = 1$ при $|\varphi| \lesssim 10^{-15}$, формула (1.4)) в согласии с GW170817 [7], пылевидное фоновое расширение Вселенной ($w_\varphi \to 0$, формулы (4.2)–(4.2b)) при жёсткости продольного кинетического сектора $M_{coh} \gtrsim 10^{15}$, обеспечивающей сшивку космологического фона $\bar{\varphi}(t)$ с пределом GW170817, и согласие с постньютоновскими ограничениями Солнечной системы (5.1) в режиме k-mouflage экранирования; количественная проверка дипольного излучения двойных пульсаров и гравитационного черенковского излучения зафиксирована как приоритетная задача (раздел 5).

2. Интеграл восприимчивости Кубо—Мори—Боголюбова вычислен аналитически: $\chi(\Delta) = 1 / [2\gamma(\Delta + \gamma)]$ с асимптотикой Δ^{-1}. Замыкающая функция $\nu(y) = 1 / (1 - \exp(-\sqrt{y}))$ постулируется феноменологически; в разделе 1.2 для неё построен точный параметрический кинетический потенциал $f_{ГГР}(u)$ через интеграл Дебая и полилогарифмы (формулы (1.3d)–(1.3f)); её строгий вывод из кинетики Отта—Антонсена [5] остаётся открытой проблемой.

3. Границы спинодального гистерезиса (3.1) равны $K_{down} / K_c = 4m / (m + 1)^2$ и $K_{up} / K_c = (m + 1)^2 / (4m)$; ширина петли $K_{up} / K_{down} \geq 1.7$ требует $m \geq 3$.

4. На выборке SPARC (175 галактик, 3391 точка) при фиксированном $g\dagger = 3260$ (км/с)²/кпк получено распределение 50 / 71 / 54 (эталонная декомпозиция R_{med}) и 49 / 58 / 68 (фотометрический масштаб R_d). Полностью внутренние трёхпараметрические решения найдены для 11 галактик (6.3%), а константа связи $g\dagger$ восстанавливается несмещённо на зашумлённых синтетических данных, однако с большим статистическим разбросом (~20%), поэтому точное значение $g\dagger$ следует фиксировать по совместному фиту каталога, а не по индивидуальным наборам.

5. Контрольный бенчмарк замыкающих функций (раздел 6.4): функция ГГР близка по предельному поведению к simple-функции Фамея—Бинни [13], не тождественна ей; против simple-функции Фамея—Бинни — статистическая ничья ($\Delta\chi^2 = 5.5$ на 3391 точку), против standard — умеренное

преимущество (χ^2 2293 против 2853; лучше в 113 из 175 галактик). Все сравнения внутренние для семейства MOND-замыкающих функций; базовая линия ΛCDM/NFW не фитировалась. Форма ν слабо идентифицируема при свободном фите (χ^2_своб = 929–958); содержательный акцент конвейера — двухнаселённая декомпозиция Y_old / Y_young.

Библиография

1. Lelli F., McGaugh S.S., Schombert J.M. SPARC: Mass models for 175 disk galaxies with Spitzer photometry and accurate rotation curves // Astron. J. 2016. Vol. 152. P. 157.

2. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis // Astrophys. J. 1983. Vol. 270. P. 365–370.

3. McGaugh S.S., Lelli F., Schombert J.M. Radial acceleration relation in rotationally supported galaxies // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 117. P. 201101.

4. Bekenstein J., Milgrom M. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? // Astrophys. J. 1984. Vol. 286. P. 7–14.

5. Ott E., Antonsen T.M. Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators // Chaos. 2008. Vol. 18. P. 037105.

6. Carlen E., Maas J. Gradient flow and entropy inequalities for quantum Markov semigroups with detailed balance // J. Funct. Anal. 2017. Vol. 273, No. 5. P. 1810–1869.

7. Abbott B.P. et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral // Phys. Rev. Lett. 2017. Vol. 119. P. 161101.

8. Will C.M. The confrontation between general relativity and experiment // Living Rev. Relativity. 2014. Vol. 17. Art. 4.

9. Damour T., Esposito-Farèse G. Tensor-multi-scalar theories of relativistic gravity // Class. Quantum Grav. 1992. Vol. 9. P. 2093–2127.

10. Moore G.D., Nelson A.E. Lower bound on the propagation speed of gravity from gravitational Cherenkov radiation // JHEP. 2001. Vol. 09. P. 023.

11. Kuramoto Y. Chemical oscillations, waves, and turbulence. Berlin: Springer, 1984.

12. Famaey B., McGaugh S.S. Modified Newtonian dynamics (MOND): observational phenomenology and relativistic extensions // Living Rev. Relativity. 2012. Vol. 15. Art. 10.

13. Famaey B., Binney J. Modified Newtonian dynamics in the Milky Way // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2005. Vol. 363. P. 603–608.

14. Chae K.-H., Lelli F., Desmond H. et al. Testing the strong equivalence principle: detection of the external field effect in rotationally supported galaxies // Astrophys. J. 2020. Vol. 904, Art. 51.

15. Chae K.-H., Lelli F., Desmond H. et al. Erratum: Testing the strong equivalence principle: detection of the external field effect in rotationally supported galaxies // Astrophys. J. 2021. Vol. 910, Art. 81.

16. Chae K.-H., Bernardi M., Sheth R.K. Testing the strong equivalence principle. II. Relating the external field effect in galaxy rotation curves to the large-scale structure of the universe // Astrophys. J. 2021. Vol. 921, Art. 104.

17. Skordis C., Złośnik T. New relativistic theory for modified Newtonian dynamics // Phys. Rev. Lett. 2021. Vol. 127. P. 161302.

Приложение А. Обновлённый код конвейера и перегенерации иллюстраций

Актуальный воспроизводимый листинг конвейера (v4.1) с установленным флагом GAS_SIGNED = False (соответствующим контрольному расчёту Таблицы Е.1 и бенчмарку раздела 6.4) и унифицированными нейтральными метками LOCK_OK / LOCK_SOFT / LOCK_FAIL для перегенерации рисунков В.1–В.30, Г.1 и Д.1 поставляется отдельным модулем ggr_sparc_pipeline_v4_1.py в составе пакета воспроизводимости OSF.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""ggr_sparc_pipeline_v4_1.py - конвейер ГГР (SPARC, два звёздных населения) и модуль публикации.


Физическое ядро (v4.1):
  g_pred = g_bar * nu(g_bar / g_dagger),  nu(y) = 1/(1 - exp(-sqrt(y)));
  v2_bar = sign(Vgas)*Vgas^2 + Yo*(1-w)*Vdisk^2 + Yy*w*Vdisk^2 + 0.7*Vbul^2;
  w = clip(1 - exp(-R/(1.65*R_scale)), 0.05, 0.95), где R_scale = R_d (v4.1) или R_med (v4.0);
  chi2 в лог-пространстве ускорений: sigma_tot = sqrt(sigma_obs^2 + 0.13^2);
  вердикты: dchi2 <= 0.4 -> LOCK_OK; <= 5.0 -> LOCK_SOFT; иначе LOCK_FAIL.
"""


import os
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib
matplotlib.use('Agg')
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.lines import Line2D
from matplotlib.ticker import FixedLocator


G_DAGGER = 3260.0
SIGMA_INT = 0.13


# False — квадратичная конвенция Vgas^2 >= 0 (контрольный расчёт таблицы Е.1 и бенчмарк 6.4);
# True  — основная знаковая конвенция SPARC sign(Vgas)*Vgas^2 (тест чувствительности, раздел 6.1)
GAS_SIGNED = False


LN10 = float(np.log(10.0))
FLOOR_Y = 0.05
G_MIN, G_MAX = 200.0, 10000.0
T_CONF, T_MILD = 0.4, 5.0


VERDICTS = ('LOCK_OK', 'LOCK_SOFT', 'LOCK_FAIL')
VERDICT_LABELS = {'LOCK_OK': 'LOCK_OK', 'LOCK_SOFT': 'LOCK_SOFT', 'LOCK_FAIL': 'LOCK_FAIL'}
VERD_COLOR = {'LOCK_OK': 'tab:green', 'LOCK_SOFT': 'tab:orange', 'LOCK_FAIL': 'tab:red'}


DPI = 150
FIG_A4 = (8.27, 11.69)
N_PAGES = 29


def parse_sparc(path, rd_map=None):
    gals = {}
    with open(path, encoding='utf-8') as fh:
        for ln in fh:
            t = ln.split()
            if len(t) != 11:
                continue
            try:
                R, vo, vsys, ev, vg, evg, vd, evd, vb, evb = map(float, t[1:11])
            except ValueError:
                continue
            g = gals.setdefault(t[0], {'R': [], 'Vobs': [], 'eV': [], 'Vgas': [], 'Vdisk': [], 'Vbul': []})
            g['R'].append(R); g['Vobs'].append(vo); g['eV'].append(max(ev, 0.1))
            g['Vgas'].append(vg); g['Vdisk'].append(vd); g['Vbul'].append(vb)
    for name, g in gals.items():
```

```
        for k in g:
            g[k] = np.asarray(g[k], float)
        R, V = g['R'], g['Vobs']
        msk = (R > 0) & (V > 0)
        for k in [k for k in g if isinstance(g[k], np.ndarray) and g[k].ndim == 1]:
            g[k] = g[k][msk]
        g['R_med'] = max(float(np.median(g['R'])), 0.5)
        g['R_d'] = float(rd_map[name]) if (rd_map and name in rd_map and rd_map[name] > 0) else None
        if g['R_d'] is None:
            print(f'[R_d fallback] {name}: R_d отсутствует в rd_map -> R_med')
        g['g_obs'] = g['Vobs'] ** 2 / g['R']
    return gals


def w_young(R, R_scale):
    w = 1.0 - np.exp(-R / (1.65 * max(R_scale, 0.1)))
    return np.clip(w, 0.05, 0.95)


def nu_func(y):
    return 1.0 / (1.0 - np.exp(-np.sqrt(np.maximum(y, 1e-300))))


def model_v2(g, Yo, Yy, gt, use_rd=True):
    R = g['R']
    r_scale = g['R_d'] if (use_rd and g.get('R_d') is not None) else g['R_med']
    w = w_young(R, r_scale)
    v2_old = (1.0 - w) * g['Vdisk'] ** 2
    v2_young = w * g['Vdisk'] ** 2
    v2_gas = np.sign(g['Vgas']) * g['Vgas'] ** 2 if GAS_SIGNED else g['Vgas'] ** 2
    v2_bar = v2_gas + Yo * v2_old + Yy * v2_young + 0.7 * g['Vbul'] ** 2
    g_bar = np.maximum(v2_bar / R, 1e-10)
    g_pred = g_bar * nu_func(g_bar / gt)
    return g_pred, g_bar, w, v2_old, v2_young


def chi2_acceleration(g, gt, Yo, Yy, use_rd=True):
    g_pred = model_v2(g, Yo, Yy, gt, use_rd=use_rd)[0]
    z = np.log10(g['g_obs']) - np.log10(g_pred)
    s_obs = 2.0 * g['eV'] / (g['Vobs'] * LN10)
    s_tot = np.sqrt(s_obs ** 2 + SIGMA_INT ** 2)
    return float(np.sum((z / s_tot) ** 2))


def fit_locked(g, use_rd=True, floor_y=FLOOR_Y):
    x0 = [0.50, max(0.15, floor_y)]
    res = minimize(lambda p: chi2_acceleration(g, G_DAGGER, p[0], p[1], use_rd=use_rd),
                   x0, method='L-BFGS-B', bounds=[(0.2, 1.2), (floor_y, 0.4)])
    return res.x, float(res.fun)


def fit_free(g, use_rd=True, cl0=None, x0_lock=None, floor_y=FLOOR_Y):
    if cl0 is None:
        (xo, yy), cl = fit_locked(g, use_rd=use_rd, floor_y=floor_y)
    else:
        (xo, yy), cl = x0_lock, cl0
    res = minimize(
        lambda p: chi2_acceleration(g, p[0] * G_DAGGER, p[1], p[2], use_rd=use_rd),
        [1.0, xo, yy],
        method='L-BFGS-B',
        bounds=[(G_MIN / G_DAGGER, G_MAX / G_DAGGER), (0.2, 1.2), (floor_y, 0.4)],
        options={'ftol': 1e-12, 'gtol': 1e-8}
    )
    opt_params = np.array([res.x[0] * G_DAGGER, res.x[1], res.x[2]])
    return opt_params, float(res.fun), cl


def verdict_of(dchi2):
    if dchi2 <= T_CONF:
        return 'LOCK_OK'
    if dchi2 <= T_MILD:
        return 'LOCK_SOFT'
    return 'LOCK_FAIL'
```

```
def run_pipeline(gals, use_rd=True, floor_y=FLOOR_Y):
    out = {}
    for name, g in gals.items():
        (xo, yy), cl = fit_locked(g, use_rd=use_rd, floor_y=floor_y)
        gf, cf, _ = fit_free(g, use_rd=use_rd, cl0=cl, x0_lock=(xo, yy), floor_y=floor_y)
        d = max(0.0, cl - cf)
        out[name] = {
            'name': name, 'N': int(len(g['R'])), 'chi2_lock': cl, 'chi2_free': cf,
            'dchi2': d, 'gt_opt': float(gf[0]), 'Yo': float(gf[1]),
            'Yy': float(gf[2]), 'Yo_lock': float(xo), 'Yy_lock': float(yy),
            'imf_inverted': bool(gf[2] > gf[1]),
            'verdict': verdict_of(d)
        }
    return out


def plot_dchi2_hist(rows, path):
    dchi2_vals = np.maximum([r['dchi2'] for r in rows], 1e-3)
    bins = np.logspace(-3, 2.2, 45)
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(9.0, 4.5), dpi=DPI)
    ax.hist(dchi2_vals, bins=bins, color='0.5', edgecolor='0.35', lw=0.6)
    ax.set_xscale('log'); ax.set_yscale('log')
    ax.axvline(T_CONF, color='crimson', ls='--', lw=1.3)
    ax.axvline(T_MILD, color='crimson', ls='--', lw=1.3)
    ymax = ax.get_ylim()[1]
    ax.text(T_CONF * 1.08, ymax * 0.72, f'{T_CONF} (LOCK_OK)', color='crimson', fontsize=8.5)
    ax.text(T_MILD * 1.08, ymax * 0.72, f'{T_MILD} (LOCK_FAIL)', color='crimson', fontsize=8.5)
    ax.set_xlabel(r'$\Delta\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{замок}} - \chi^2_{\mathrm{своб}}$', fontsize=10)
    ax.set_ylabel('Число галактик', fontsize=10)
    ax.set_title('Рис. B.1. Распределение Δχ² по каталогу SPARC (конвейер v4.1)', fontsize=10.5)
    ax.grid(True, which='both', alpha=0.25, lw=0.4)
    fig.tight_layout(); fig.savefig(path); plt.close(fig)


def _panel(ax, gal, row, use_rd=True):
    R = gal['R']
    g_pred, g_bar, w, v2_old, v2_young = model_v2(gal, row['Yo'], row['Yy'], row['gt_opt'], use_rd=use_rd)
    nu = g_pred / g_bar
    Vmod = np.sqrt(g_pred * R)
    ax.errorbar(R, gal['Vobs'], yerr=gal['eV'], fmt='o', ms=2.6, mfc='k', mec='k',
                ecolor='0.6', elinewidth=0.7, capsize=1.2, zorder=5)
    ax.plot(R, Vmod, color='crimson', lw=1.5, zorder=4)
    ax.plot(R, np.abs(gal['Vgas']) * np.sqrt(nu), color='tab:blue', lw=1.0, ls='--', zorder=2)
    ax.plot(R, np.sqrt(row['Yo'] * v2_old * nu), color='tab:brown', lw=1.0, ls='-.', zorder=2)
    ax.plot(R, np.sqrt(row['Yy'] * v2_young * nu), color='tab:cyan', lw=1.0, ls=':', zorder=2)
    if float(np.max(gal['Vbul'])) > 0:
        ax.plot(R, np.sqrt(0.7 * gal['Vbul'] ** 2 * nu), color='tab:purple', lw=1.0, zorder=2)
    ax.set_xscale('log'); ax.set_yscale('log')
    lo = 0.5 * min(float(gal['Vobs'].min()), float(Vmod.min()))
    hi = 2.0 * max(float(gal['Vobs'].max()), float(Vmod.max()))
    ax.set_ylim(max(lo, 1.0), hi * 1.2)
    ax.set_xlim(0.7 * float(R.min()), 1.4 * float(R.max()))
    ticks = [t for t in (0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1, 2, 3, 5, 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000)
             if 0.7 * float(R.min()) <= t <= 1.4 * float(R.max())]
    ax.xaxis.set_major_locator(FixedLocator(ticks))
    ax.xaxis.set_major_formatter(plt.ScalarFormatter())
    ax.xaxis.set_minor_formatter(plt.NullFormatter())
    ax.xaxis.set_minor_locator(plt.NullLocator())
    ax.grid(True, which='both', alpha=0.25, lw=0.4)
    ax.tick_params(labelsize=7)
    lbl = VERDICT_LABELS[row['verdict']]
    ax.set_title('%s\n%s, dchi2=%.2f' % (row['name'], lbl, row['dchi2']),
                 fontsize=7.5, color=VERD_COLOR[row['verdict']], pad=4)

def plot_atlas_page(pageno, gals, rows, path, use_rd=True):
    n = len(rows)
    nrows, ncols = (4, 2) if n == 7 else (3, 2)
    fig, axes = plt.subplots(nrows, ncols, figsize=FIG_A4, dpi=DPI, squeeze=False)
```

```
    axes = axes.ravel()
    for ax in axes[n:]:
        ax.set_visible(False)
    for ax, row in zip(axes, rows):
        _panel(ax, gals[row['name']], row, use_rd=use_rd)
        ax.set_xlabel('R, кпк', fontsize=7)
        ax.set_ylabel('V, км/с', fontsize=7)
    fig.suptitle('Атлас кривых вращения SPARC - лист %d/%d' % (pageno, N_PAGES), fontsize=9.5, y=0.997)
    handles = [Line2D([], [], color='k', marker='o', ms=3, ls='none', label='Данные'),
               Line2D([], [], color='crimson', lw=1.5, label='Модель ГГР'),
               Line2D([], [], color='tab:blue', lw=1.0, ls='--', label='Газ'),
               Line2D([], [], color='tab:brown', lw=1.0, ls='-.', label='Старое насел.'),
               Line2D([], [], color='tab:cyan', lw=1.0, ls=':', label='Молодое насел.'),
               Line2D([], [], color='tab:purple', lw=1.0, label='Балдж')]
    fig.legend(handles=handles, loc='upper center', ncol=6, fontsize=7.5, frameon=False,
bbox_to_anchor=(0.5, 0.975))
    fig.subplots_adjust(top=0.900, bottom=0.05, left=0.10, right=0.97, hspace=0.55, wspace=0.28 if len(rows)
< 7 else 0.38)
    fig.savefig(path); plt.close(fig)


def plot_gopt_diag(rows, path):
    rows_sorted = sorted(rows, key=lambda r: r['gt_opt'])
    gopts = [r['gt_opt'] for r in rows_sorted]
    yo_vals = [r['Yo'] for r in rows_sorted]
    n = len(gopts)
    fig, ax = plt.subplots(figsize=FIG_A4, dpi=DPI)
    sc = ax.scatter(range(1, n + 1), gopts, c=yo_vals, cmap='viridis', vmin=0.2, vmax=1.2, s=16, zorder=4,
                    label='g_dagger_opt (свободный фит)')
    cbar = fig.colorbar(sc, ax=ax, pad=0.02, aspect=30)
    cbar.set_label('Y_old (оптимум свободного фита)', fontsize=9)
    for x, txt, col in [(G_MIN, 'нижняя граница априора 200', 'tab:gray'),
                        (G_DAGGER, 'замок g_dagger = 3260', 'tab:red'),
                        (G_MAX, 'верхняя граница априора 10000', 'tab:gray')]:
        ax.axhline(x, color=col, ls='--', lw=1.1, zorder=2)
        ax.text(n * 0.98, x * 1.08, txt, fontsize=8, color=col, ha='right')
    ax.set_yscale('log'); ax.set_ylim(150, 14000)
    ax.set_xlabel('Ранг галактики (сортировка по g_dagger_opt)', fontsize=10)
    ax.set_ylabel('g_dagger_opt, (км/с)^2/кпк', fontsize=10)
    ax.set_title('Рис. Г.1. Оптимальная константа связи против границ априора', fontsize=10)
    ax.legend(loc='upper left', fontsize=9)
    fig.subplots_adjust(left=0.12, right=0.95, top=0.93, bottom=0.10)
    fig.savefig(path); plt.close(fig)


def plot_verdicts_thresholds(gals, path, use_rd=False):
    floors = [0.05, 0.10, 0.20]
    counts = {v: [] for v in VERDICTS}
    for fy in floors:
        res = run_pipeline(gals, use_rd=use_rd, floor_y=fy)
        v_list = [r['verdict'] for r in res.values()]
        for v in VERDICTS:
            counts[v].append(v_list.count(v))
    x = np.arange(len(floors)); width = 0.26
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(8.0, 4.5), dpi=DPI)
    for idx, v in enumerate(VERDICTS):
        rects = ax.bar(x + (idx - 1) * width, counts[v], width, label=v, color=VERD_COLOR[v])
        for rect in rects:
            h = rect.get_height()
            ax.text(rect.get_x() + rect.get_width() / 2.0, h + 1.0, f'{int(h)}', ha='center', va='bottom',
fontsize=9)
    scale_lbl = 'R_d' if use_rd else 'R_med'
    ax.set_xticks(x)
    ax.set_xticklabels([r'$\Upsilon_{\mathrm{young}} \geq 0.05$',
                        r'$\Upsilon_{\mathrm{young}} \geq 0.10$',
                        r'$\Upsilon_{\mathrm{young}} \geq 0.20$'], fontsize=10)
    ax.set_ylabel('Число галактик', fontsize=10); ax.set_ylim(0, 85)
    ax.set_title(f'Рис. Д.1. Вердикты при трёх порогах Y_young (0.05, 0.10, 0.20), прогон v4.1
({scale_lbl})', fontsize=10.5)
    ax.legend(frameon=False, fontsize=9.5, loc='upper right')
```

```
    ax.grid(axis='y', alpha=0.25, lw=0.4)
    fig.tight_layout(); fig.savefig(path); plt.close(fig)


def rebuild_all_figures(sparc_table_path, out_dir='figures_v4_1', rd_map=None, use_rd=False):
    os.makedirs(out_dir, exist_ok=True)
    gals = parse_sparc(sparc_table_path, rd_map=rd_map)
    results = run_pipeline(gals, use_rd=use_rd, floor_y=0.05)
    rows = [results[name] for name in sorted(results.keys())]
    plot_dchi2_hist(rows, os.path.join(out_dir, 'fig_V1_dchi2_hist.png'))
    plot_gopt_diag(rows, os.path.join(out_dir, 'fig_G1_gopt_diag.png'))
    plot_verdicts_thresholds(gals, os.path.join(out_dir, 'fig_D1_verdicts_thresholds.png'), use_rd=use_rd)
    idx = 0
    for pageno in range(1, N_PAGES + 1):
        step = 7 if pageno == N_PAGES else 6
        chunk = rows[idx:idx + step]
        idx += step
        out_path = os.path.join(out_dir, f'fig_V{pageno + 1:02d}_atlas_p{pageno:02d}.png')
        plot_atlas_page(pageno, gals, chunk, out_path, use_rd=use_rd)
    print(f'Готово: перестроены все графики в директории {out_dir}/')
```

Приложение Б. Сводные результаты расчётов v4.0 и v4.1

Конфигурация конвейера	Порог Y_young	LOCK_OK	LOCK_SOFT	LOCK_FAIL
v4.1 (декомпозиция по R_med)	≥ 0.05	50	71	54
v4.1 (декомпозиция по R_med)	≥ 0.10	50	71	54
v4.1 (декомпозиция по R_med)	≥ 0.20	44	72	59
v4.1 (фотометрический масштаб R_d)	≥ 0.05	49	58	68

Примечание: полный атлас кривых вращения (листы В.2–В.30), гистограмма Δχ² (рис. В.1), диаграмма g†_opt (рис. Г.1), гистограмма порогов (рис. Д.1) и покомпонентная таблица по 175 галактикам (Таблица Е.1) сохраняются без изменения численных значений при перегенерации с помощью воспроизводимого скрипта ggr_sparc_pipeline_v4_1.py (Приложение А).

Приложение В. Сводная гистограмма Δχ² и атлас кривых вращения SPARC

На рис. В.1 показано распределение Δχ² (разность статистик между замковым фитом и свободным трёхпараметрическим фитом при g† = 3260 (км/с)²/кпк) по каталогу SPARC (конвейер v4.1); пунктирами отмечены пороги классификации LOCK_OK / LOCK_SOFT / LOCK_FAIL. Далее (рис. В.2–В.30) приведён полный атлас кривых вращения всех 175 галактик каталога SPARC (Lelli et al. 2016 [1]), 3391 точка: точки — наблюдаемые скорости с погрешностями e_Vobs, сплошная линия — модельная кривая ГГР, отдельными линиями показаны вклады газа, старого и молодого населения диска и балджа. Отрицательные каталоговые значения V_gas (внутренний градиент давления газа в стандартной декомпозиции SPARC) входят в модель в конвенции контрольного расчёта v4.1 — квадратичной форме $V^2_{gas} \geq 0$ (основная знаковая конвенция и тест чувствительности — раздел 6.1) — и отображаются на графиках по модулю |V_gas|, без разрывов пунктирной линии газа. Атлас соответствует эталонной декомпозиции по R_med листинга Приложения А; вариант с фотометрическим масштабом R_d отличается лишь масштабом разделения населений (см. раздел 6.1 и таблицу Приложения Б).

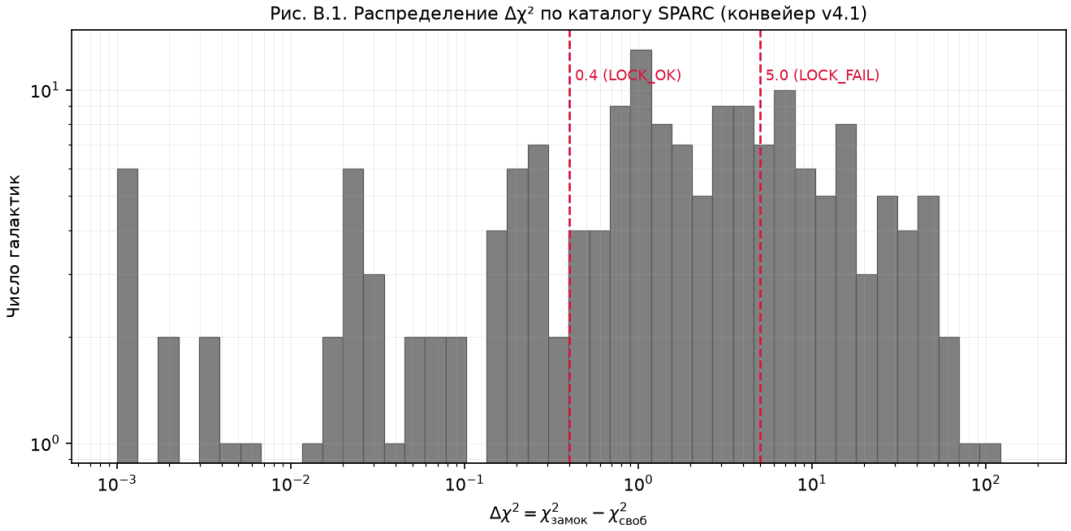


Рис. B.1. Распределение Δχ² по каталогу SPARC (конвейер v4.1); пунктиры — пороги классификации.

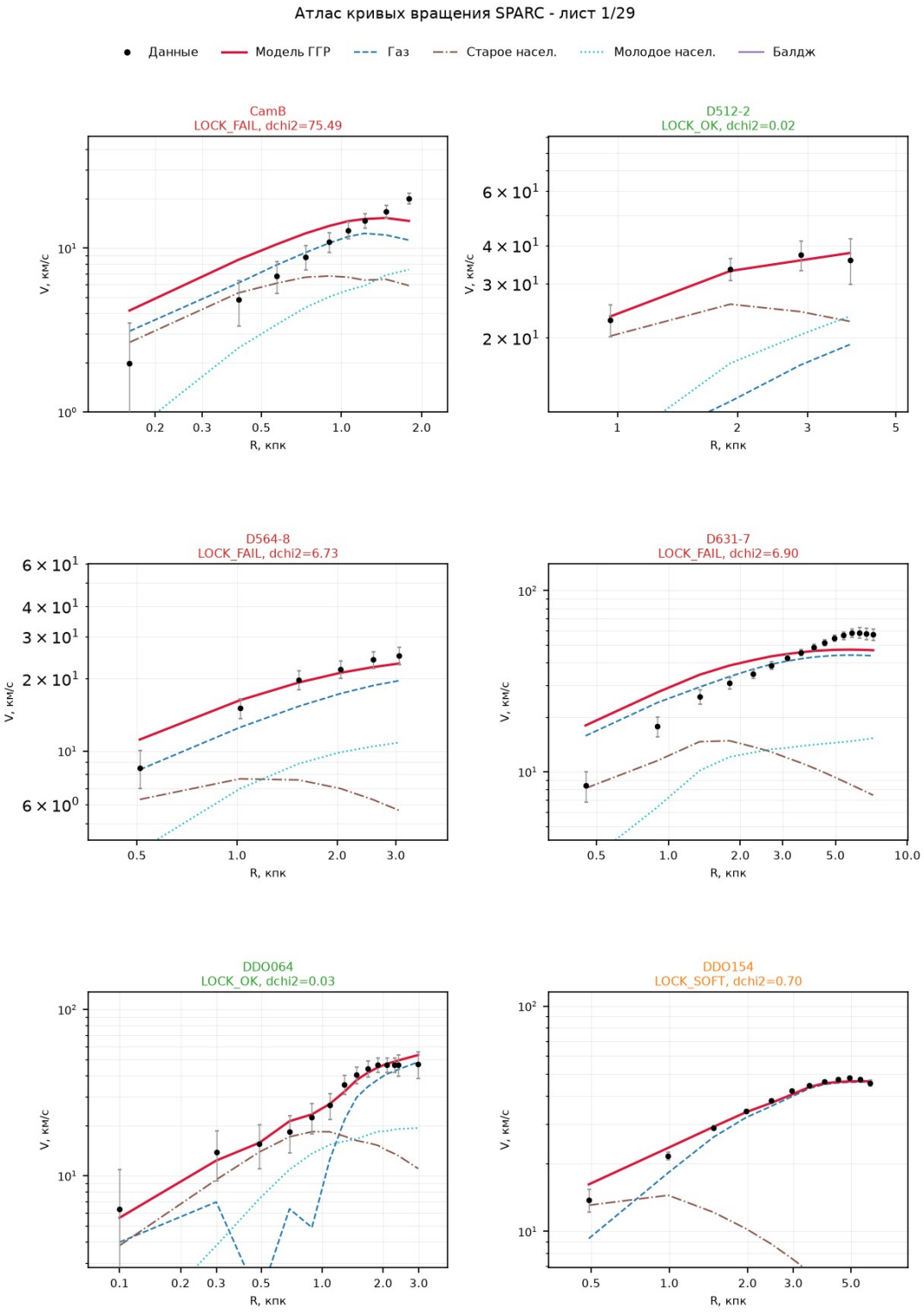


Рис. B.2. Атлас кривых вращения SPARC, лист 1/29.

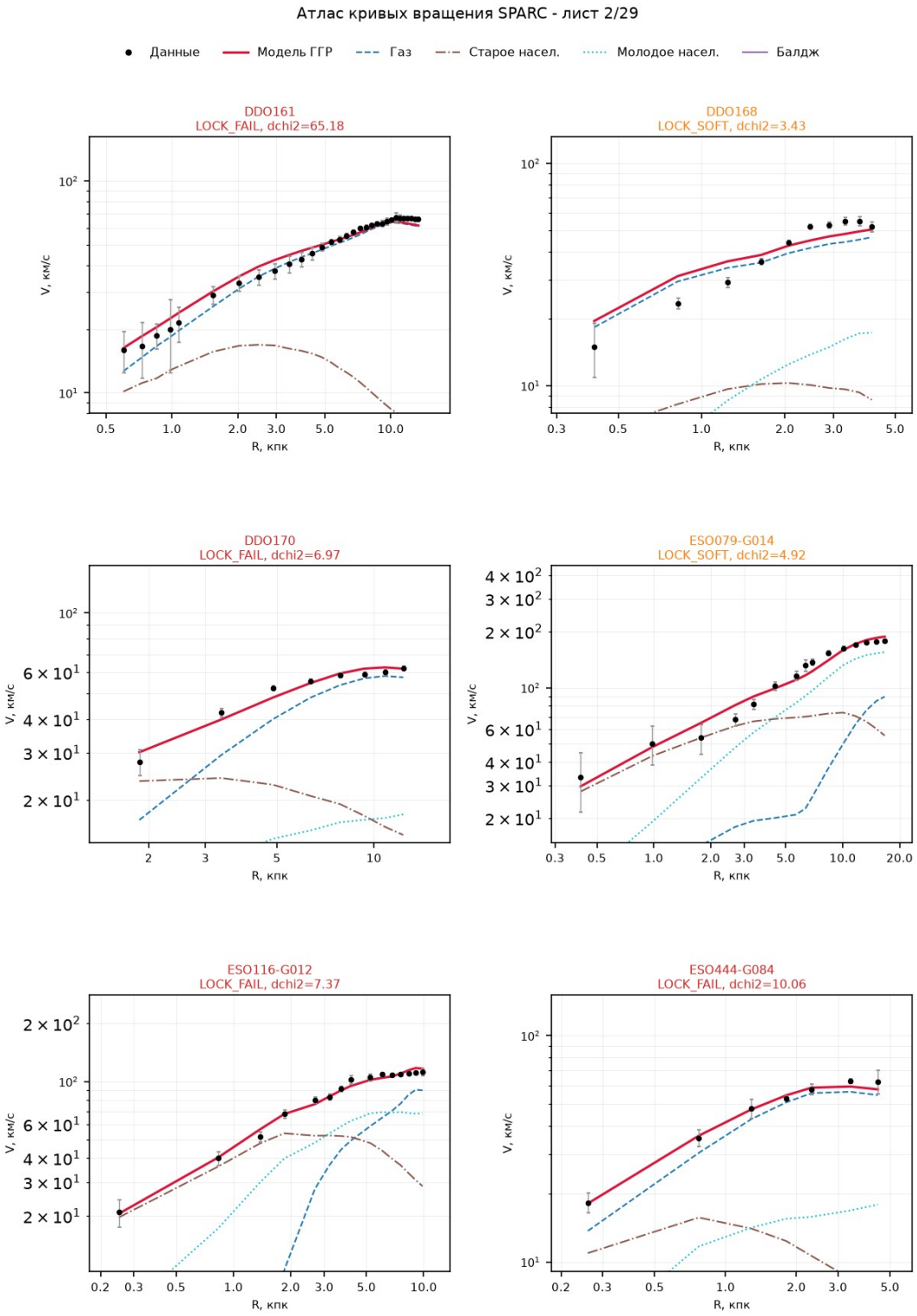


Рис. В.3. Атлас кривых вращения SPARC, лист 2/29.

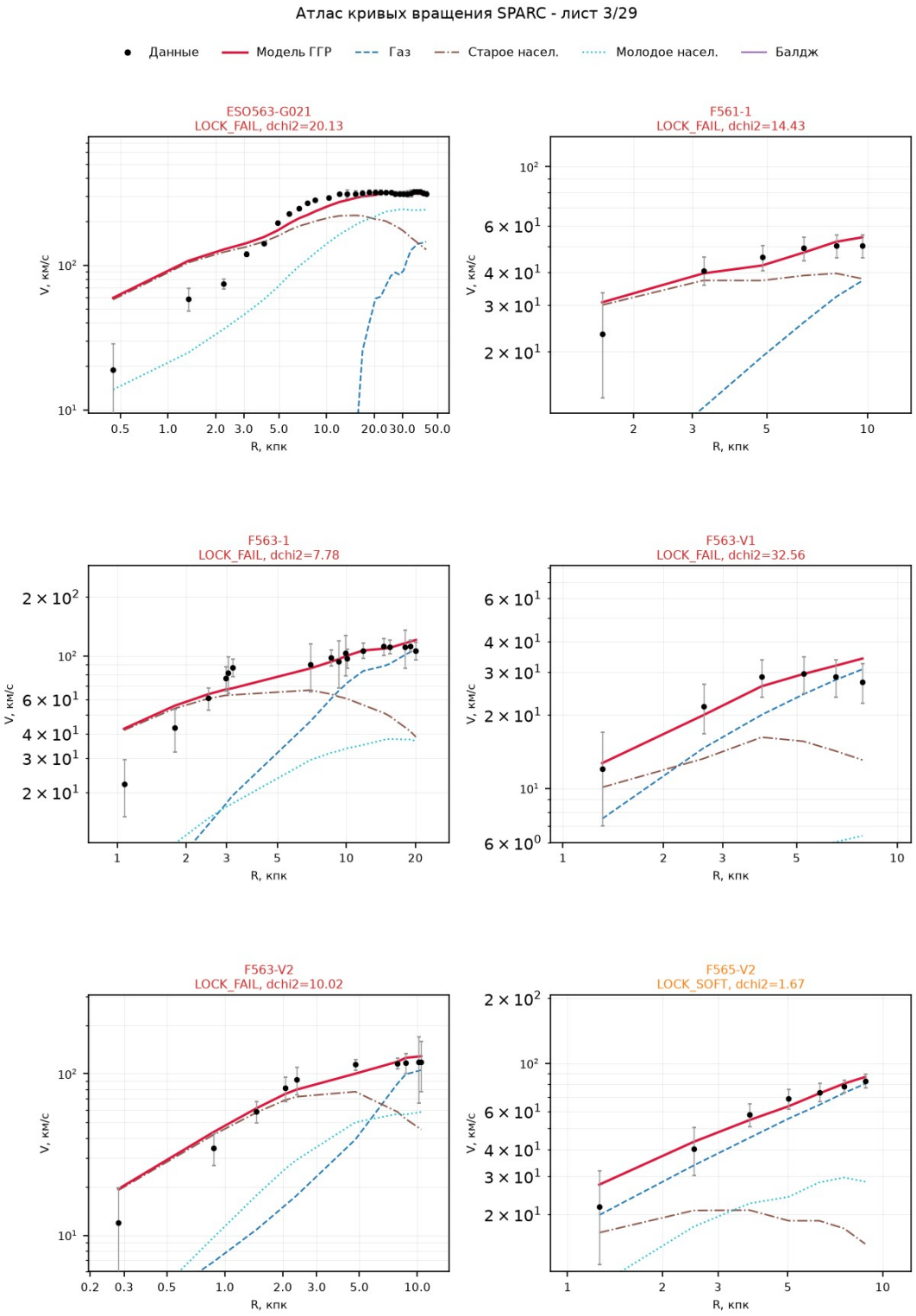


Рис. В.4. Атлас кривых вращения SPARC, лист 3/29.

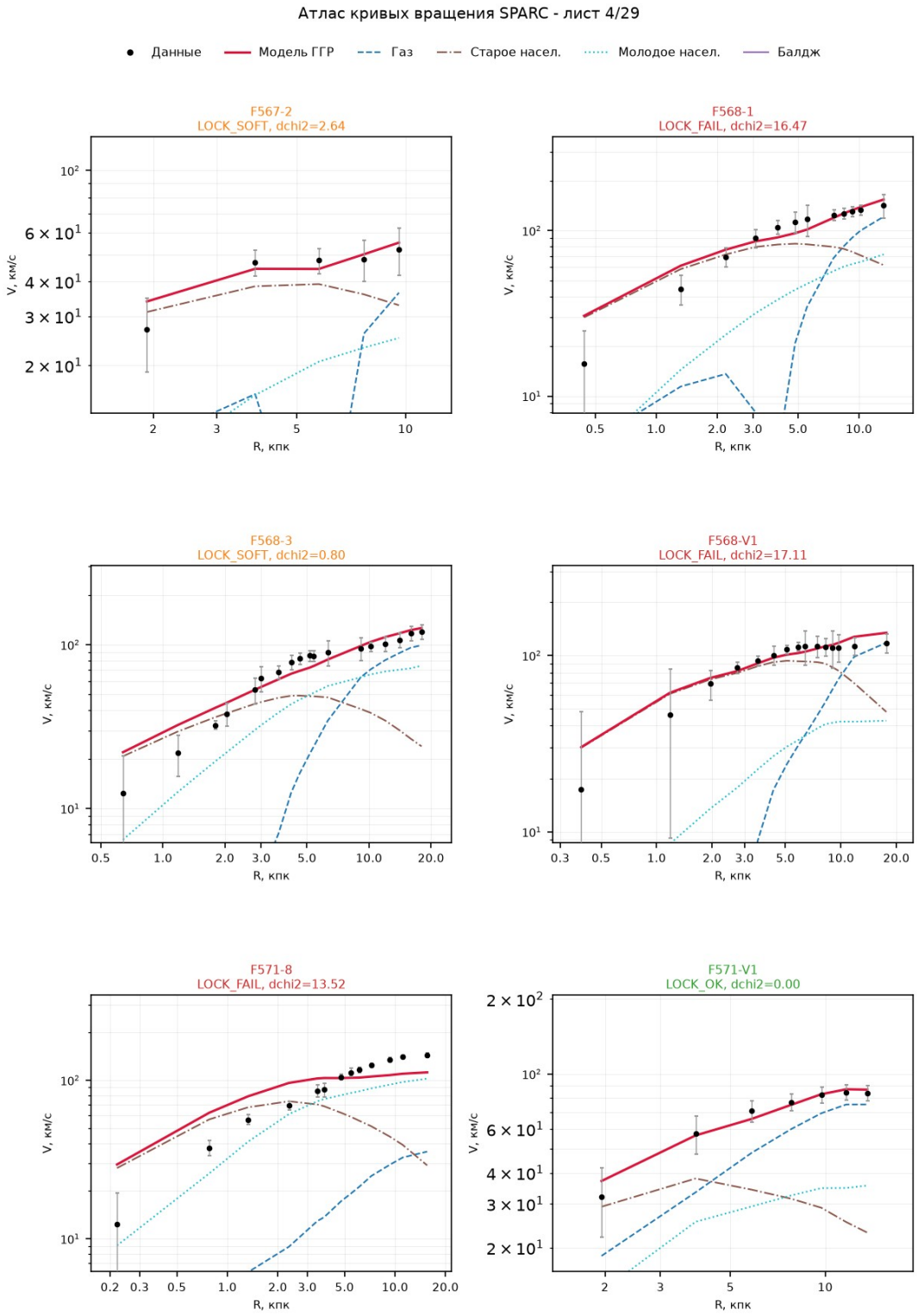


Рис. В.5. Атлас кривых вращения SPARC, лист 4/29.

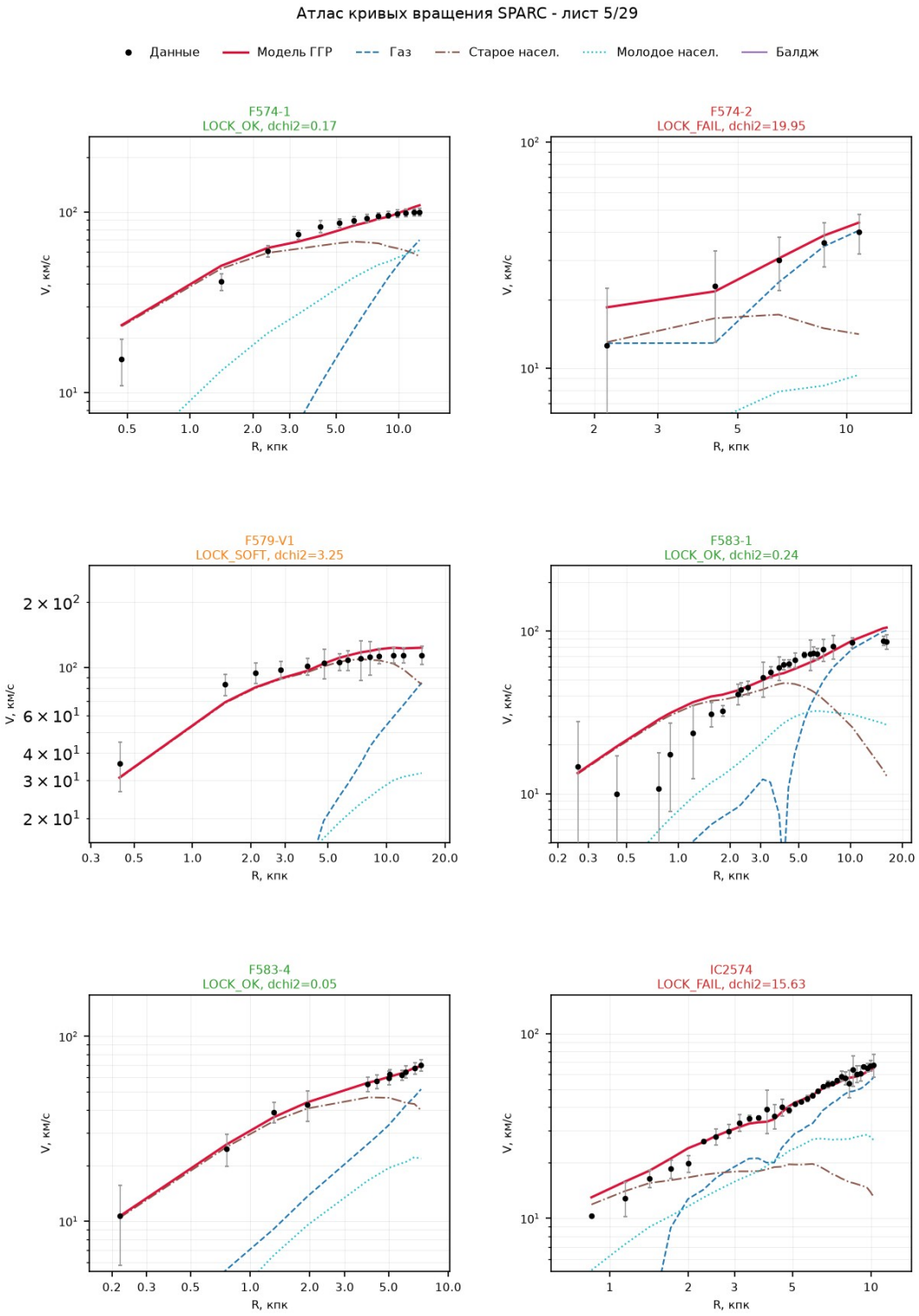


Рис. В.6. Атлас кривых вращения SPARC, лист 5/29.

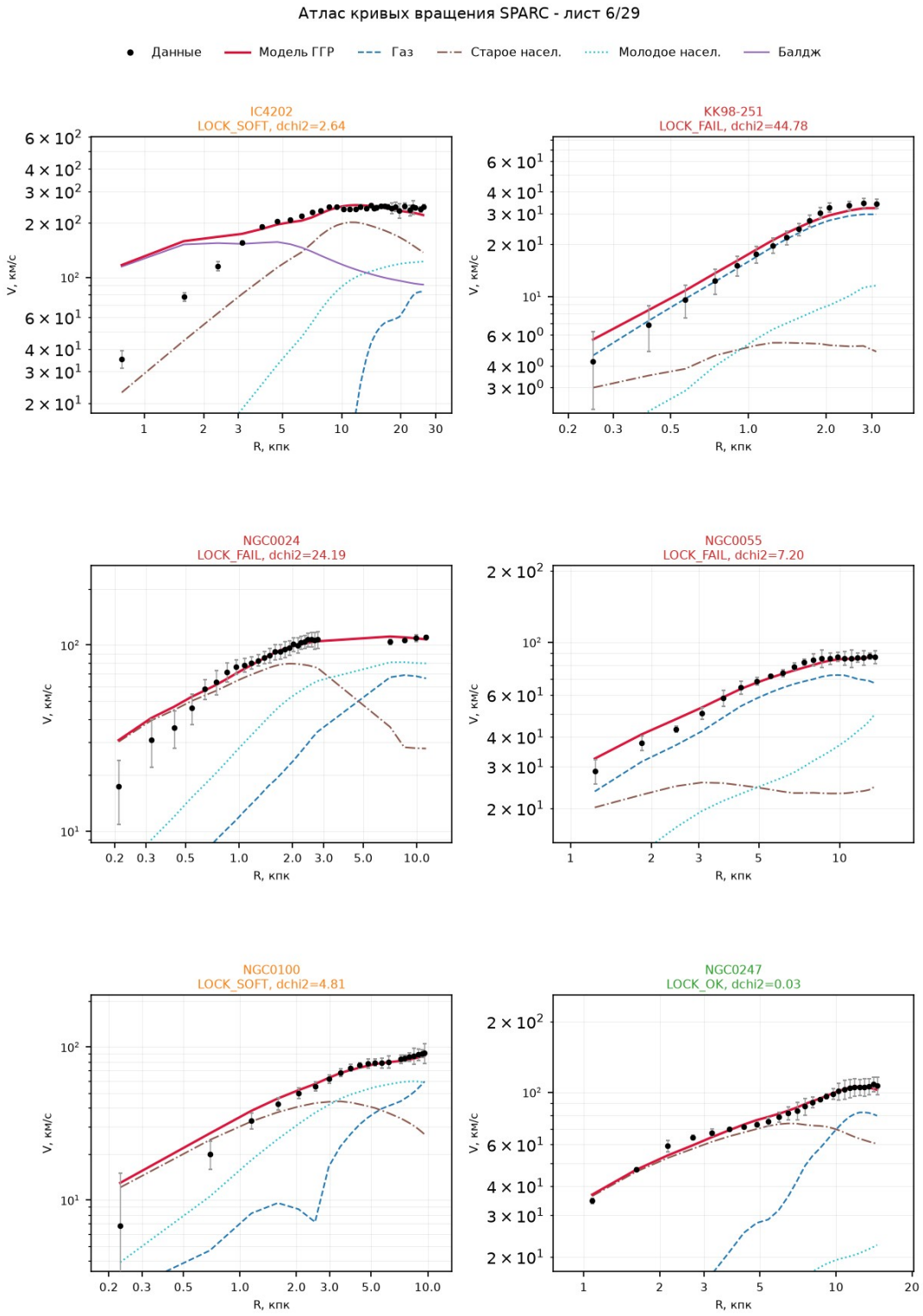


Рис. B.7. Атлас кривых вращения SPARC, лист 6/29.

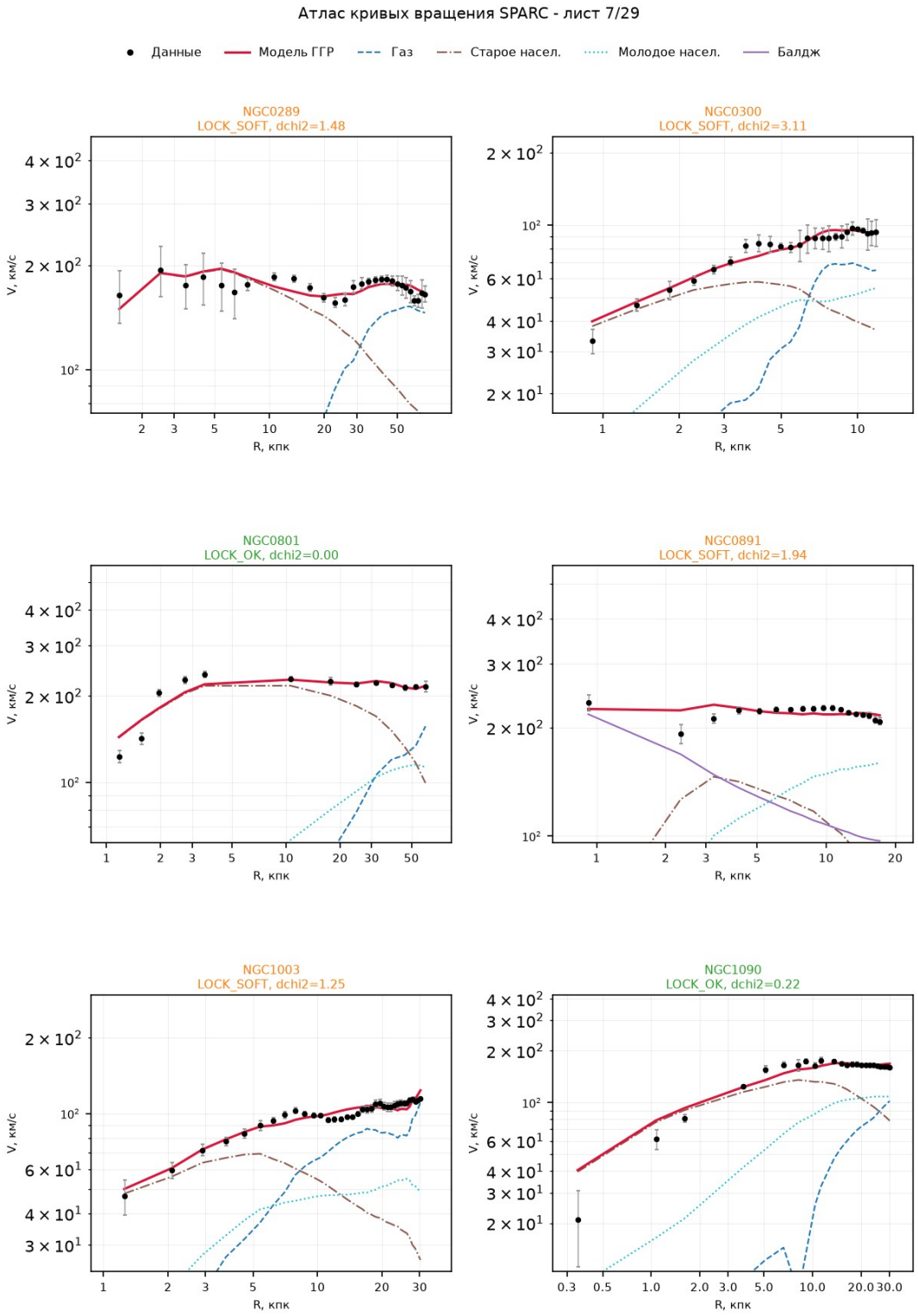


Рис. В.8. Атлас кривых вращения SPARC, лист 7/29.

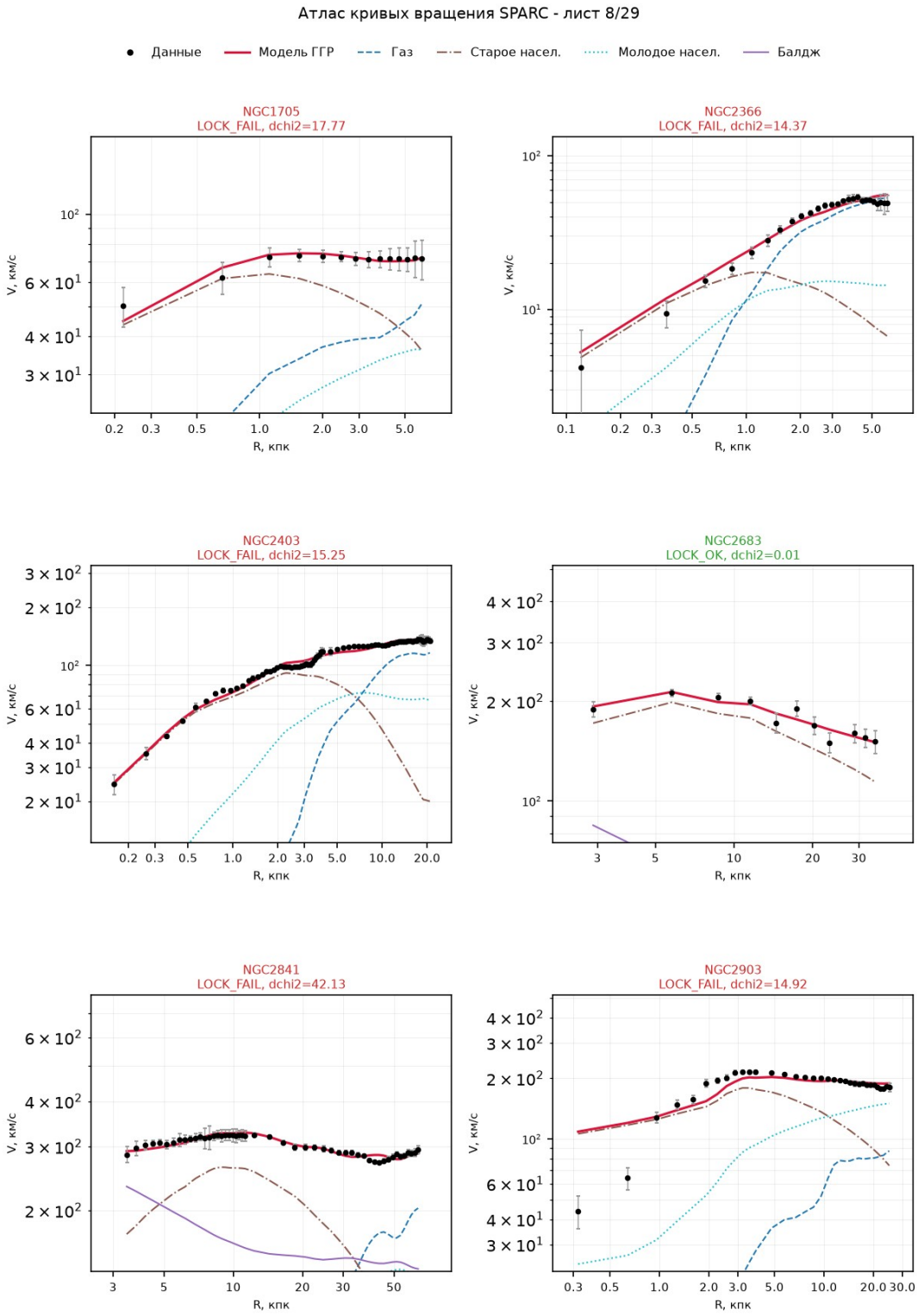


Рис. В.9. Атлас кривых вращения SPARC, лист 8/29.

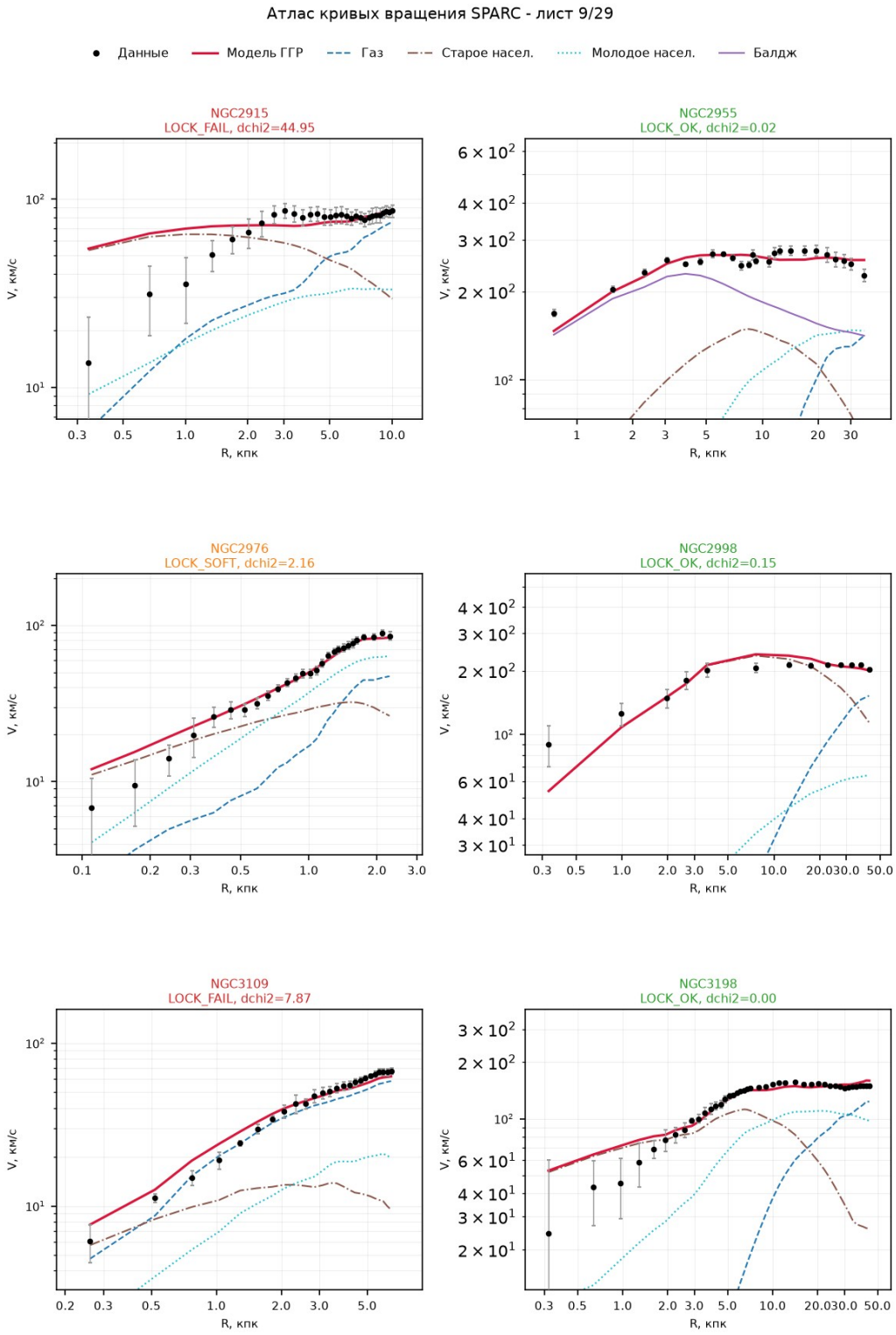


Рис. B.10. Атлас кривых вращения SPARC, лист 9/29.

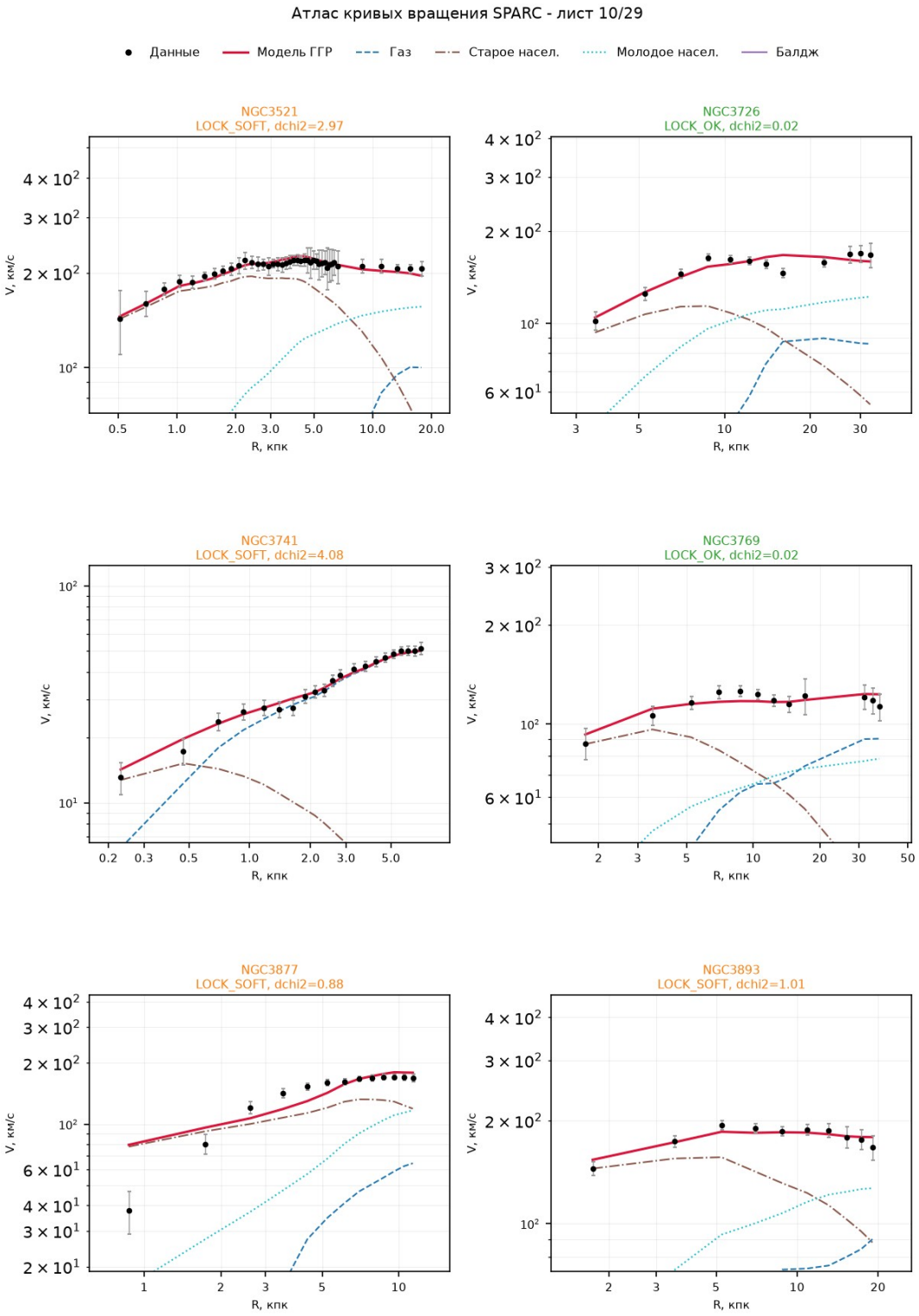


Рис. В.11. Атлас кривых вращения SPARC, лист 10/29.

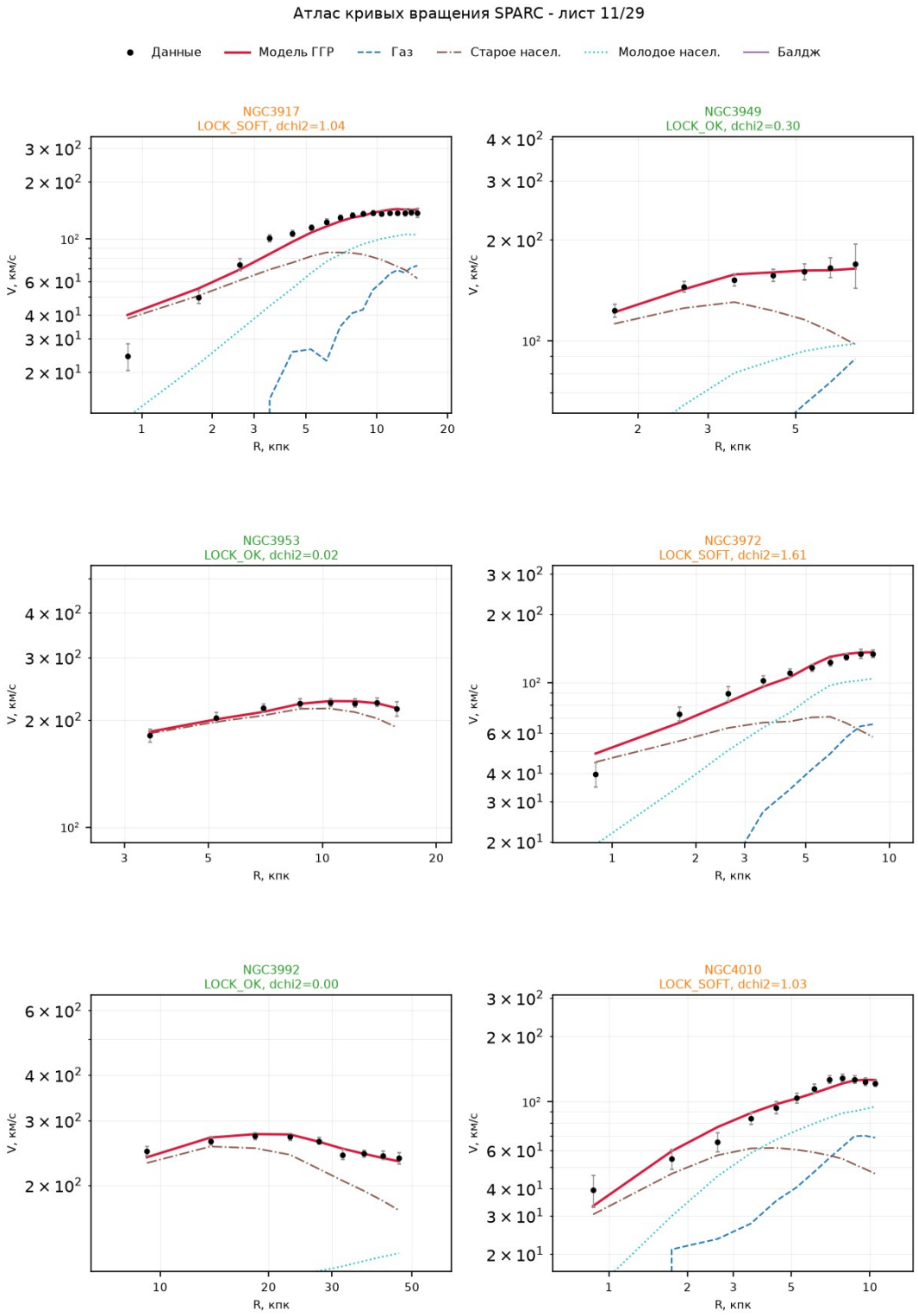


Рис. В.12. Атлас кривых вращения SPARC, лист 11/29.

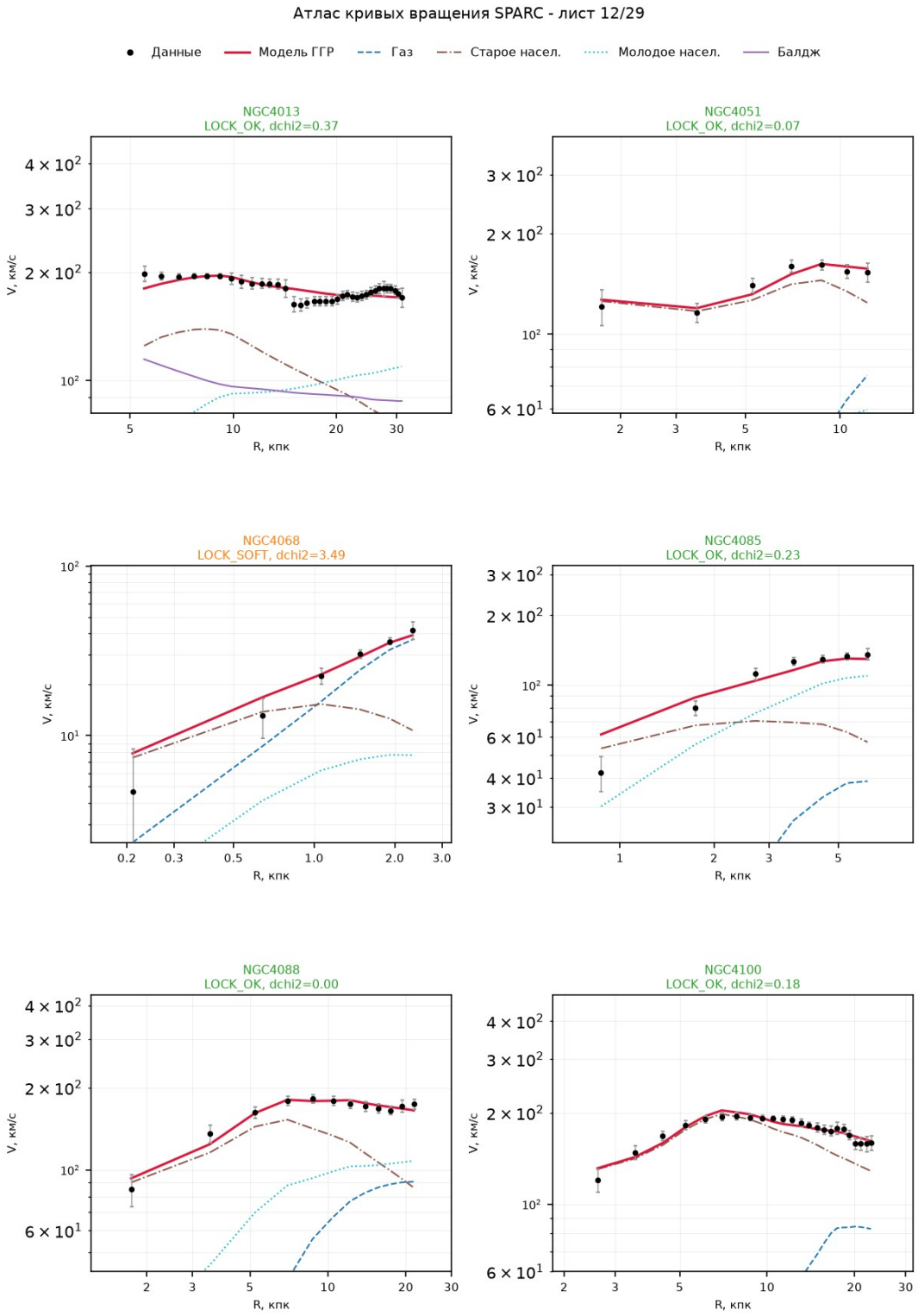


Рис. В.13. Атлас кривых вращения SPARC, лист 12/29.

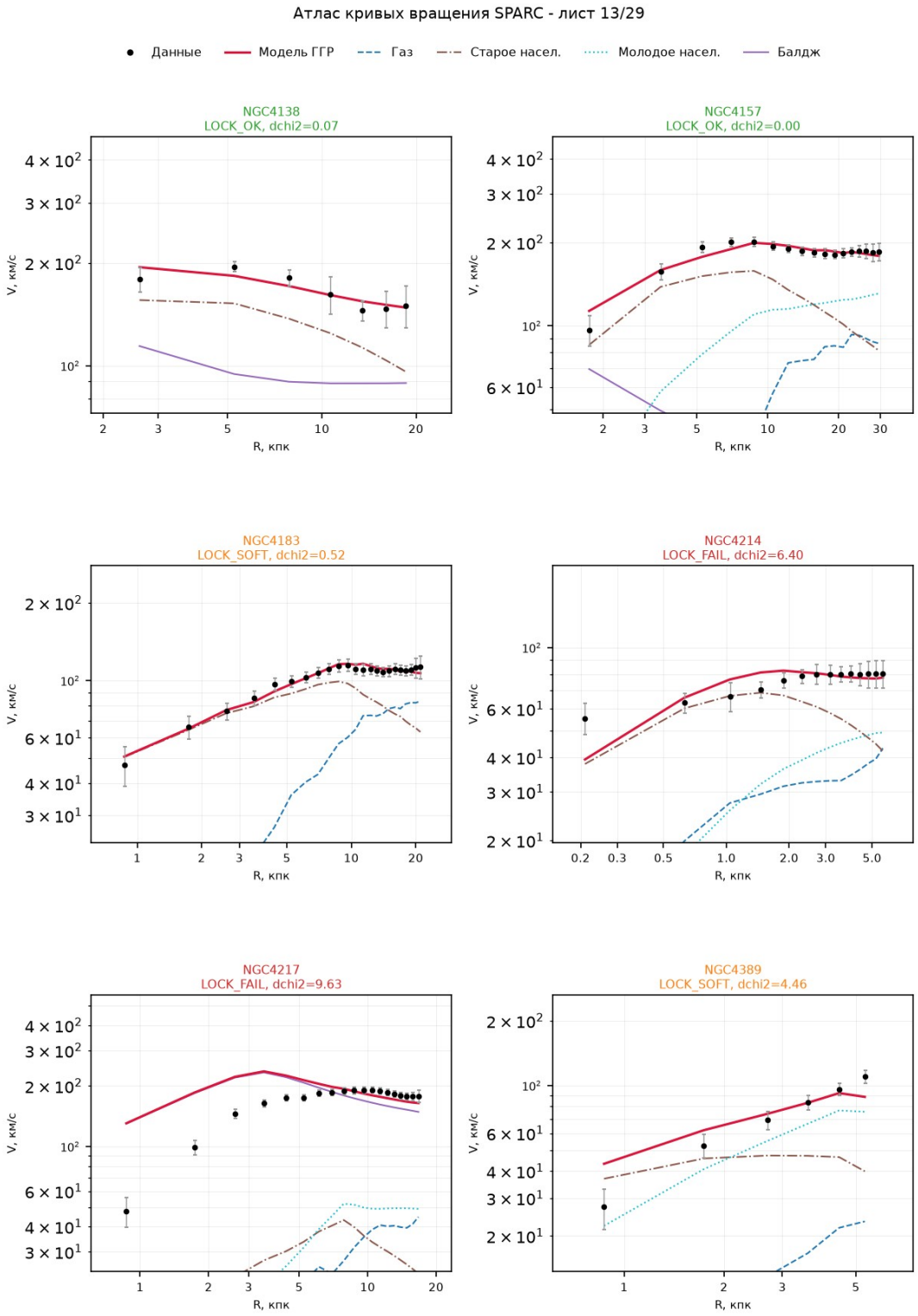


Рис. B.14. Атлас кривых вращения SPARC, лист 13/29.

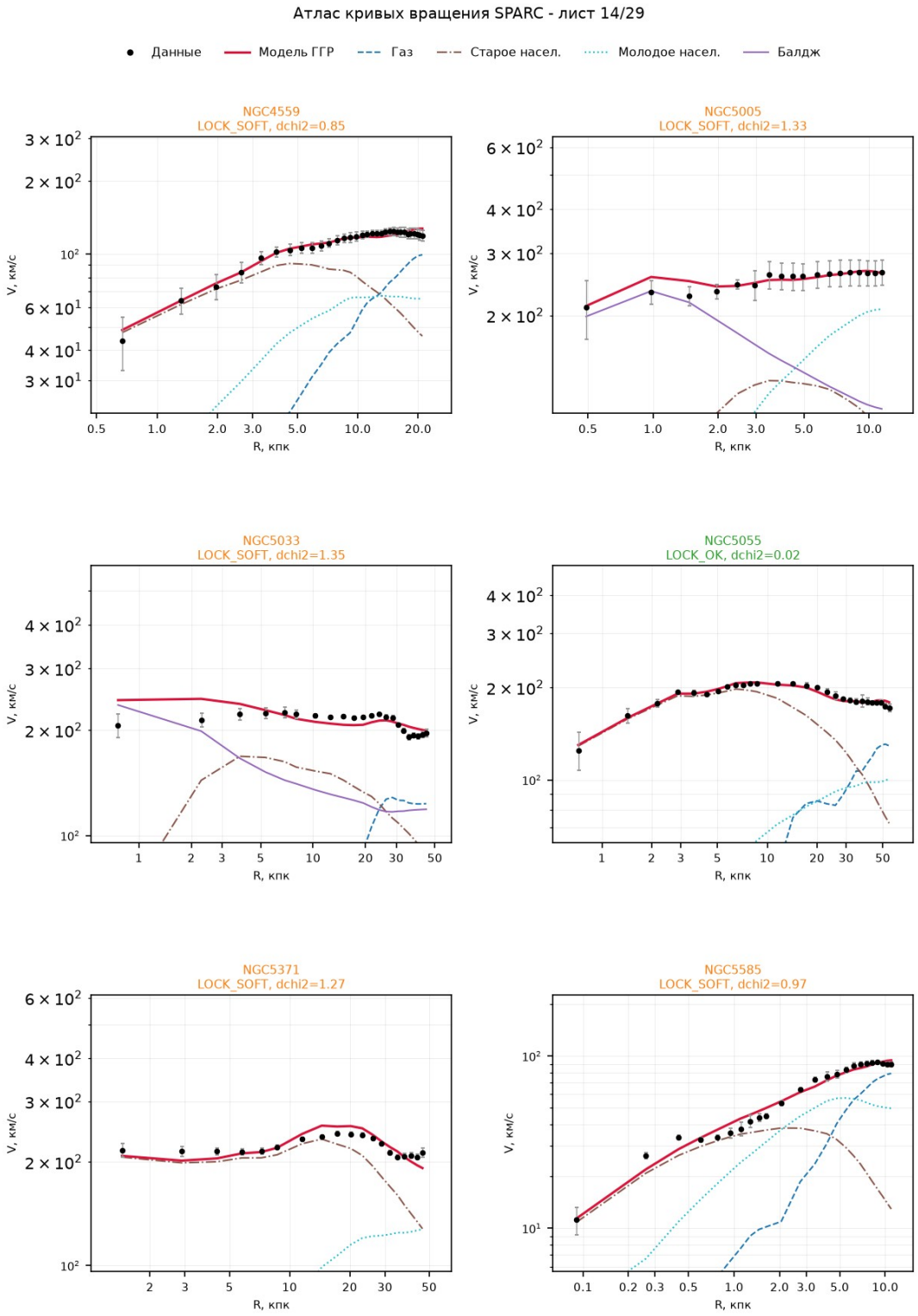


Рис. В.15. Атлас кривых вращения SPARC, лист 14/29.

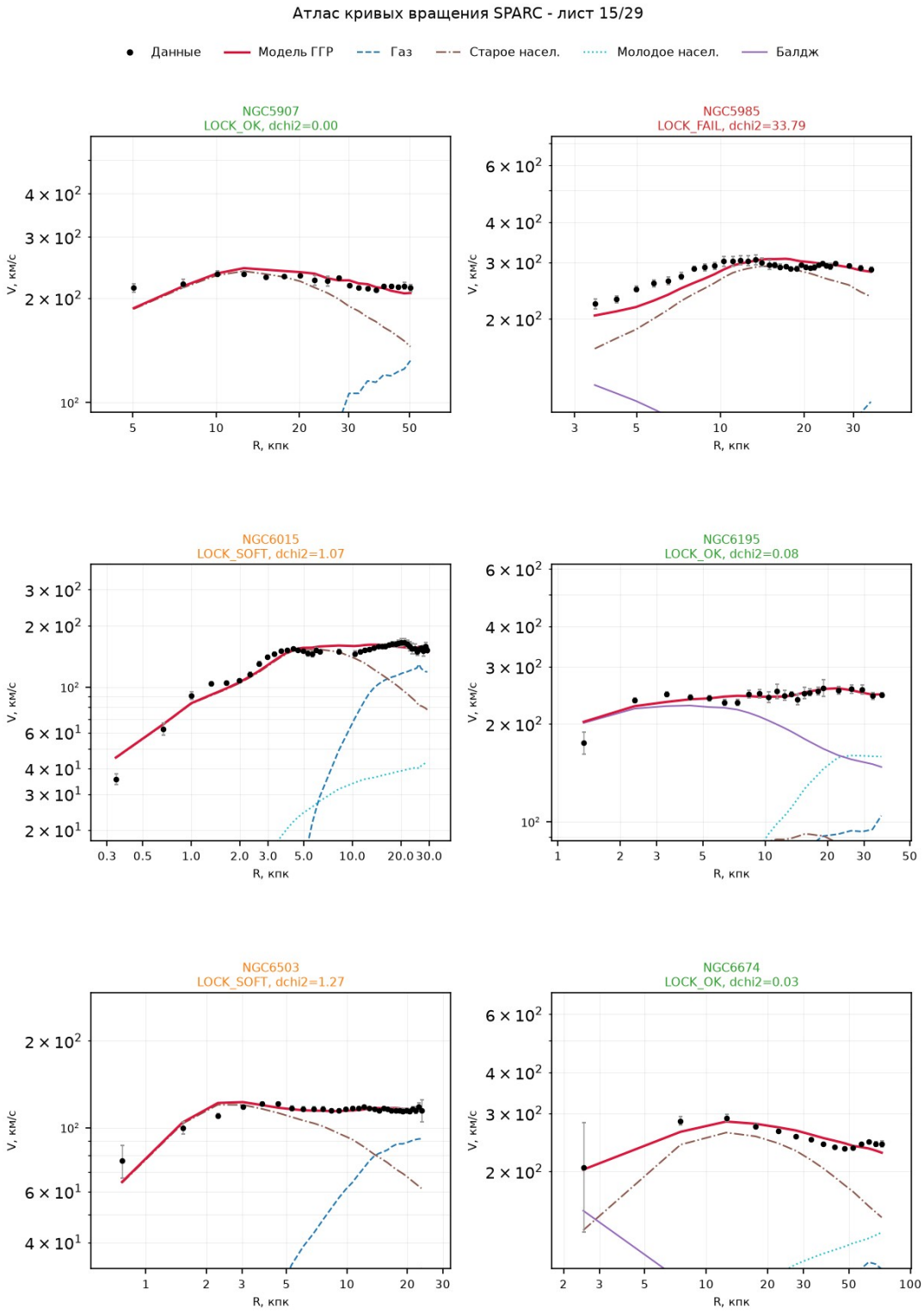


Рис. B.16. Атлас кривых вращения SPARC, лист 15/29.

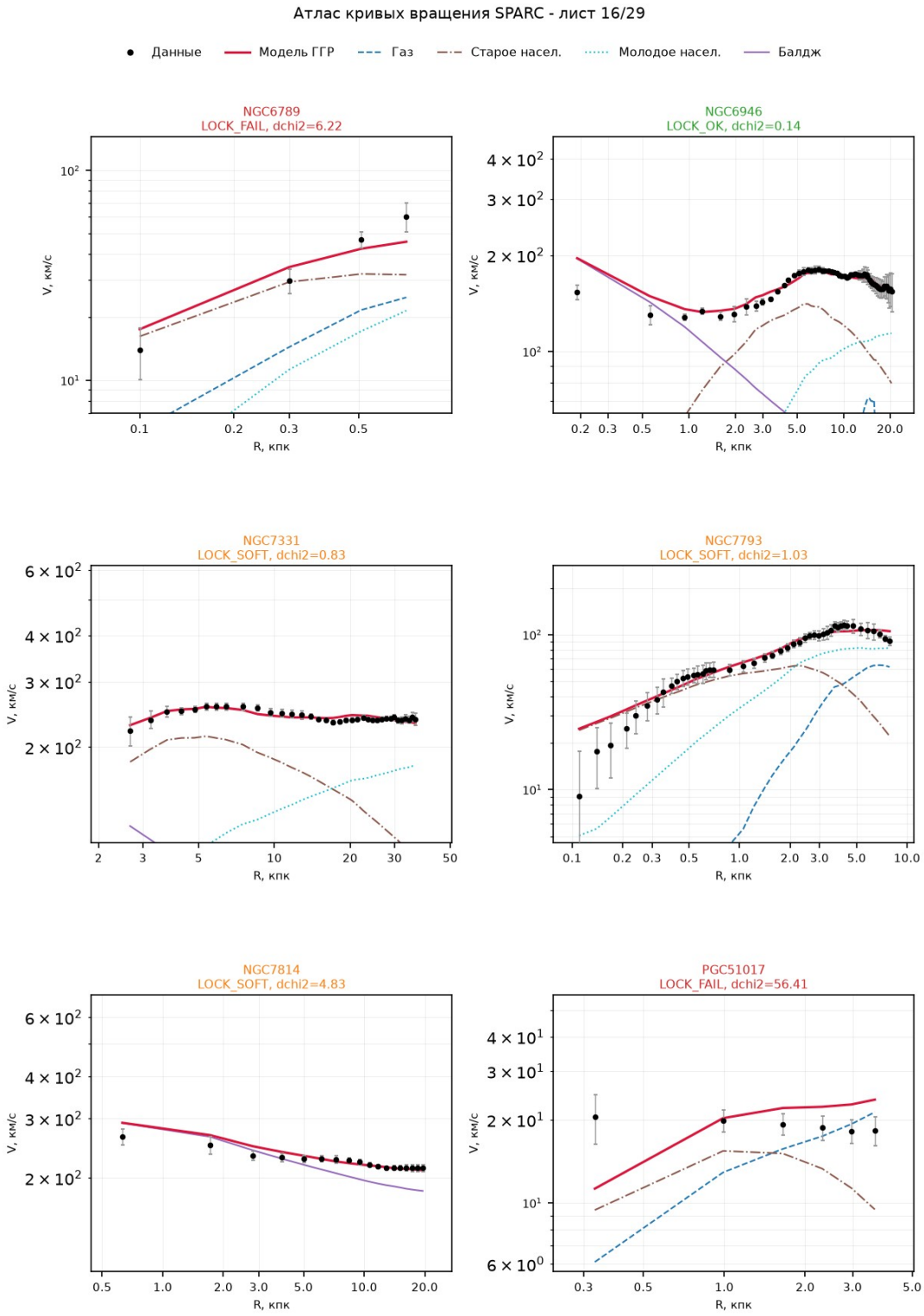


Рис. B.17. Атлас кривых вращения SPARC, лист 16/29.

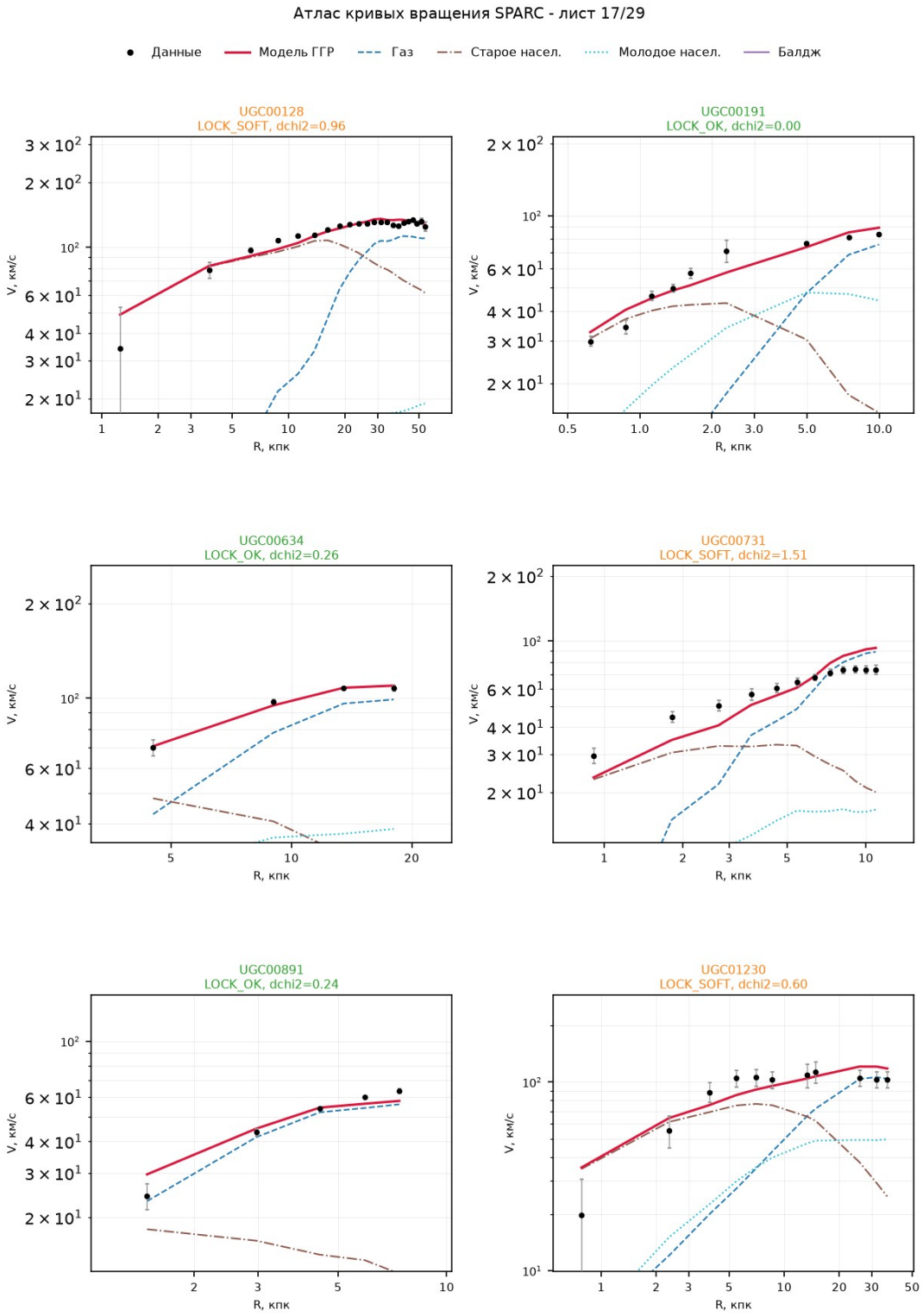


Рис. В.18. Атлас кривых вращения SPARC, лист 17/29.

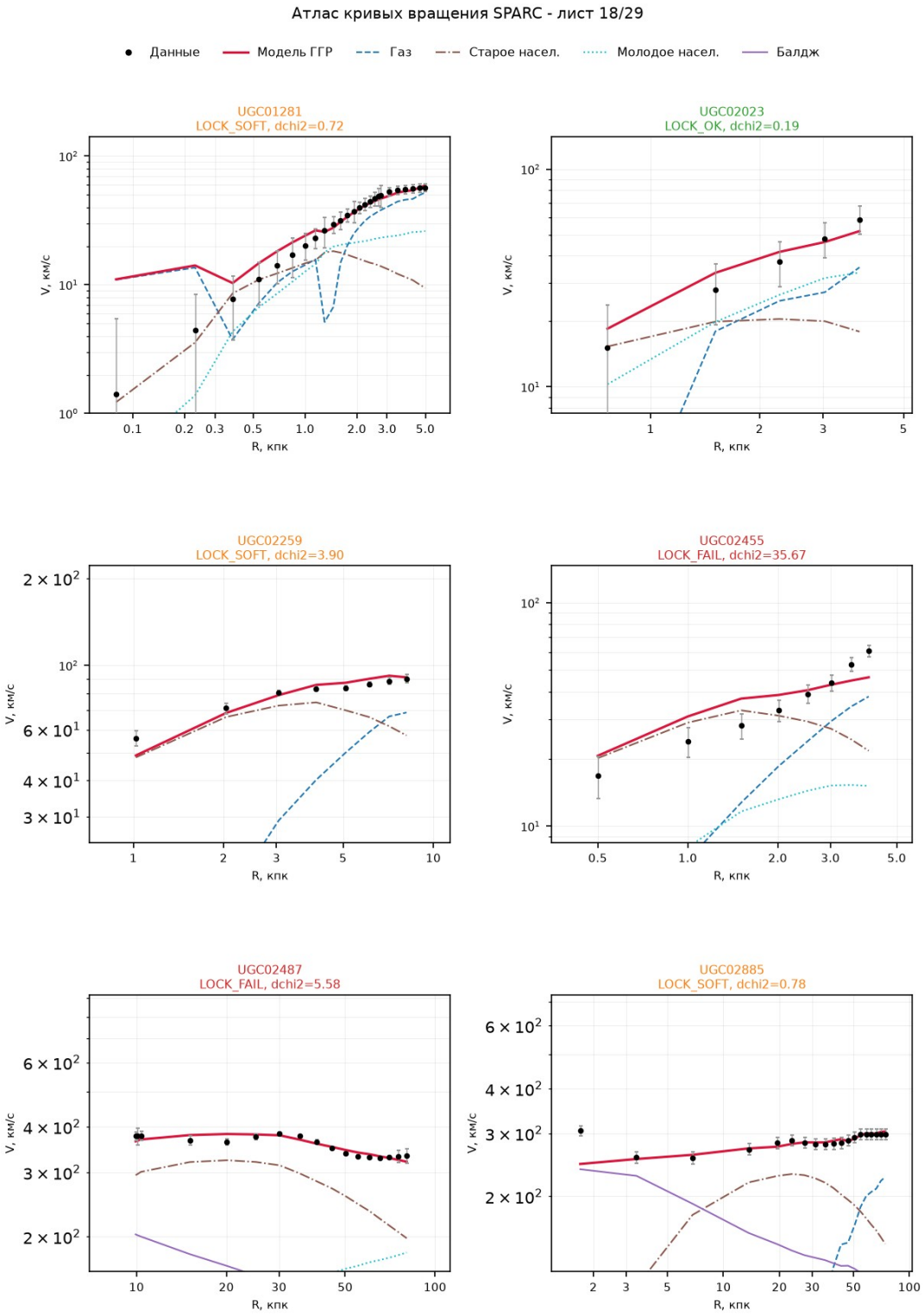


Рис. B.19. Атлас кривых вращения SPARC, лист 18/29.

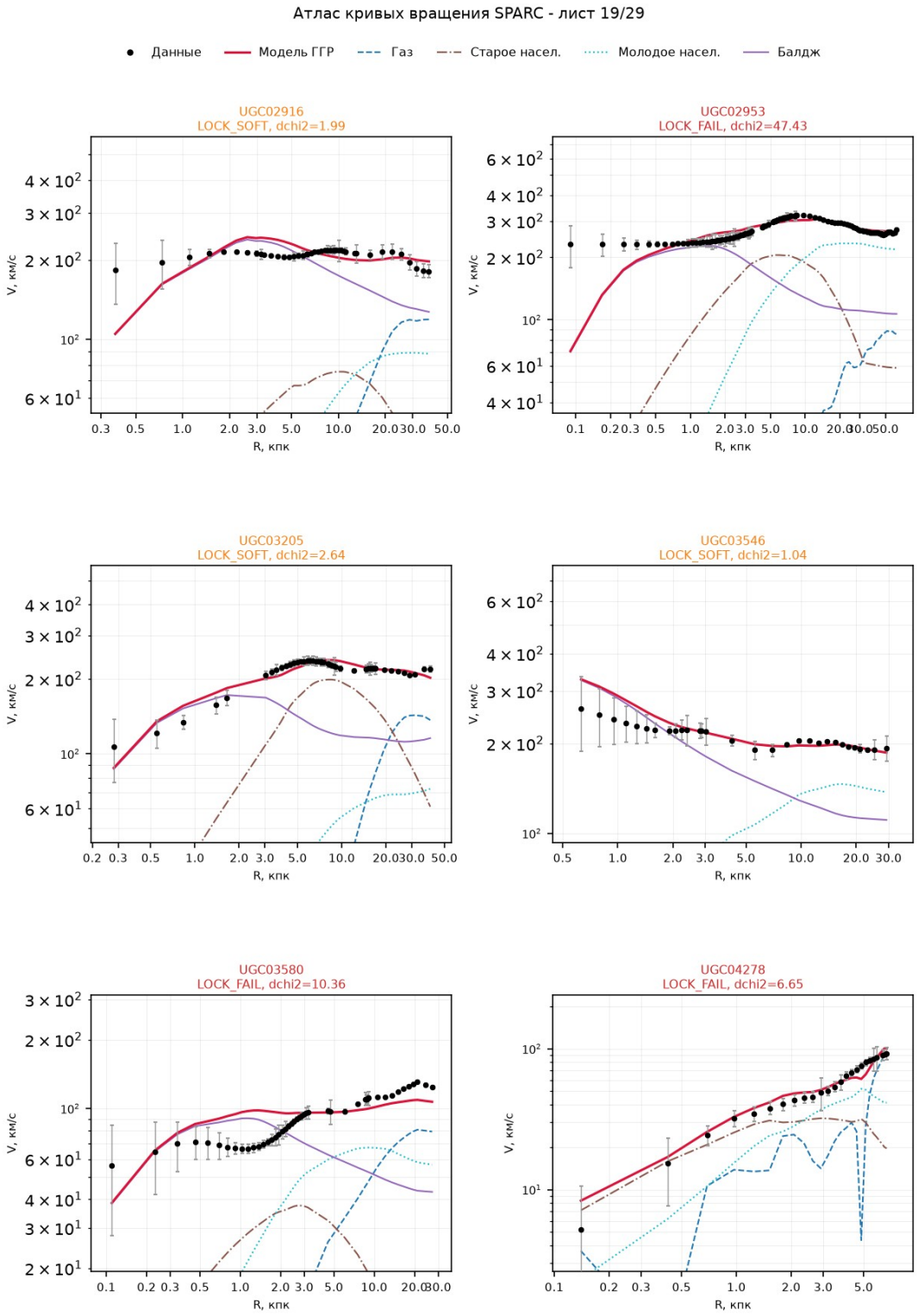


Рис. В.20. Атлас кривых вращения SPARC, лист 19/29.

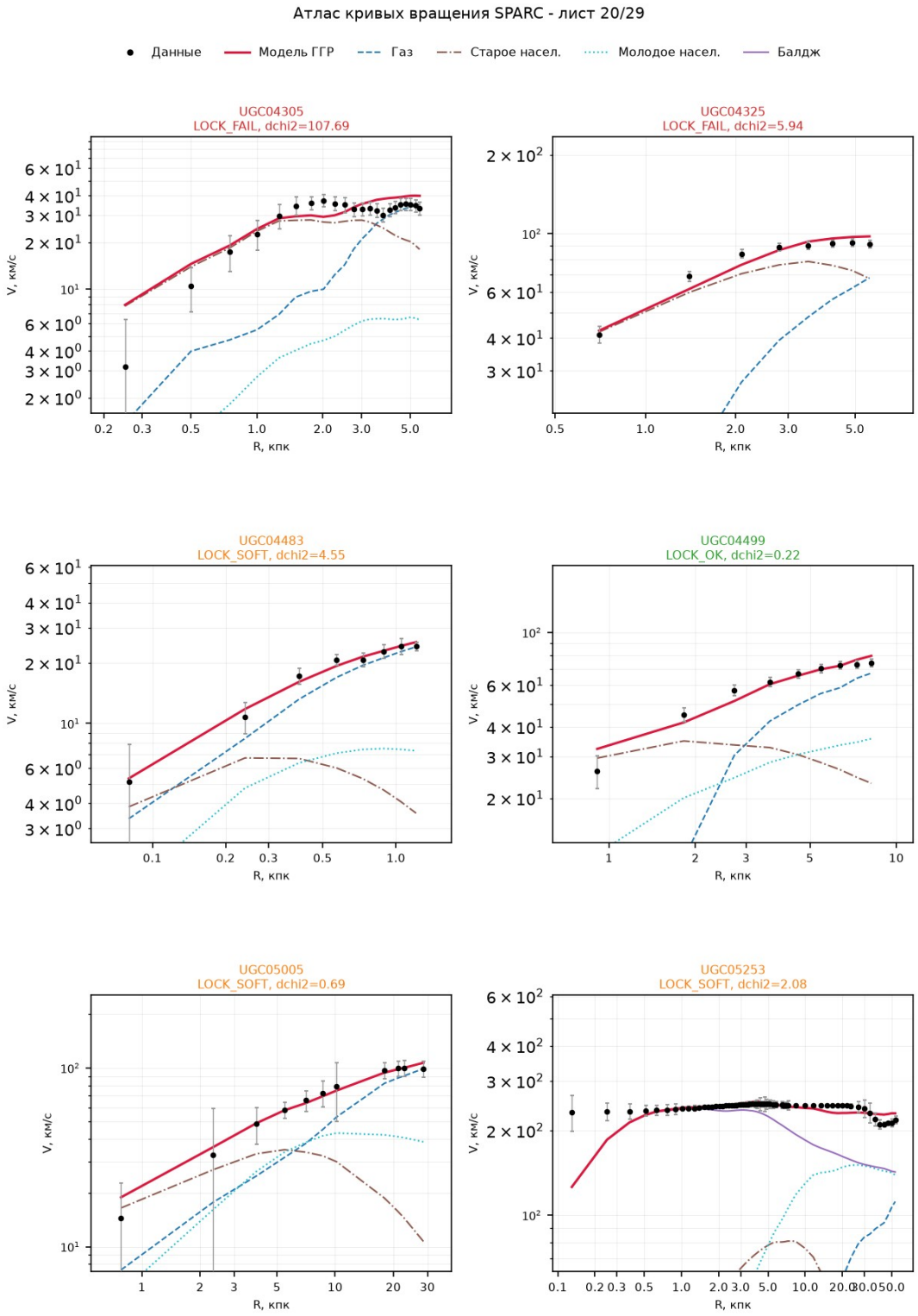


Рис. В.21. Атлас кривых вращения SPARC, лист 20/29.

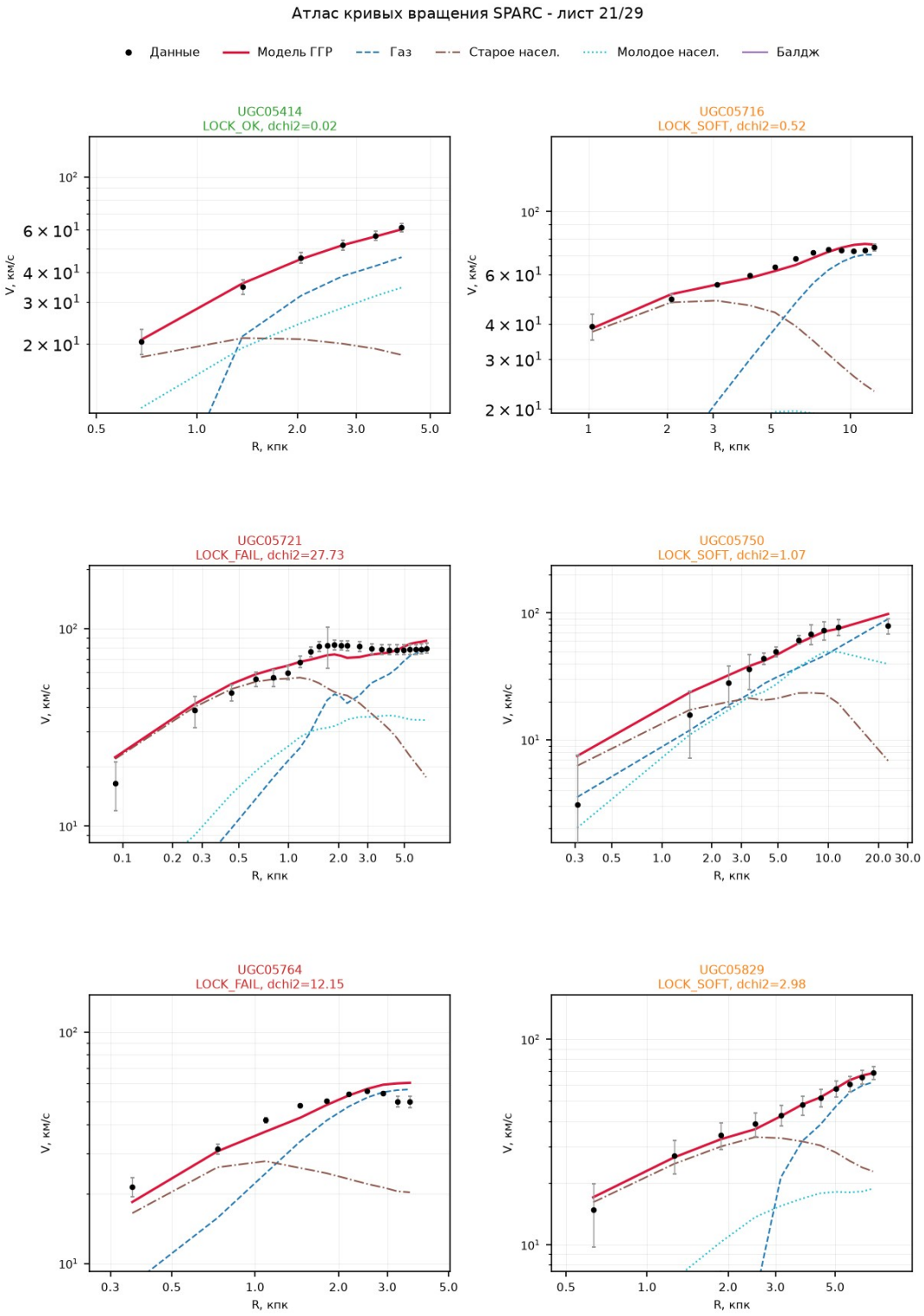


Рис. В.22. Атлас кривых вращения SPARC, лист 21/29.

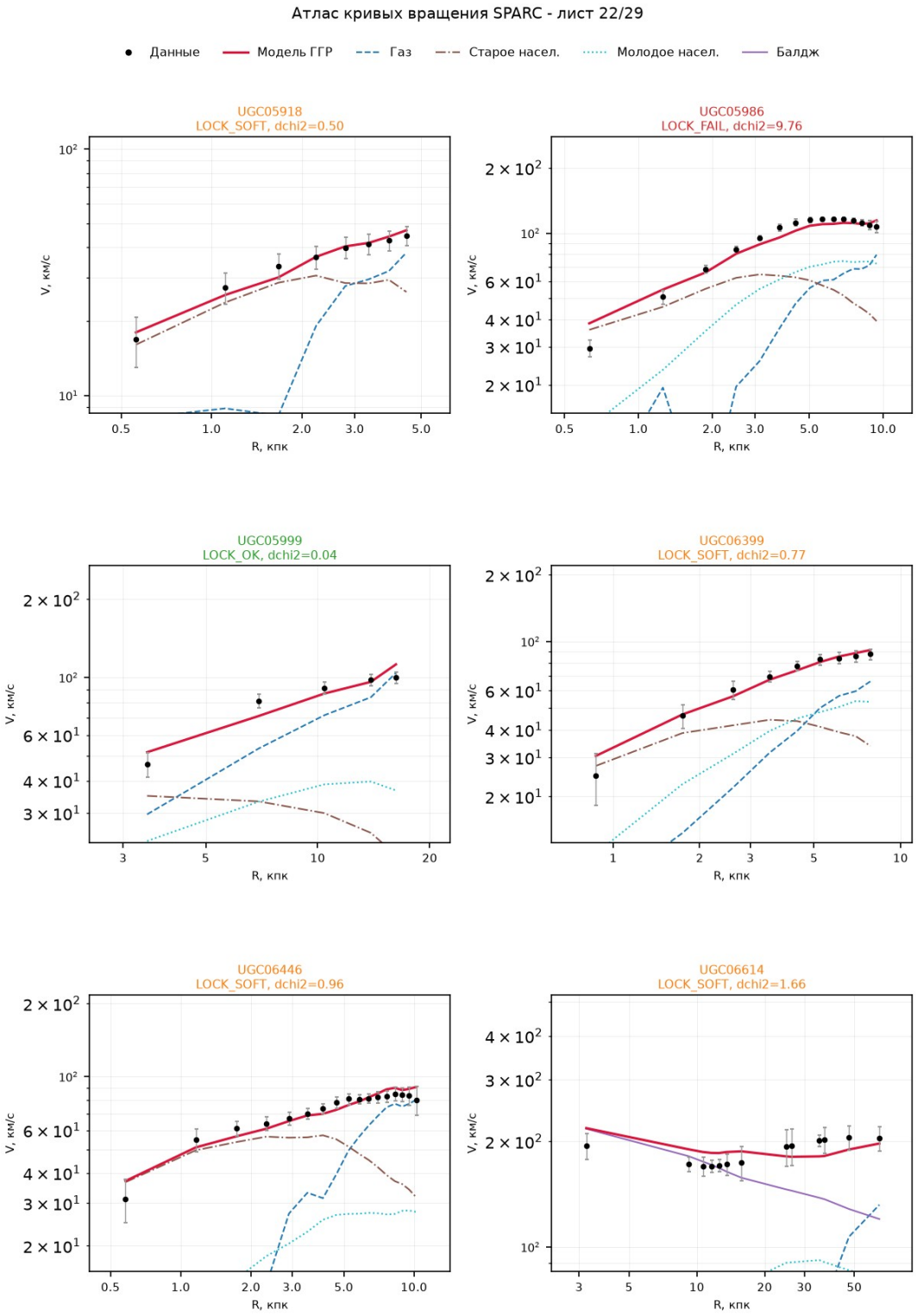


Рис. B.23. Атлас кривых вращения SPARC, лист 22/29.

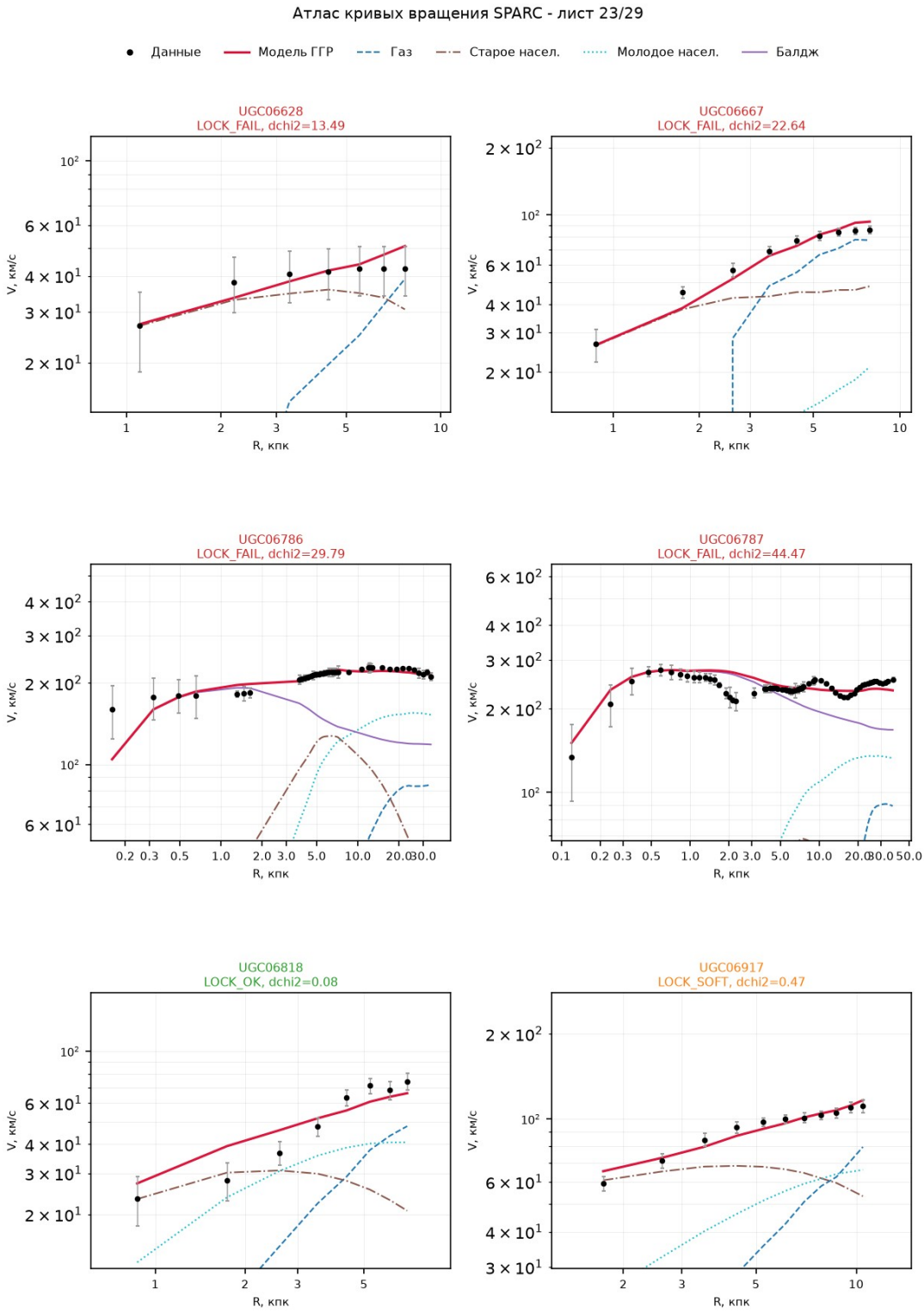


Рис. В.24. Атлас кривых вращения SPARC, лист 23/29.

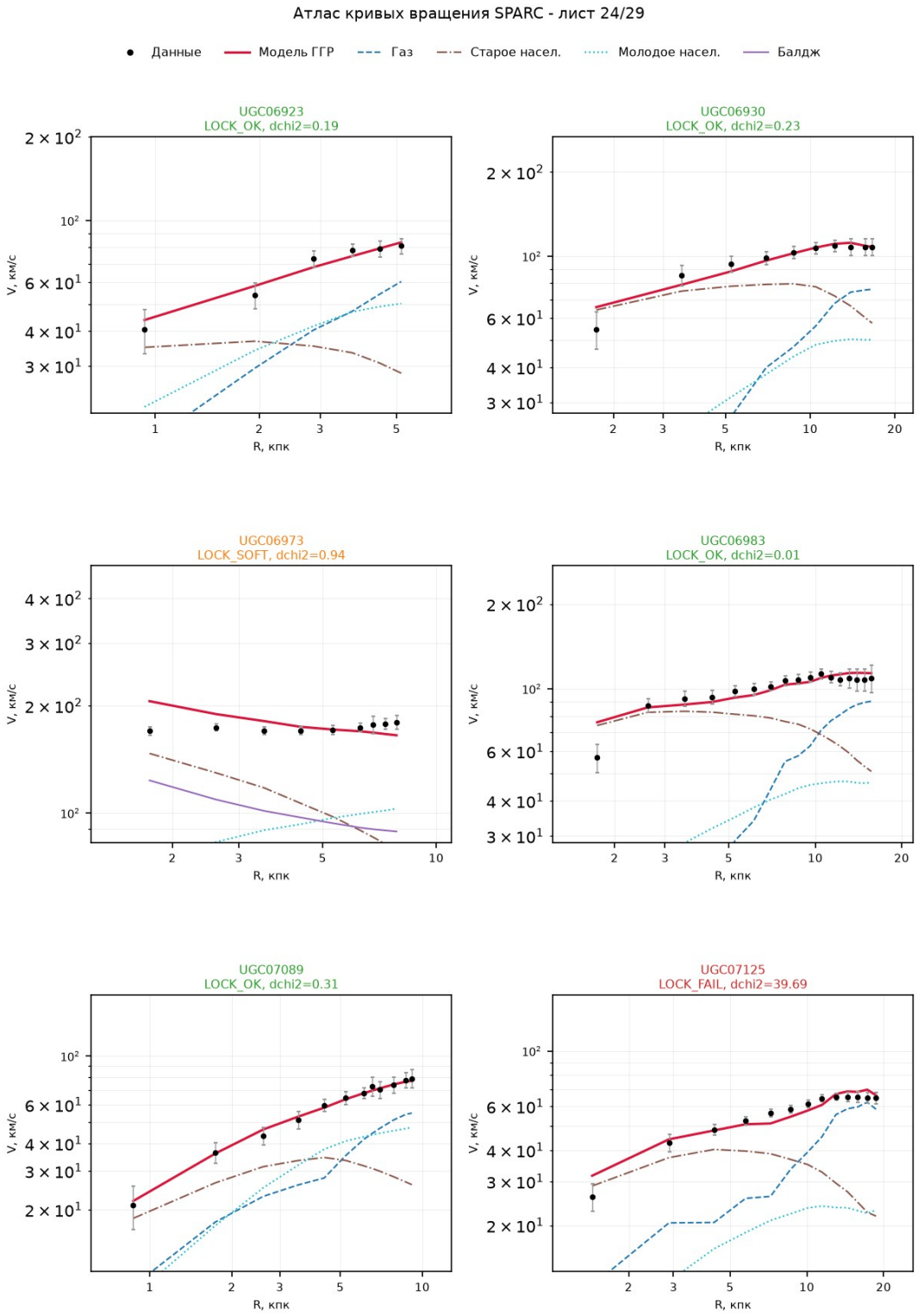


Рис. B.25. Атлас кривых вращения SPARC, лист 24/29.

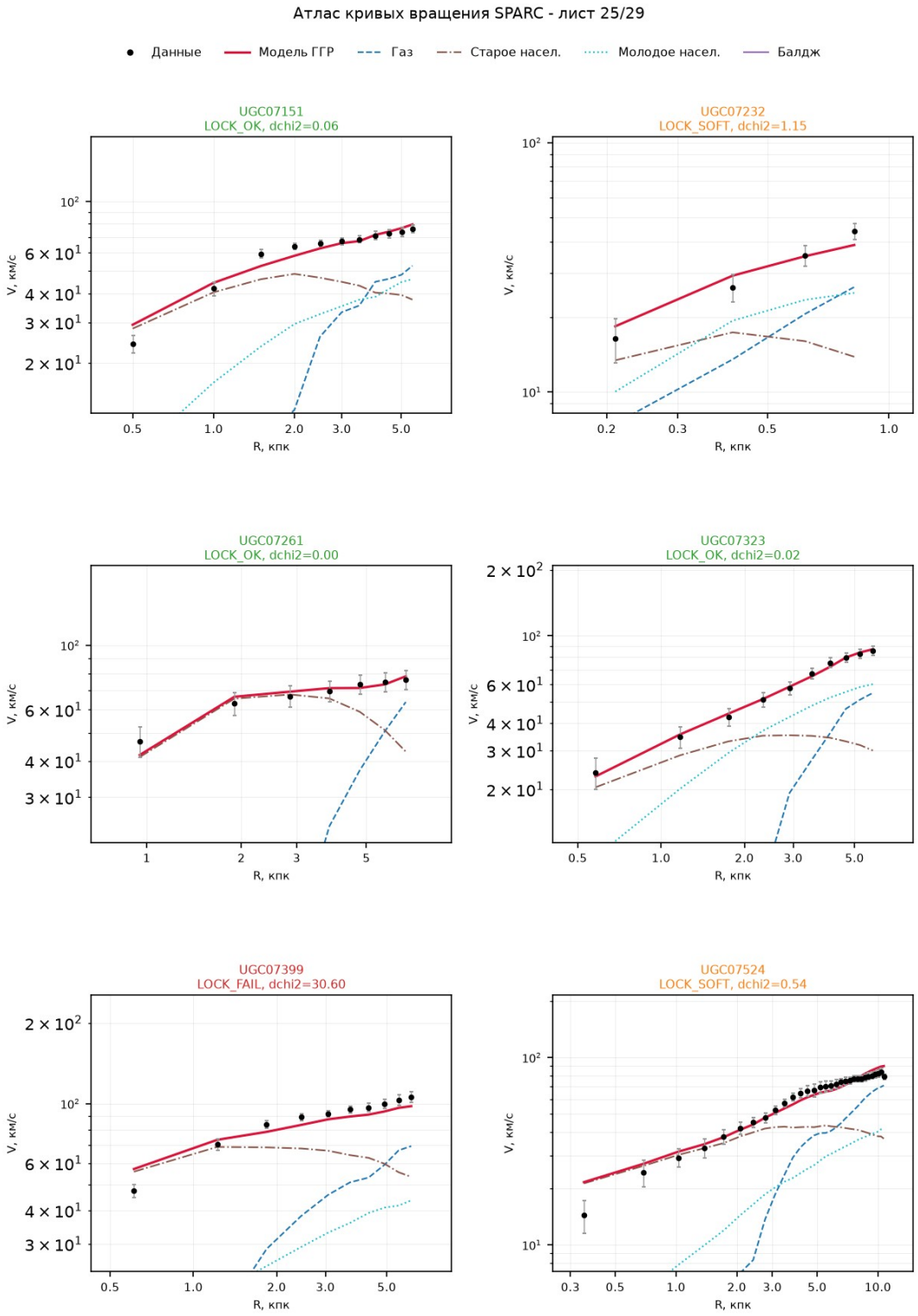


Рис. B.26. Атлас кривых вращения SPARC, лист 25/29.

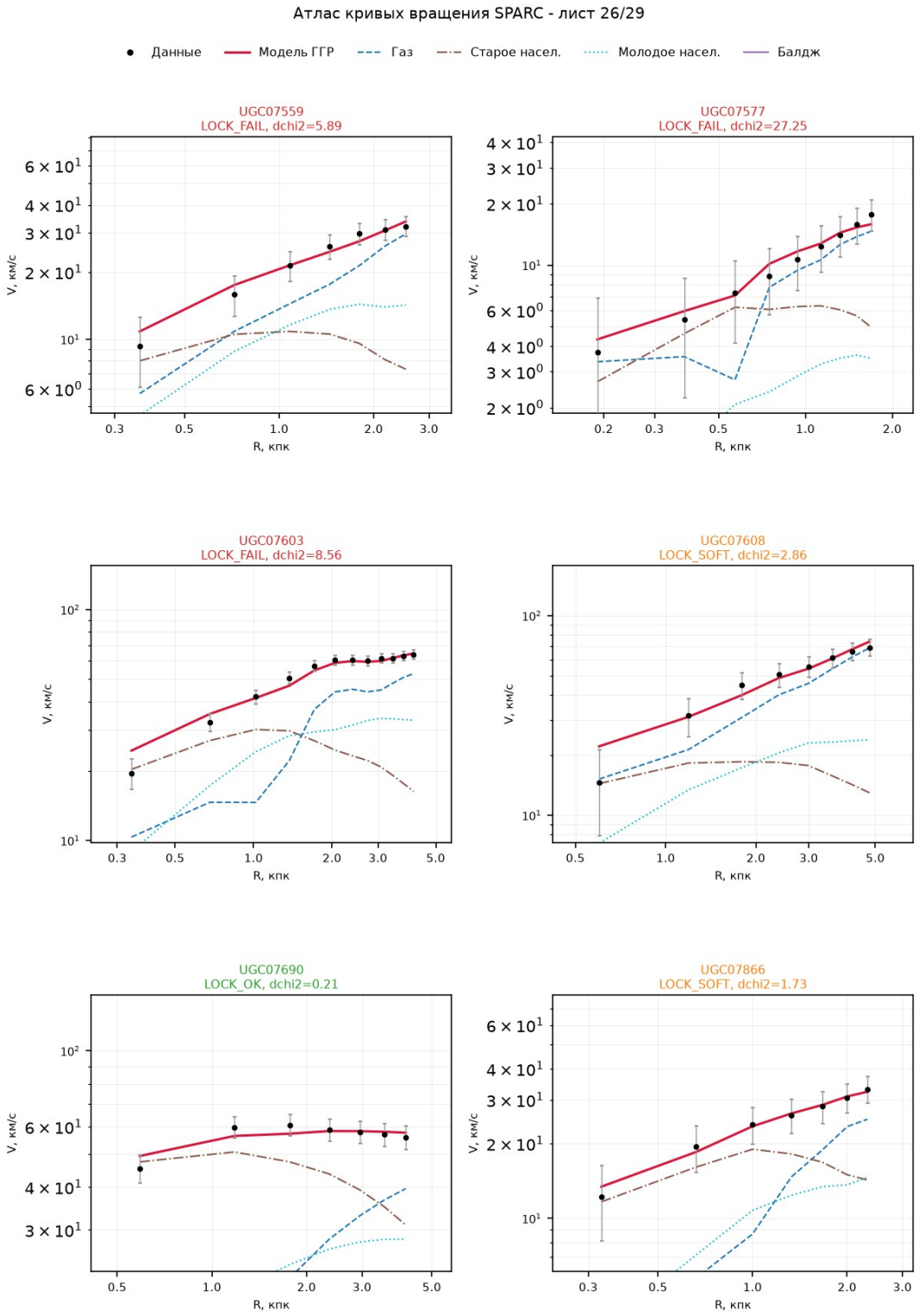


Рис. B.27. Атлас кривых вращения SPARC, лист 26/29.

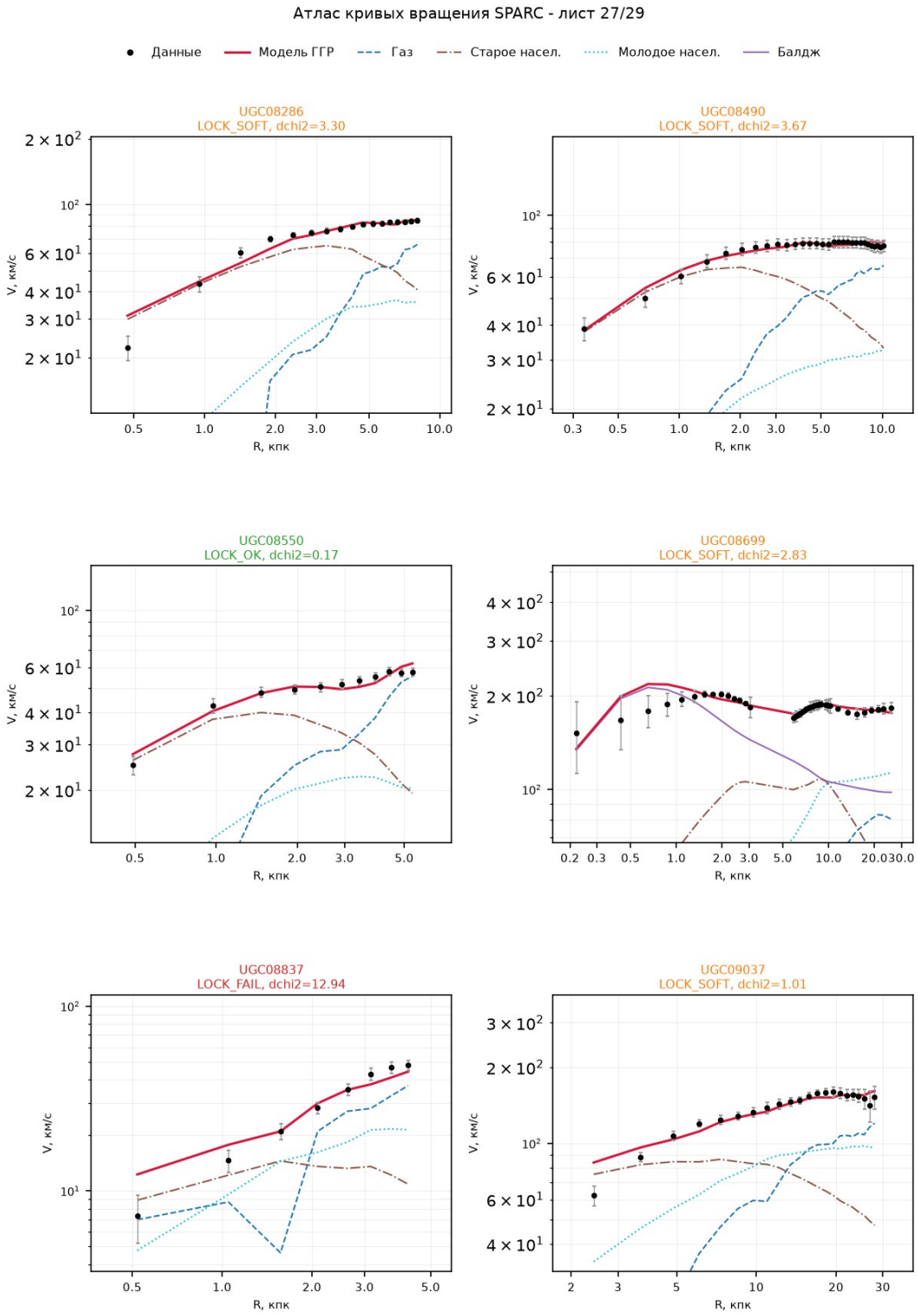


Рис. B.28. Атлас кривых вращения SPARC, лист 27/29.

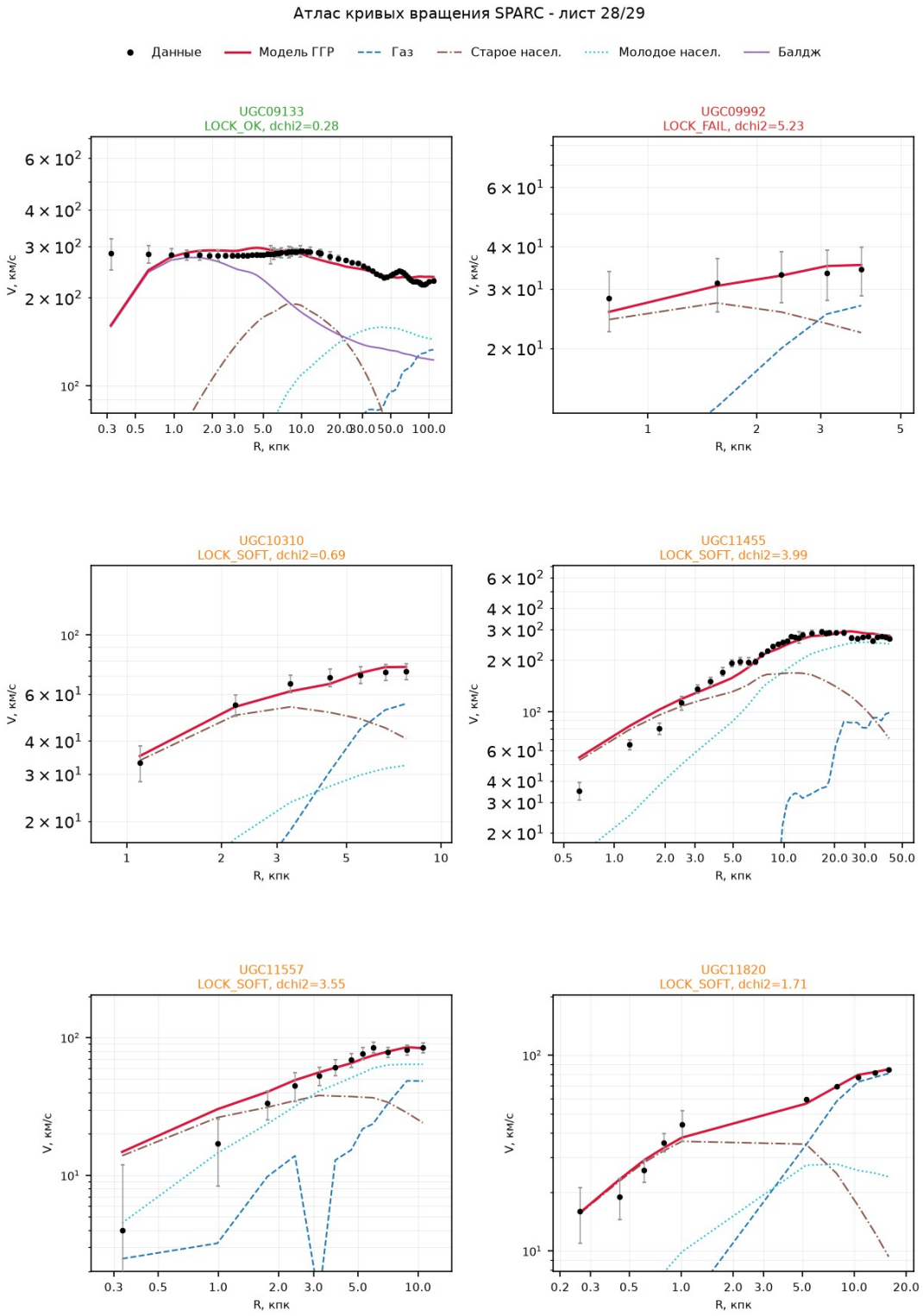


Рис. В.29. Атлас кривых вращения SPARC, лист 28/29.

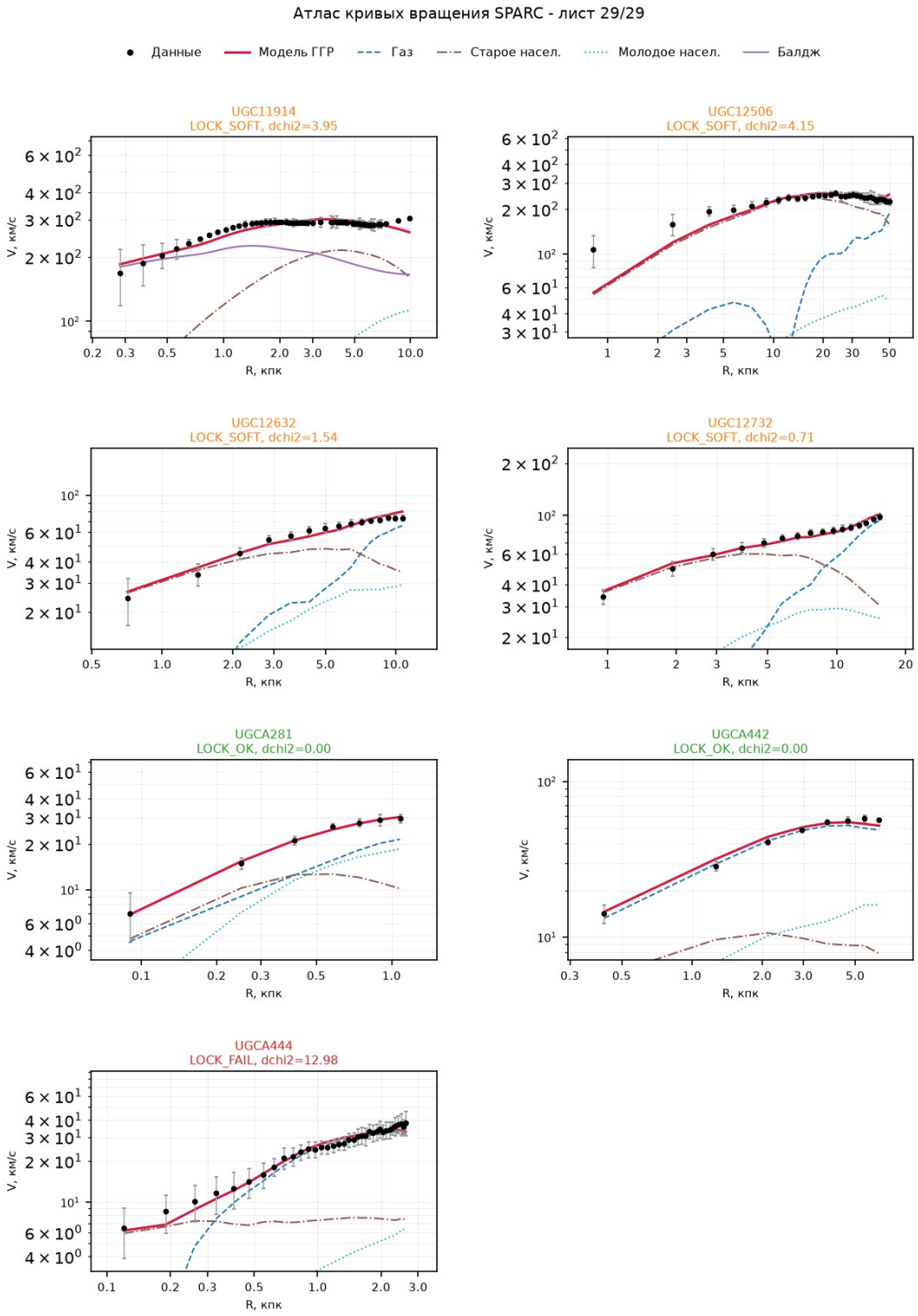


Рис. B.30. Атлас кривых вращения SPARC, лист 29/29.

Приложение Г. Сводная диаграмма g†_opt против априорных границ

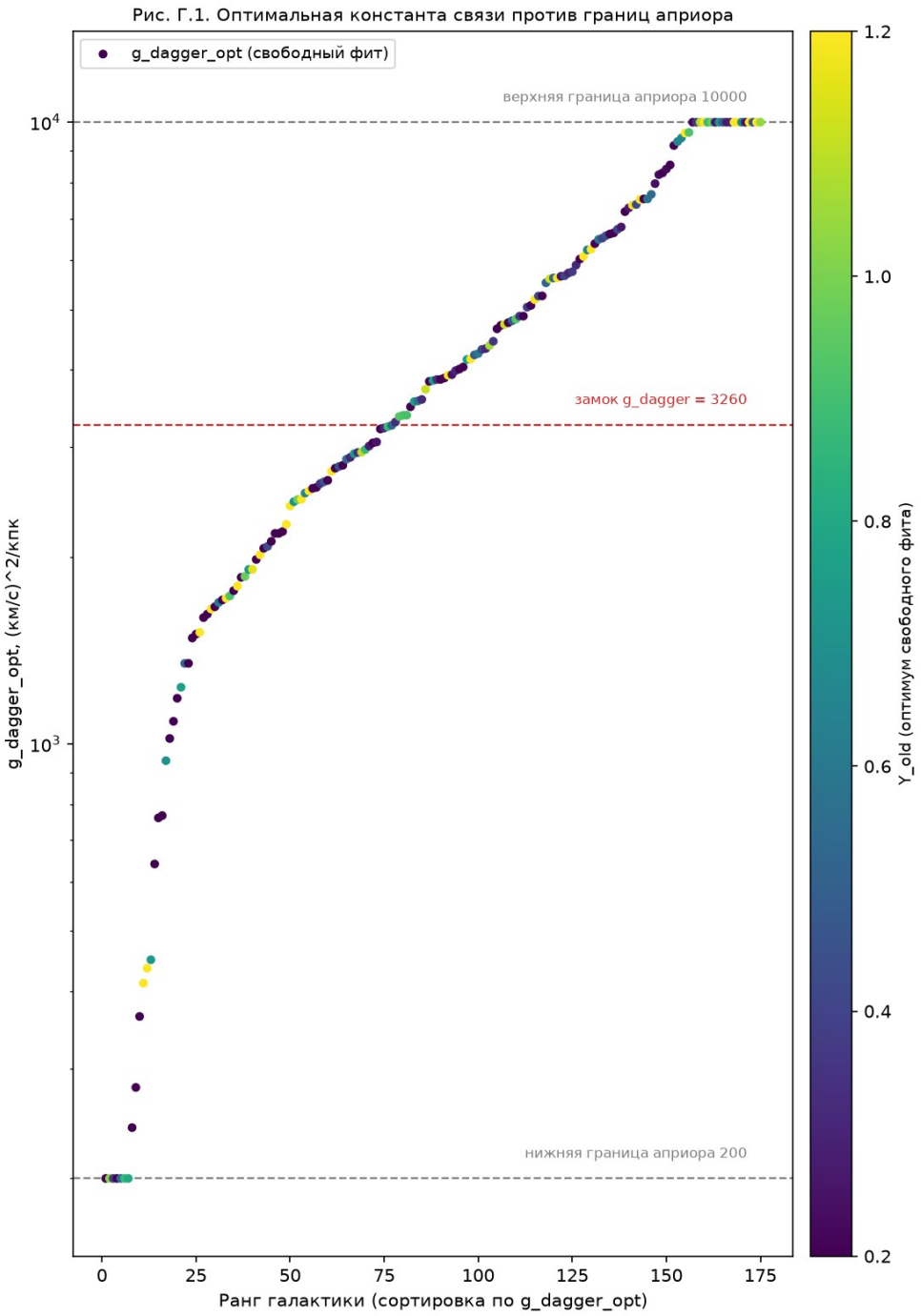


Рис. Г.1. Оптимум g†_opt (свободный трёхпараметрический фит) против границ априора [200, 10000] (км/с)²/кпк (цвет маркеров кодирует Y_old); краевые плато соответствуют выходу оптимума на границы априоров.

Приложение Д. Вердикты при трёх порогах Y_young

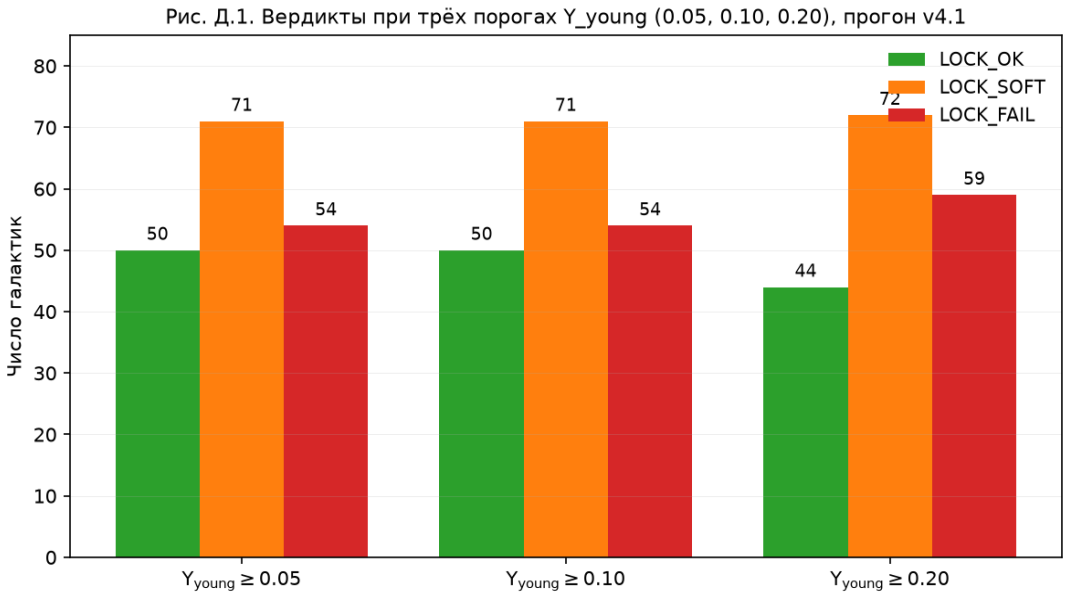


Рис. Д.1. Вердикты при трёх порогах Y_young (0.05, 0.10, 0.20), расчёт v4.1.

Приложение Е. Покомпонентная сводка (контрольный расчёт v4.1, декомпозиция по R_med, порог Y_young ≥ 0.05)

Для каждой галактики каталога SPARC приведены: N — число точек кривой вращения; $\Delta\chi^2$ — разность статистик замкового ($g\dagger = 3260$) и свободного фитов; g†_opt — оптимум константы связи в свободном фите $(км/с)^2/кпк$; Y_old и Y_young — оптимумы отношений масса/светимость старого и молодого населений диска; вердикт — классификация по порогам $\Delta\chi^2 \leq 0.4$ / ≤ 5.0 / > 5.0.

Таблица Е.1. Результаты контрольного расчёта v4.1 по 175 галактикам каталога SPARC

Галактика	N	dχ²	g†_opt	Y_old	Y_young	Вердикт
CamB	9	75.493	200.0	0.200	0.134	LOCK_FAIL
D512-2	4	0.023	1688.3	0.604	0.400	LOCK_OK
D564-8	6	6.730	1184.2	0.200	0.400	LOCK_FAIL
D631-7	16	6.898	1853.4	0.200	0.400	LOCK_FAIL
DDO064	14	0.029	3581.8	0.319	0.365	LOCK_OK
DDO154	12	0.701	2776.3	0.200	0.050	LOCK_SOFT
DDO161	31	65.185	1087.3	0.200	0.050	LOCK_FAIL
DDO168	10	3.427	1980.2	0.200	0.400	LOCK_SOFT
DDO170	8	6.965	1347.5	0.522	0.400	LOCK_FAIL
ESO079-G014	15	4.919	8290.0	0.200	0.400	LOCK_SOFT
ESO116-G012	15	7.369	8409.4	0.228	0.400	LOCK_FAIL
ESO444-G084	7	10.064	10000.0	0.212	0.400	LOCK_FAIL
ESO563-G021	30	20.131	10000.0	0.369	0.400	LOCK_FAIL
F561-1	6	14.432	200.0	1.022	0.050	LOCK_FAIL
F563-1	17	7.778	6084.0	1.200	0.400	LOCK_FAIL
F563-V1	6	32.565	200.0	0.382	0.050	LOCK_FAIL
F563-V2	10	10.024	9607.2	1.200	0.400	LOCK_FAIL
F565-V2	7	1.667	6637.5	0.200	0.400	LOCK_SOFT
F567-2	5	2.642	412.2	1.200	0.400	LOCK_SOFT
F568-1	12	16.468	10000.0	1.096	0.400	LOCK_FAIL
F568-3	18	0.805	4876.7	0.346	0.400	LOCK_SOFT
F568-V1	15	17.112	10000.0	1.200	0.184	LOCK_FAIL
F571-8	13	13.518	7181.2	0.200	0.400	LOCK_FAIL
F571-V1	7	0.000	3222.2	0.315	0.400	LOCK_OK

F574-1	14	0.167	4152.9	0.751	0.400	LOCK_OK
F574-2	5	19.945	200.0	0.200	0.050	LOCK_FAIL
F579-V1	14	3.247	5618.5	1.200	0.050	LOCK_SOFT
F583-1	25	0.239	3718.0	1.120	0.400	LOCK_OK
F583-4	12	0.054	6783.4	0.263	0.050	LOCK_OK
IC2574	34	15.628	1480.3	0.200	0.400	LOCK_FAIL
IC4202	32	2.644	1794.1	1.200	0.400	LOCK_SOFT
KK98-251	15	44.783	641.0	0.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC0024	29	24.191	9628.8	0.926	0.400	LOCK_FAIL
NGC0055	21	7.203	1704.4	0.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC0100	21	4.806	5256.2	0.200	0.400	LOCK_SOFT
NGC0247	26	0.027	3553.5	0.758	0.050	LOCK_OK
NGC0289	28	1.481	2532.3	0.658	0.050	LOCK_SOFT
NGC0300	25	3.107	5748.9	0.373	0.400	LOCK_SOFT
NGC0801	13	0.000	3562.5	0.559	0.106	LOCK_OK
NGC0891	18	1.939	5073.9	0.200	0.400	LOCK_SOFT
NGC1003	36	1.255	3926.1	0.256	0.400	LOCK_SOFT
NGC1090	24	0.218	2640.2	0.462	0.400	LOCK_OK
NGC1705	14	17.768	10000.0	0.878	0.400	LOCK_FAIL
NGC2366	26	14.370	1596.6	0.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC2403	73	15.253	6571.5	0.445	0.257	LOCK_FAIL
NGC2683	11	0.012	4245.9	0.617	0.085	LOCK_OK
NGC2841	50	42.130	10000.0	0.960	0.222	LOCK_FAIL
NGC2903	34	14.916	10000.0	0.250	0.243	LOCK_FAIL
NGC2915	30	44.953	10000.0	0.711	0.400	LOCK_FAIL
NGC2955	24	0.018	4311.4	0.400	0.231	LOCK_OK
NGC2976	27	2.159	4652.6	0.200	0.400	LOCK_SOFT
NGC2998	13	0.149	4374.5	1.067	0.050	LOCK_OK
NGC3109	25	7.867	4877.1	0.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC3198	43	0.000	3253.9	0.536	0.400	LOCK_OK
NGC3521	41	2.971	10000.0	0.488	0.214	LOCK_SOFT
NGC3726	12	0.021	3013.6	0.280	0.400	LOCK_OK
NGC3741	21	4.080	4712.5	0.200	0.050	LOCK_SOFT
NGC3769	12	0.022	2943.3	0.338	0.400	LOCK_OK
NGC3877	13	0.884	10000.0	0.270	0.125	LOCK_SOFT
NGC3893	10	1.009	5253.0	0.430	0.400	LOCK_SOFT
NGC3917	17	1.042	5721.0	0.300	0.400	LOCK_SOFT
NGC3949	7	0.298	10000.0	0.292	0.177	LOCK_OK
NGC3953	8	0.019	7528.1	0.584	0.050	LOCK_OK
NGC3972	10	1.610	7966.2	0.246	0.400	LOCK_SOFT
NGC3992	9	0.000	3379.1	0.908	0.302	LOCK_OK
NGC4010	12	1.025	4760.2	0.200	0.400	LOCK_SOFT
NGC4013	36	0.373	3855.9	0.334	0.400	LOCK_OK
NGC4051	7	0.071	5664.5	0.411	0.050	LOCK_OK
NGC4068	6	3.493	1617.3	0.200	0.050	LOCK_SOFT
NGC4085	7	0.233	3877.9	0.200	0.400	LOCK_OK
NGC4088	12	0.002	2890.5	0.309	0.225	LOCK_OK
NGC4100	24	0.180	6232.3	0.636	0.050	LOCK_OK
NGC4138	7	0.073	5617.0	0.540	0.050	LOCK_OK
NGC4157	17	0.001	3294.5	0.331	0.400	LOCK_OK
NGC4183	23	0.521	2471.6	0.979	0.050	LOCK_SOFT
NGC4214	14	6.401	9309.8	0.649	0.400	LOCK_FAIL
NGC4217	19	9.628	1347.7	0.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC4389	6	4.457	280.2	0.200	0.400	LOCK_SOFT
NGC4559	32	0.849	2078.0	0.438	0.400	LOCK_SOFT
NGC5005	18	1.331	7279.8	0.266	0.400	LOCK_SOFT
NGC5033	22	1.353	6509.9	0.407	0.050	LOCK_SOFT

NGC5055	28	0.021	5041.2	0.373	0.101	LOCK_OK
NGC5371	19	1.275	1233.5	0.768	0.254	LOCK_SOFT
NGC5585	24	0.972	4038.9	0.200	0.386	LOCK_SOFT
NGC5907	19	0.003	2975.9	0.880	0.091	LOCK_OK
NGC5985	33	33.789	10000.0	1.200	0.050	LOCK_FAIL
NGC6015	44	1.068	6479.5	0.595	0.050	LOCK_SOFT
NGC6195	23	0.082	2577.0	0.211	0.350	LOCK_OK
NGC6503	31	1.271	6725.1	0.399	0.050	LOCK_SOFT
NGC6674	15	0.030	2946.9	1.095	0.400	LOCK_OK
NGC6789	4	6.223	10000.0	1.200	0.400	LOCK_FAIL
NGC6946	58	0.140	2794.3	0.452	0.400	LOCK_OK
NGC7331	36	0.831	3986.1	0.316	0.400	LOCK_SOFT
NGC7793	46	1.029	4224.2	0.483	0.400	LOCK_SOFT
NGC7814	18	4.831	7526.5	0.200	0.400	LOCK_SOFT
PGC51017	6	56.412	200.0	0.574	0.050	LOCK_FAIL
UGC00128	22	0.960	2744.1	1.200	0.050	LOCK_SOFT
UGC00191	9	0.000	3239.1	0.877	0.400	LOCK_OK
UGC00634	4	0.261	4324.8	0.317	0.400	LOCK_OK
UGC00731	12	1.507	4159.1	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC00891	5	0.237	2806.3	0.200	0.050	LOCK_OK
UGC01230	11	0.597	2255.3	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC01281	25	0.719	3829.3	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC02023	5	0.191	1661.6	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC02259	8	3.901	6245.9	1.200	0.050	LOCK_SOFT
UGC02455	8	35.667	364.4	0.200	0.050	LOCK_FAIL
UGC02487	17	5.581	5599.4	1.130	0.400	LOCK_FAIL
UGC02885	19	0.777	7375.0	0.425	0.050	LOCK_SOFT
UGC02916	43	1.989	1907.8	0.736	0.400	LOCK_SOFT
UGC02953	115	47.433	7655.8	0.546	0.400	LOCK_FAIL
UGC03205	48	2.643	9432.5	0.669	0.050	LOCK_SOFT
UGC03546	30	1.042	4008.3	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC03580	47	10.365	1764.3	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC04278	25	6.653	6611.0	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC04305	22	107.692	200.0	0.879	0.050	LOCK_FAIL
UGC04325	8	5.940	7512.2	1.200	0.050	LOCK_FAIL
UGC04483	8	4.553	1501.7	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC04499	9	0.218	2622.3	0.332	0.400	LOCK_OK
UGC05005	11	0.685	2181.1	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC05253	73	2.083	4442.8	0.363	0.400	LOCK_SOFT
UGC05414	6	0.023	2585.9	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC05716	12	0.521	2552.5	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC05721	23	27.733	10000.0	0.655	0.400	LOCK_FAIL
UGC05750	11	1.068	2064.0	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC05764	10	12.152	7356.7	1.200	0.050	LOCK_FAIL
UGC05829	11	2.981	1511.4	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC05918	8	0.500	2414.0	1.200	0.050	LOCK_SOFT
UGC05986	15	9.763	10000.0	0.250	0.400	LOCK_FAIL
UGC05999	5	0.042	3049.2	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC06399	9	0.766	5891.0	0.316	0.400	LOCK_SOFT
UGC06446	17	0.961	3917.0	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC06614	13	1.658	2195.9	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC06628	7	13.492	200.0	0.802	0.050	LOCK_FAIL
UGC06667	9	22.643	10000.0	1.200	0.116	LOCK_FAIL
UGC06786	45	29.788	10000.0	0.454	0.400	LOCK_FAIL
UGC06787	71	44.465	9174.1	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC06818	8	0.083	2654.4	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC06917	11	0.466	4793.7	0.475	0.400	LOCK_SOFT
UGC06923	6	0.193	3857.8	0.200	0.400	LOCK_OK

UGC06930	10	0.232	1859.7	0.976	0.400	LOCK_OK
UGC06973	9	0.938	6379.0	0.200	0.236	LOCK_SOFT
UGC06983	17	0.006	3362.3	0.949	0.400	LOCK_OK
UGC07089	12	0.310	2180.9	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC07125	13	39.690	449.6	0.743	0.400	LOCK_FAIL
UGC07151	11	0.057	2871.1	0.541	0.400	LOCK_OK
UGC07232	4	1.153	6022.8	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC07261	7	0.002	3376.8	0.921	0.050	LOCK_OK
UGC07323	10	0.022	3485.6	0.200	0.400	LOCK_OK
UGC07399	10	30.603	10000.0	1.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC07524	31	0.545	2452.6	0.713	0.400	LOCK_SOFT
UGC07559	7	5.891	1020.3	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC07577	9	27.252	241.4	0.200	0.050	LOCK_FAIL
UGC07603	12	8.558	8536.9	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC07608	8	2.857	8234.5	0.229	0.400	LOCK_SOFT
UGC07690	7	0.214	1730.3	0.915	0.400	LOCK_OK
UGC07866	7	1.731	939.7	0.717	0.400	LOCK_SOFT
UGC08286	17	3.299	4730.4	1.119	0.400	LOCK_SOFT
UGC08490	30	3.666	4822.1	0.934	0.400	LOCK_SOFT
UGC08550	11	0.168	3842.5	0.751	0.400	LOCK_OK
UGC08699	41	2.828	5517.9	0.525	0.400	LOCK_SOFT
UGC08837	8	12.937	766.9	0.200	0.400	LOCK_FAIL
UGC09037	22	1.010	2117.2	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC09133	68	0.280	2929.5	0.730	0.400	LOCK_OK
UGC09992	5	5.232	435.6	1.200	0.050	LOCK_FAIL
UGC10310	7	0.685	1648.1	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC11455	36	3.992	5652.2	0.268	0.400	LOCK_SOFT
UGC11557	12	3.553	760.4	0.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC11820	10	1.708	1909.4	1.160	0.400	LOCK_SOFT
UGC11914	65	3.946	10000.0	1.042	0.136	LOCK_SOFT
UGC12506	31	4.151	5183.4	1.200	0.050	LOCK_SOFT
UGC12632	15	1.540	2014.7	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGC12732	16	0.712	2474.6	1.200	0.400	LOCK_SOFT
UGCA281	7	0.004	3059.4	0.251	0.400	LOCK_OK
UGCA442	8	0.004	3210.6	0.200	0.400	LOCK_OK
UGCA444	36	12.982	1715.6	1.200	0.400	LOCK_FAIL

Примечание о воспроизводимости: Таблица E.1 соответствует контрольному расчёту по листингу Приложения A (v4.1, безразмерная нормировка шага оптимизатора L-BFGS-B, декомпозиция по R_med); суммарное число точек по 175 галактикам — 3391. Пограничные объекты вблизи порога классификации $\Delta\chi^2 = 0.4$: NGC4013 ($\Delta\chi^2 = 0.373$, LOCK_OK) и UGC06917 ($\Delta\chi^2 = 0.466$, LOCK_SOFT) (см. раздел 6.4). Все числовые результаты контрольного расчёта v4.1 (таблица E.1, бенчмарк раздела 6.4, вердикты в аннотации и выводах) получены в квадратичной конвенции V^2_gas (GAS_SIGNED = False листинга Приложения A); основная знаковая конвенция sign(V_gas)·V^2_gas и её влияние описаны в разделе 6.1.