УДК 531.51 : 530.145 : 514.8

Бутылкин В. Г.

независимый исследователь

(г. Кострома, Костромская область, Россия)

E-mail: vladimir307@mail.ru

ГИПОТЕЗА ГРАВИТАЦИОННОГО РЕЗОНАНСА: ОПЕРАТОРНЫЙ И КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ — ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПРОГРАММА ВЕРИФИКАЦИИ

Аннотация:

В работе развивается гипотеза гравитационного резонанса (ГГР) — феноменологическая модель, в которой классическое пространство-время рассматривается как эмерджентный результат фазовой синхронизации дискретных информационных элементов Квантового информационного поля (КИП). Микроскопическая база формализуется в терминах некоммутативной геометрии Алана Конна (спектральная тройка $(A, H, \hat{D})$). Показано, что линеаризованная динамика синхронизации с инерцией в высокочастотном режиме даёт волновое уравнение, а характерная скорость фронта синхронизации $c_{eff} = a\sqrt{(K/m)}$ при планковских значениях масштаба связи a и времени релаксации m совпадает с наблюдаемой скоростью света при дополнительном требовании $K \approx 1/t_{Pl}$. Этот результат следует трактовать как условие согласованности модели, а не как независимое предсказание: отношение l_{Pl}/t_{Pl} равно c по определению планковских единиц. Для гладкого предела $N \to \infty$ (формализм Гейзенберга–Вейля) указаны недостающие элементы построения: непрерывность спектра не эквивалентна гладкости многообразия, а дифференциальное исчисление на предельной алгебре не построено. На галактических масштабах модель приводит к MOND-подобной феноменологии (логарифмический потенциал, закон Талли–Фишера), совпадающей с известными результатами Мильгрома; обсуждаются её ограничения (скопления галактик, сильное гравитационное линзирование, спектр реликтового излучения). В космологическом аспекте постулируется

догеометрическая эра с фазовым переходом при K > K_c. Статус внешнего параметра времени в этой эре уточнён с учётом постулированной одномерной аффинной структуры оси эволюции; статус времени в космологическом секторе также зафиксирован: модифицированные уравнения Фридмана относятся к макроскопической эпохе (K > K_c), а предел K → K_c трактуется как асимптотический подход к точке перехода со стороны эмерджентного пространства-времени. Предложен механизм динамического поддержания изотропии эффективного лапласиана; обозначена необходимость релятивистского обобщения галактического сектора в форме, согласованной с ограничением на скорость гравитационных волн из GW170817/GRB 170817A. Восстановление лоренцевой сигнатуры реализовано на уровне кандидатной конструкции — лоренцевой спектральной тройки с крейновой структурой, из которой метрический тензор сигнатуры (+, −, −, −) выводится алгебраически из клиффордовой структуры оператора Дирака (п. 2.3.1); строгая программа обоснования сохранена в перечне открытых проблем. Два условия согласованности космологического сектора сформулированы явно: модификация эффективной плотности должна допускать ковариантную реализацию (уравнение непрерывности), а знак dK/da в точке отскока противоположен наивному микроскопическому предположению; оба условия отнесены к открытым проблемам. Сформулирована программа проверки с реалистичными критериями и уровнями неопределённостей, явно перечислены открытые проблемы и критерии фальсификации; план численного прототипа самоорганизации графа КИП (разд. 7.5) задан с заранее зафиксированными критериями успеха и опровержения. Проанализированы логический статус планковской нормировки инерционного параметра (m = t_Pl) — возможная петля калибровки через макроскопические константы c и G — и влияние выбора масштаба r_0 в MOND-потенциале на космологический сектор; обе ситуации сняты разделением нормировочных выборов и физических постулатов с отнесением оставшейся строгости к открытым проблемам. Конкретизированы кандидатная топология сходимости континуального предела

— квантовая метрика Громова–Хаусдорфа Риффеля (разд. 5) — и формализация механизма самоорганизации графа КИП с диссипативной фильтрацией нелокальных связей (разд. 3, с учётом негативного скалярного пилота и векторной итерации разд. 7.5.2); вывод модифицированных уравнений Фридмана выполнен с явным критерием отскока на уровне модельной задачи (разд. 6.4). Все перечисленные конструкции имеют статус кандидатных формализмов; их недоказанные части сохранены в перечне открытых проблем. Проведён пилотный количественный верификационный расчёт галактического сектора на реальных кривых вращения SPARC: ансамблевый χ^2-фит по 33 галактикам (296 радиальных точек) дал медианы $\chi^2/\mathrm{dof} \approx 11{,}6$ для квадратичной формы ГГР ($v^2 = v_bar^2 + v0^2$), $\approx 3{,}0$ для RAR-интерполяции Мильгрома при той же жёсткой привязке v0 к закону Талли–Фишера и $\approx 0{,}5$ для NFW-подгонки со свободными параметрами гало; привязка v0 подтверждена для спиралей с достигнутым плато на уровне ~10–20%. Квадратичная форма адекватна массивным спиралям (NGC2403, NGC3521, NGC5907: $\chi^2/\mathrm{dof} < 0{,}2$), но фальсифицируется карликами в переходной зоне, поэтому в качестве реализации MOND-предела рекомендована RAR-интерполяция (разд. 7.3.1). Галактический сектор построен на вариационном фундаменте: RAR-интерполяция выведена из функционала когерентности Бекенштейна–Мильгрома с ядром $f(y) = y - \ln(1+y)$, что устраняет изолированное постулирование квадратичной формы (разд. 6.2) и фиксирует сводную карту применимости модификаций; механизм жёсткости спектра оператора Дирака получает статус фазово-независимого спектрального селектора нелокальных связей (разд. 3). Рассчитан бюджет космического вариационного шума на младших мультиполях (разд. 7.4.1): предельная точность измерения r — 13,1% (7,65σ) даже при бесшумной аппаратуре. Выполнена векторная O(d)-итерация численного прототипа самоорганизации графа КИП (разд. 7.5.2): подсаженная одномерная топология S^1 кодируется динамикой ($r = 0{,}78 \pm 0{,}22$ против контроля $0{,}46 \pm 0{,}17$, положительный сдвиг на всех сидах), тогда как для двумерного тора T^2 геометрического преимущества не обнаружено ($r = 0{,}57 \pm$

0,10 против 0,49 ± 0,14 в декоррелированном контроле), а корреляция выживших рёбер с латентной геометрией статистически нулевая во всех сценариях; основной вес программы проверки перенесён на механизм жёсткости спектра оператора Дирака, не зависящий от скалярной или векторной природы фазы (разд. 3, 8). Сравнительный обзор эмерджентного статуса ГГР относительно теории струн, петлевой квантовой гравитации и причинных динамических триангуляций приведён в разд. 6.1; в разд. 6.4 масштабный фактор задан гладкой сигмоидой, устраняющей разрыв ступенчатой функции Хевисайда в определении a(t). В перечень открытых проблем включено требование явного динамического векторного поля A_μ в скалярно-векторном секторе когерентности для обеспечения c_T = c (разд. 8). Приведены иллюстративные графики фазового перехода Курамото и спектральных зазоров усечённой матрицы $\hat{X}_N$.

Ключевые слова: квантовое информационное поле; некоммутативная геометрия; спектральная тройка Конна; уравнение Курамото; эмерджентная гравитация; MOND-феноменология; космологическая сингулярность; нарушение Лоренц-инвариантности.

1. Введение и постановка проблемы

Современная теоретическая физика находится в состоянии концептуального кризиса, вызванного несовместимостью общей теории относительности (ОТО) и квантовой теории поля (КТП). Пертурбативное квантование метрики приводит к неустранимым ультрафиолетовым расходимостям и проблеме неперенормируемости. Альтернативные направления развиваются по нескольким линиям. Т. Якобсон [1] вывел уравнения Эйнштейна из термодинамики горизонтов причинности ($dQ = T \cdot dS$); Э. Верлинде [2] интерпретировал гравитацию как энтропийную силу; тезис Дж. Уилера «It from bit» постулирует информационный базис физической реальности. Тем не менее стандартные подходы (петлевая квантовая гравитация, теория струн) сталкиваются либо с проблемой фонового

многообразия, либо с трудностями построения гладкого макроскопического предела.

Гипотеза гравитационного резонанса (ГГР) [27] предлагает смену парадигмы: четырёхмерное псевдориманово пространство-время не является априорной ареной физических процессов, а рассматривается как макроскопический эмерджентный результат фазовой синхронизации дискретных элементов КИП. Важно явно ограничить уровень притязаний настоящей работы: ГГР — это гипотеза в сочетании с феноменологией и программой проверок, а не завершённая теория. Работа не содержит ни строгого вывода метрики из первых принципов, ни экспериментально зафиксированных сигналов; все ключевые утверждения снабжены указанием, что является выводом, что постулатом, а что открытой проблемой. Ряд следствий модели (плоские кривые вращения, подавление первичных тензорных мод, возможные короткодействующие отклонения гравитации) сформулирован в разделе 7 в виде проверяемых критериев с указанием текущих наблюдательных ограничений.

2. Методологический раздел: алгебраическая структура КИП

2.1. Обоснование выбора некоммутативной геометрии

Выбор аппарата некоммутативной геометрии (NCG) Алана Конна продиктован попыткой построить фоновонезависимую модель. В отличие от квантования на решётке, дискретизация в NCG не задаёт координатную сетку: базовым объектом служит абстрактная C*-алгебра, что позволяет избежать «выделенного направления» решётки и сопутствующего нарушения Лоренц-инвариантности на макроуровне. NCG объединяет геометрические и калибровочные степени свободы в едином спектральном формализме. Ограничение такого выбора обсуждается в разделе 5: NCG предоставляет язык, но не решает автоматически проблему континуального предела.

2.2. Связь спектральной тройки Конна с физической реальностью

Математическим базисом КИП служит спектральная тройка (A, H, $\hat{D}$). Элементы структуры переводятся в физические термины следующим образом:

• Алгебра A: некоммутативная C*-алгебра, кодирующая квантовые корреляции и операторы локальных информационных переходов. В коммутативном макроскопическом пределе A изоморфна алгебре гладких функций на многообразии.

• Гильбертово пространство H: суперпозиции распределений фазовой плотности узлов КИП; состояния H интерпретируются как квантовомеханические волновые функции элементарных возбуждений.

• Оператор Дирака $\hat{D}$: самосопряжённый оператор, играющий роль информационного метрического градиента. В настоящей работе принято соглашение о размерности D как $[T^{-1}]$ — размерность обратного времени (оператор частотного градиента); в стандартной конвенции Конна норма $\|\hat{D}\|$ имеет размерность обратной длины. Несоответствие снимается пересчётом через скорость света (см. 2.3); выбор конвенции сделан явно, чтобы не смешивать формулы с разной размерностью. Замечание о согласованности конвенций (спектральное действие): в спектральном действии Конна $S(\Lambda) = \mathrm{Tr}(f(\hat{D}/\Lambda))$ масштаб обрезания Λ по построению имеет ту же размерность, что и $\hat{D}$, то есть в принятой здесь конвенции — размерность частоты $[T^{-1}]$, а не обратной длины; во всех будущих лагранжианах (включая вариацию спектрального функционала по метрике, разд. 6.4 и 8) масштаб Λ должен сохранять размерность частоты, что исключает смешение конвенций $[L^{-1}]$ и $[T^{-1}]$ в одном выражении.

2.3. Метрика Конна

Топологические «точки» пространства определяются как экстремальные состояния алгебры A. Геодезическое расстояние между состояниями задаётся спектральной формулой Конна в её стандартной форме:

$$d(\rho_1, \rho_2) = \sup\{ |\rho_1(f) - \rho_2(f)| : f \in A_sa,\ \|[\hat{D}, f]\| \le v_0 \},\quad v_0 \equiv 1\ c^{-1}$$

В стандартном определении Конна супремум берётся по самосопряжённым элементам алгебры A (обозначение $f \in A_{sa}$, $f = f^*$); ограничение по самосопряжённой подалгебре гарантирует вещественность $|\rho_1(f) - \rho_2(f)|$ и, тем самым, вещественность расстояния.

Ограничение $\|[\hat{D}, f]\| \leq \nu_0$ задаёт липшицеву норму относительно оператора $\hat{D}$: норма коммутатора имеет размерность $[c^{-1}]$, поэтому её значение сравнивается с константой ν_0 той же размерности (эквивалентная безразмерная запись — $\|[\hat{D}, f]\|/\nu_0 \leq 1$); далее используется $\nu_0 \equiv 1\ c^{-1}$. При принятой в этой работе конвенции (D — частотный оператор) расстояние в метрах восстанавливается умножением на характерную скорость фронта c_eff: d[м] = c_eff · d[c]. При полной синхронизации (параметр порядка $r \to 1$) c_eff асимптотически отождествляется с наблюдаемой скоростью света; механизм этого отождествления обсуждается в разделе 3 и не является в настоящей работе строгим выводом. Подчеркнём: в спектральной формуле Конна расстояние всюду выражено в единицах времени [c]; переход к метрам d[м] = c_eff·d[c] согласован с размерностью коммутатора $[\hat{D}, f] = [c^{-1}]$.

Переход к псевдоримановой интервальной форме (тензорное представление в макропределе). В коммутативном макроскопическом пределе алгебра A изоморфна $C^\infty(M)$, состояния — точкам $x \in M$, и спектральная формула Конна переходит в классическое супремум-представление расстояния: $d(x_1, x_2) = \sup\{ |f(x_1) - f(x_2)| : f \in C^\infty(M), \|df\| \leq 1 \}$. При локальной аппроксимации метрики касательным пространством из этого равенства следует тензорное выражение для интервала $ds^2 = g_{\mu\nu} \cdot dx^\mu \cdot dx^\nu = (c_{eff} \cdot dt)^2 - \delta_{ij} \cdot dx^i \cdot dx^j$, то есть метрический тензор восстанавливается как $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1, -1)$; согласованность размерностей обеспечивается конвенцией раздела 2.2 (D — частотный оператор, $\|[\hat{D}, f]\| \leq \nu_0 \Leftrightarrow |\nabla f| \leq \nu_0 / c_{eff}$). Тем самым сигнатура (+, −, −, −) восстанавливается из спектральных данных в том же приближении, в котором восстанавливается гладкость (раздел 5); строгая проверка этой эквивалентности — открытая проблема, включающая строгое математическое обоснование псевдориманова обобщения формулы Конна на

случай лоренцевой сигнатуры (раздел 8). Необходимо честно зафиксировать концептуальный статус этого шага: спектральная формула Конна в стандартной форме по построению даёт строго положительно определённое (эвклидово) расстояние и в принципе не может воспроизвести псевдориманов интервал с нулевыми (светоподобными) и мнимыми (пространственноподобными) значениями; поэтому переход от эвклидовой формулы Конна к лоренцеву интервалу — не техническое обобщение, а концептуальный вызов, требующий фундаментальной модификации супремум-формализма, например перехода к причинным структурам, в которых расстояние задаётся отношением причинности. Следует также подчеркнуть два технических обстоятельства, усугубляющих этот вызов. Во-первых, при лобовой подстановке лоренцевой метрики (+, −, −, −) в супремум-формулу коммутатор $[\hat{D}, f]$ в направлении с отрицательным знаком порождает мнимые компоненты, а сам супремум либо перестаёт быть определённым, либо формально расходится вдоль световых конусов, где инвариантная норма обращается в нуль. Во-вторых — и это принципиально для модели — причинность на микроуровне нельзя содержательно сформулировать без лоренцевой метрики: альтернативные определения расстояния, построенные на причинном порядке, сами предполагают уже заданную временную ориентацию. Поэтому в ГГР восстановление сигнатуры и восстановление причинности — не независимые, а связанные задачи: до их решения формула Конна описывает догеометрическую эру лишь как пространство со строго положительной (эвклидовой) геометрией, и ни один результат модели, опирающийся на причинную структуру (ограничение скорости фронта, хронологическая защита), на этом уровне не является строго обоснованным. Отметим, что в этом направлении уже ведутся исследования: программы лоренцевых спектральных троек развиваются в работах М. Пашке и А. Ситарца [3], а строгая аналитическая формулировка псевдоримановых спектральных троек предложена К. ван ден Дунгеном, М. Пашке, А. Ренни и А. Штромайером [4]; интеграция этих конструкций со спектральной формулой Конна в рамках ГГР — отдельная открытая задача

(раздел 8). Отметим, кроме того, что в лоренцевом случае метрическое расстояние по Конну часто заменяется причинным расстоянием (causal time-distance) — временным промежутком, определяемым через причинный порядок: такая конструкция для некоммутативной лоренцевой геометрии глобально гиперболических пространств-времени введена В. Моретти [5], а её спектрально-тройная реализация развита Н. Франко [6]; включение причинного расстояния в формализм ГГР отнесено к открытым проблемам (раздел 8). Следовательно, до внедрения причинного расстояния (causal time-distance) [5,6] в формализм ГГР рассуждения о высокочастотном волновом режиме и об ограничении скорости фронта синхронизации (раздел 3) остаются эвклидовыми аналогами, лишёнными макроскопического релятивистского смысла, и имеют статус мотивировочной аналогии, а не строго обоснованного результата. Кандидатная алгебраическая конструкция такого обобщения — лоренцева спектральная тройка с крейновой структурой и выводом метрического тензора из клиффордовой структуры оператора Дирака — представлена в п. 2.3.1; строгая программа (супремум-форма для индефинитного случая, согласование с причинным расстоянием) сохранена в перечне открытых проблем (разд. 8, п. 11).

2.3.1. Кандидатная конструкция: лоренцева спектральная тройка с крейновой структурой и алгебраический вывод метрического тензора

Выше зафиксировано, что стандартная спектральная формула Конна по построению даёт строго положительно определённое (эвклидово) расстояние, и вопрос о восстановлении псевдоримановой сигнатуры признан концептуальным вызовом. В рамках программы ГГР разработана кандидатная конструкция, устраняющая этот разрыв на алгебраическом уровне: микроскопическое состояние КИП формализуется лоренцевой (крейновой) спектральной тройкой (A, H, D, J). Аксиоматический базис: (i) пространство состояний КИП — комплексное гильбертово пространство H со стандартным положительно определённым скалярным произведением; (ii) на H определён

линейный ограниченный оператор J (фундаментальная симметрия), удовлетворяющий условиям $J = J^* = J^{-1}$ и индуцирующий индефинитное внутреннее произведение $\langle \psi, \varphi \rangle_J := (\psi, J\varphi)$; (iii) локальные информационные переходы кодируются пред-C*-алгеброй A операторов на H, коммутирующей с фундаментальной симметрией ([A, J] = 0), что гарантирует инвариантность крейнова скалярного произведения при действии элементов алгебры; (iv) информационный метрический градиент задаётся лоренцевым оператором Дирака D — плотно определённым неограниченным оператором, строго J-самосопряжённым относительно крейновой структуры: $D^+_J := J \cdot D^* \cdot J = D$.

Макроскопический коммутативный предел описывается в фазе полной синхронной когерентности (K > K_c): локально алгебра A изоморфна классической алгебре гладких функций с компактным носителем $A \cong C^\infty_c(M)$ на четырёхмерном дифференцируемом многообразии M, элементы которой действуют поточечным умножением в пространстве спинорных полей $H = L^2(M, S)$; фундаментальная симметрия локально реализуется нулевой матрицей Дирака $J = \gamma^0$ со стандартными свойствами $(\gamma^0)^* = \gamma^0$, $(\gamma^0)^2 = I$. Лоренцев оператор Дирака в частотной конвенции раздела 2.2 (размерность $[c^{-1}]$) записывается через гладкие коэффициенты локальных тетрад (вельбейнов) $e_a^\mu(x)$ и матрицы Дирака алгебры Клиффорда $\{\gamma^a, \gamma^b\} = 2\eta^{ab}$, $\eta^{ab} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1, -1)$:

$$D = i \cdot \nu_0 \cdot l_{Pl} \cdot \Sigma_{a=0..3} \gamma^a \cdot e_a^\mu(x) \cdot \partial_\mu + \Omega_s(x),$$

где $\nu_0 \equiv 1\ c^{-1}$ — нормировочная частота, l_Pl — планковская длина (локальный масштаб корреляции графа КИП), $\Omega_s(x)$ — спиновая связность (ограниченный операторный член). Условие J-самосопряжённости выполняется тождественно в силу релятивистского свойства матриц Дирака $(\gamma^a)^* = \gamma^0 \cdot \gamma^a \cdot \gamma^0$: $\gamma^0 \cdot D^* \cdot \gamma^0 = D$. Для вещественной функции $f \in A \cong C^\infty_c(M)$ вычисление коммутатора по правилу Лейбница (члены без производной и спиновая связность сокращаются в силу линейности операторов умножения) даёт строго локальный алгебраический вид операторного градиента:

$$[D, f] = i \cdot \nu_0 \cdot l_{Pl} \cdot \gamma^a \cdot e_a^\mu \cdot \partial_\mu f.$$

Псевдориманова метрическая структура восстанавливается индефинитной квадратичной формой операторного градиента, задаваемой крейновой обёрткой G(f) := [D, f]⁺·J·[D, f] = [D, f]*·γ⁰·[D, f]. Подстановка выражения для коммутатора, применение свойства эрмитова сопряжения (γ^a)* = γ⁰·γ^a·γ⁰ и вычисление нормированного следа по спинорным индексам (tr(γ^a·γ^b) = 4·η^{ab}) дают:

(1/4)·Tr_S(γ⁰·G(f)) = (v₀·l_Pl)²·η^{ab}·e_a^μ·e_b^ν·∂_μ f·∂_ν f,

откуда метрический тензор эмерджентного пространства-времени восстанавливается как g^{μν}(x) = η^{ab}·e_a^μ(x)·e_b^ν(x). Тем самым: (а) метрический тензор сигнатуры (+, −, −, −) не постулируется как фоновое свойство арены физических процессов, а является следствием внутренней клиффордовой структуры оператора Дирака на крейновых пространствах КИП; (б) квадратичная форма операторного градиента η^{μν}·∂_μ f·∂_ν f ≥ 0 на времениподобных направлениях запрещает пространственноподобные информационные переходы; (в) масштабный переход от частотного оператора [c^{-1}] к пространственным метрам реализуется инвариантом c_eff = ν_0·l_Pl, отождествляемым с c в когерентном макрорежиме (ср. разд. 2.3, 3).

Статус конструкции: кандидатная (предложенная), а не доказанная из динамики КИП. Аксиомы (i)–(iv) постулируются; связь фундаментальной симметрии J с динамикой фазовой синхронизации не установлена; согласование с конструкциями причинного расстояния [5,6] не выполнено; строгое супремум-представление расстояния для индефинитной метрики не переформулировано — тройка (A, H, D, J) восстанавливает метрический тензор, но не даёт лоренцева аналога самой спектральной формулы расстояния. Поэтому ограничение, зафиксированное выше в настоящем разделе, остаётся в силе: конструкция указывает конкретное направление решения и снимает принципиальное возражение о невозможности лоренцева обобщения на алгебраическом уровне, однако строгая программа (вывод аксиом из субдинамики КИП, согласование с причинным расстоянием, супремум-форма для индефинитного случая) — открытая задача (разд. 8, п. 11). Дополнительное

усиление ограничения: лоренцева спектральная тройка (A, H, D, J) в её настоящем виде генерирует лишь локальный метрический тензор g^{μν}(x), но не задаёт глобальную причинную топологию эмерджентного пространства-времени. Пока причинный порядок (causal poset) не внедрён в формализм явно — например, через причинное расстояние (causal time-distance) Моретти–Франко [5,6], — эмерджентное ограничение скорости фронта синхронизации c_eff (разд. 3) сохраняет статус эвклидовой аналогии, а не релятивистского запрета: вся динамика синхронизации Курамото происходит по внешнему «абсолютному» аффинному параметру t, что на догеометрическом уровне фактически воспроизводит ньютоновское представление об абсолютном времени. Внедрение причинного порядка и переход от локального тензора к глобальной причинной структуре включены в перечень открытых проблем (разд. 8, п. 11).

Статус волновых режимов и ограничения c_eff. До интеграции причинного расстояния (causal time-distance) Моретти–Франко [5,6] в формализм ГГР волновые режимы и ограничение скорости фронта синхронизации c_eff (разд. 3) носят статус эвклидовой аналогии, а не релятивистского запрета: вся динамика синхронизации Курамото эволюционирует по внешнему «абсолютному» аффинному параметру t (ньютоновское представление об абсолютном времени), и ни одно утверждение о причинной структуре на этом уровне строго не обосновано (разд. 8, п. 11).

2.4. Лоренц-инвариантность и ограничения на её нарушение

В макроскопическом пределе непрерывные симметрии пространства-времени должны индуцироваться группой автоморфизмов Aut(A). Строгий вывод группы Пуанкаре из Aut(A) в рамках алгебраической квантовой теории поля (AQFT) — нетривиальная задача; близкие по духу результаты известны: теорема Бизоньяно–Викмана связывает модулярные автоморфизмы алгебр локализованных областей с преобразованиями псевдоортохронной группы Лоренца, а работы Борхерса исследуют связь модулярной группы с

пространственными симметриями. В настоящей работе возникновение группы Пуанкаре из Aut(A) принимается как рабочая гипотеза, а не как доказанный результат.

На планковских масштабах допускается деформация непрерывной Лоренц-инвариантности (например, до симметрии алгебр Хопфа типа к-Пуанкаре), при этом эффекты нарушения Лоренц-инвариантности (LIV) подавлены фактором (E/E_Pl)^α, где E_Pl ≈ 1,22·10¹⁹ ГэВ — планковская энергия. Здесь важно правильно прочитать наблюдательные данные: гамма-астрономия уже исключила линейные поправки (α = 1). Так, наблюдения гамма-всплеска GRB 090510 дают для линейного порядка E_QG > 9,3·10¹⁹ ГэВ, то есть выше планковского масштаба [7,8]. Следовательно, согласованность с наблюдениями требует в моделях со степенным подавлением α ≥ 2; параметр α = 1 для ГГР фальсифицирован текущими данными. Это ограничение учитывается при построении асимптотической сходимости Aut(A) к классической группе Пуанкаре.

3. Скорость фронта синхронизации и вопрос о скорости света

Фазовая макродинамика элементов КИП моделируется уравнением Курамото с инерцией [9,10,11]:

$$m \cdot d^2\theta_i/dt^2 + d\theta_i/dt = \omega_i + (K/N) \cdot \Sigma_j \sin(\theta_j - \theta_i),$$

где θ_i — фаза i-го узла, t — время [c], m — эффективный инерционный параметр (время релаксации) [c], ω_i — собственная частота [рад/с], K — константа связи [c^{-1}]. При K > K_c система переходит в частично или полностью синхронизированное состояние, характеризуемое параметром порядка $r(t) \cdot e^{(i\psi(t))} = (1/N) \cdot \Sigma_j e^{(i\theta_j)}$.

Линеаризация малых флуктуаций $\delta\theta_i$ вокруг однородного синхронного состояния даёт:

$$m \cdot d^2(\delta\theta_i)/dt^2 + d(\delta\theta_i)/dt \approx (K/N) \cdot \Sigma_j (\delta\theta_j - \delta\theta_i).$$

Ключевой и наименее тривиальный шаг — переход от всесвязной системы к пространственному континууму. Среднее поле глобальной модели

Курамото даёт локальное обыкновенное дифференциальное уравнение без пространственной структуры; лапласиан в правой части возникает только при предположении о локальной связности ближнего порядка с характерным шагом a:

$$(1/N)\cdot\Sigma_j\,(\delta\theta_j - \delta\theta_i) \to a^2\cdot\Delta\delta\theta(x,\,t),$$

$$m\cdot\partial^2\delta\theta/\partial t^2 + \partial\delta\theta/\partial t = K\cdot a^2\cdot\Delta\delta\theta.$$

Предполагается, что на пред-геометрическом уровне дальнодействующие связи глобальной модели Курамото эффективно подавлены, формируя топологию локальной квазирешетки (или случайной триангуляции) с характерным масштабом связи a. При переходе к ближнему порядку суммирование ведётся уже не по всему ансамблю из N узлов, а по координационному числу Z (числу ближайших соседей), и нормировочный множитель меняется с 1/N на 1/Z; объединение обоих нормировочных факторов задаёт эффективную константу связи $K_{eff} = K\cdot(N/Z)$, которая в записанном выше уравнении (и всюду ниже) обозначена просто K. Выбор этой константы не влияет на вид лапласиана Δ, поэтому в формулах сохранена запись с K.

Это уравнение типа «волновое с затуханием» (телеграфного типа). В высокочастотном режиме $\omega \gg 1/m$ диссипативный член пренебрежимо мал, и уравнение сводится к волновому:

$$\partial^2\delta\theta/\partial t^2 - (K\cdot a^2/m)\cdot\Delta\delta\theta = 0, \quad c_{eff} = a\sqrt{(K/m)}.$$

В низкочастотном режиме $\omega \ll 1/m$ динамика диффузионна; волновой режим восстановится только на частотах выше 1/m. Сравнение с оператором даламбера $\Box = \partial^2/\partial t^2 - c^2\Delta$ позволяет интерпретировать c_{eff} как характерную скорость фронта синхронизации и отождествить её со скоростью света при $r \to 1$.

Механизм изотропии и статус решётки (ответ на возражение о «скрытой решётке»). Переход $(1/N)\cdot\Sigma_j(\delta\theta_j - \delta\theta_i) \to a^2\cdot\Delta\delta\theta$ не означает априорного введения координатной сетки: величина a — характерный шаг ближнего порядка, т. е. масштаб локальной корреляции графа связей КИП, а Δ — континуальный предел нормированного оператора Лапласа на этом графе.

Строго говоря, рождение макроскопического лапласиана из дискретной структуры относится к области спектральной теории графов (теоремы о сходимости дискретных лапласианов случайных геометрических графов к оператору Лапласа–Бельтрами [12]); соответствующие уточнения сформулированы ниже («Ограничение на переход к лапласиану») и в п. 2 раздела 8. Изотропия на макроуровне поддерживается динамически, если статистика связей однородна по направлениям: корреляционная функция связей зависит только от разности фаз ($\theta_j - \theta_i$), а не от абсолютного направления, поэтому в синхронизированной фазе анизотропные моды лапласиана затухают быстрее основной изотропной моды, и в пределе $N \to \infty$ остаётся изотропный оператор. Жёсткое ограничение на подавление анизотропии. Макроскопический лапласиан КИП обязан иметь квадратичное или более высокое подавление анизотропных поправок ($\alpha \geq 2$) — это необходимое условие эмпирической жизнеспособности модели, а не пожелание. Как зафиксировано в разделе 2.4, линейный порядок подавления ($\alpha = 1$) уже фальсифицирован гамма-астрономией: наблюдения гамма-всплеска GRB 090510 дают $E_QG > 9{,}3 \cdot 10^{19}$ ГэВ, то есть выше планковского масштаба [7,8]. Следовательно, если бы в континуальном пределе графа КИП возникли линейные по (E/E_Pl) анизотропные поправки к изотропному волновому оператору, ГГР была бы закрыта экспериментальными данными первого же порядка; поэтому появление в эффективном лапласиане поправок с $\alpha < 2$ следует считать фальсифицирующим критерием континуального предела наравне с пунктами раздела 8, а механизм динамической изотропизации (затухание анизотропных мод синхронизированной фазы) обязан гарантировать подавление анизотропии не медленнее квадратичного, (E/E_Pl)^α, $\alpha \geq 2$. Количественная проверка механизма (дисперсия скорости фронта по направлениям на модельных графах) — открытая задача (раздел 8).

Ограничение на переход к лапласиану (уточнение). Глобальное среднее поле (all-to-all) в классической модели Курамото принципиально лишено пространственной метрики: если граф связей случайный (так что градиент фазы

зависит только от разности фаз), то при $N \to \infty$ правая часть линеаризованного уравнения сходится не к дифференциальному оператору Лапласа, а к интегральному оператору типа Фредгольма на графе. Следовательно, одного лишь динамического поддержания изотропии недостаточно: для получения именно макроскопического оператора Δ требуется топологическое ограничение на граф связей КИП — граф должен обладать свойством локальной квазирешёточности (ближнего порядка с характерным шагом a) либо представлять собой случайно триангулированное многообразие, как в CDT [13]. Проверка того, что соответствующая статистика графа реализуется динамикой синхронизации, — открытая задача (раздел 8). Формально эта проблема относится к спектральной теории графов (spectral graph theory): рождение макроскопического лапласиана из дискретной структуры — это задача о сходимости операторов Лапласа на случайных геометрических графах (random geometric graphs) к оператору Лапласа–Бельтрами. Для графов, порождённых выборками на гладком подмногообразии, такая сходимость доказана с явными оценками скорости [12], что задаёт математический ориентир для проверки квазирешёточности графа связей КИП. Подчеркнём принципиальное отличие: теоремы [12] доказаны для случайных геометрических графов, порождённых выборками на уже заданном гладком многообразии, тогда как в ГГР многообразие априори отсутствует и должно возникнуть вместе с лапласианом в пределе $N \to \infty$; поэтому результат [12] служит ориентиром, но не переносится на ГГР автоматически (см. п. 2 раздела 8). Предполагается, что топология квазирешётки формируется динамически в процессе минимизации свободной энергии КИП, где топологическая близость (наличие ребра графа) предшествует и обусловливает появление метрической близости на макроуровне.

Рабочая гипотеза (вынесенная на первый план): механизм топологического ограничения задаётся спектральными свойствами самого оператора Дирака $\hat{D}$ — жёсткость его спектра (зазор между низшими модами и высокочастотным континуумом) «отсекает» высокочастотные нелокальные

переходы, оставляя в эффективной динамике ближний порядок. В этом варианте локальность графа связей КИП не постулируется, а возникает как следствие спектрального отклика тройки (A, H, $\hat{D}$); количественная реализация механизма на модельных графах — открытая задача (раздел 8). Идейно этот подход перекликается с программой спектральной геометрии и концепцией квантования спектральных усечений по Конну [14,15], в которой геометрия восстанавливается по спектру оператора Дирака, а конечномерные аппроксимации понимаются как спектральные усечения; отличие ГГР в том, что жёсткость спектра $\hat{D}$ используется здесь для отбора допустимых графов связей, а не для реконструкции уже заданного многообразия. Этот механизм получает приоритетный статус: частотный зазор между низшими модами и УФ-континуумом спектра $\hat{D}$ выступает спектральным селектором, отсекающим нелокальные связи независимо от природы фазовых переменных (скалярных или векторных) — дифференцированный вердикт векторного пилота (разд. 7.5.2: одномерная топология кодируется, двумерная — нет) переводит фазово-независимый спектральный механизм в первоочередную цель верификации (разд. 8).

Динамический механизм самоорганизации графа КИП (формализация). Рабочая гипотеза предыдущего пункта конкретизируется явным формализмом динамического графа. Микроскопическая структура КИП до фазового перехода задаётся взвешенным ориентированным графом G = (V, E), вершины i, j (в количестве N) кодируют дискретные элементы КИП — генераторы алгебры A_N; каждому узлу сопоставлена внутренняя фаза, эволюционирующая по внешнему аффинному параметру времени t (статус t см. ниже). Сила связи не постулируется статической, а определяется динамическим откликом на разность фаз: $W_{ij}(t) = K_{ij}\cdot\Phi(\theta_j(t) - \theta_i(t))$, где K_{ij} — исходная матрица связи глобального среднего поля, а Φ — симметричная функция связи локального отклика с характерным радиусом фазового затухания σ (гауссов либо экспоненциальный профиль: $\Phi(\Delta\theta) = \exp(-\Delta\theta^2/\sigma^2)$). Макродинамика фазовой эволюции ансамбля с учётом релаксационных (инерционных)

процессов описывается системой связанных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с динамическим нормировочным делителем — взвешенной координационным числом $Z_i(t) = \Sigma_j\ W_ij(t)$:

$$m\cdot(d^2\theta_i/dt^2) + (d\theta_i/dt) = \omega_i + (1/Z_i(t))\cdot\Sigma_j\ W_{ij}(t)\cdot\sin(\theta_j - \theta_i).$$

Правая часть этого уравнения изоморфна действию дискретного нормированного нелинейного лапласиана графа $(\Delta_G\ \theta)_i := (1/Z_i)\cdot\Sigma_\{j\in N(i)\}\ W_{ij}\cdot\sin(\theta_j - \theta_i)$. В окрестности синхронизированного состояния ($K > K_c$, $|\theta_j - \theta_i| \ll \sigma$) разложение синуса в ряд Тейлора первого порядка линеаризует оператор в классический дискретный лапласиан графа, и система для малых флуктуаций $\delta\theta$ приобретает матричную форму $m\cdot d^2(\delta\theta)/dt^2 + d(\delta\theta)/dt = \Delta_G\cdot\delta\theta$. Минимизируемый функционал свободной энергии КИП $V[\theta] = -(1/2N)\cdot\Sigma_\{i,j\}\ K_{ij}\cdot\exp(-(\theta_j - \theta_i)^2/\sigma^2)$ задаёт механизм диссипативной фильтрации нелокальных связей: (1) для узлов с некоррелированными собственными частотами высокочастотные фазовые биения приводят к неограниченному росту $|\theta_j(t) - \theta_i(t)|$; (2) в силу экспоненциального затухания Φ динамический вес таких связей стремится к нулю; (3) стабильными остаются исключительно связи внутри критического радиуса захвата фазы ($|\theta_j - \theta_i| < \sigma$, $W_{ij} \to K_{ij}$). Изначально всесвязный граф КИП в синхронизированной фазе динамически разреживается, сбрасывая дальнодействующие нелокальные связи: геометрическая структура коллапсирует в класс локальных квазирешёток с характерным шагом ближнего порядка $a \sim l_Pl$ — то есть формируется именно то топологическое ограничение, отсутствие которого зафиксировано выше как принципиальное возражение.

Континуальный предел: если плотность распределения информационных узлов статистически однородна и изотропна по направлениям, то по теоремам о спектральной сходимости дискретных лапласианов на случайных геометрических графах [12] дискретный лапласиан Δ_G сильно сходится к непрерывному оператору Лапласа–Бельтрами $\Delta_M = (1/\sqrt{g})\cdot\partial_\mu(\sqrt{g}\cdot g^{\mu\nu}\cdot\partial_\nu)$: $\lim_\{N\to\infty\}\|\Delta_G\ \psi - \Delta_M\ \psi\|_\{L^2\} = 0$; в высокочастотном волновом режиме ($\omega \gg 1/m$) диссипативный член становится

пренебрежимо малым, и динамика переходит в изотропное гиперболическое волновое уравнение $\partial^2\delta\theta/\partial t^2 - c_eff^2 \cdot \Delta\delta\theta = 0$ с $c_eff = a\sqrt{(K/m)}$, что согласуется с основным выводом настоящего раздела.

Статус формализма (критический разбор): (i) теоремы [12] доказаны для случайных геометрических графов, порождённых выборками на уже заданном гладком многообразии, тогда как в ГГР многообразие должно быть аттрактором динамики самоорганизации, — это расхождение не устранено (п. 2 разд. 8); (ii) вывод опирается на линеаризованный режим и предположение статистической однородности плотности узлов, которые сами требуют обоснования; (iii) пилотная реализация прототипа (разд. 7.5) показала, что скалярная формулировка с ядром $\Phi(\Delta\theta)$ в связке с всесвязным средним полем не порождает геометрии: всесвязный граф восстанавливается, а не разреживается, а отбор рёбер вырождается в изолинии скалярного поля. Таким образом, формализм настоящего пункта следует читать как конкретизацию гипотезы диссипативной фильтрации с явно указанными её слабыми местами, а не как решение открытой проблемы № 2; векторный параметр порядка реализован в следующей итерации прототипа (разд. 7.5.2) с дифференцированным вердиктом (S^1 кодируется, T^2 — нет); перенос механизма на графы конечной связности и количественная проверка жёсткости спектра $\hat{D}$ — обязательные условия следующей итерации (разд. 7.5, 7.5.2, 8).

Теперь необходимо честно квалифицировать численный результат. Если зафиксировать планковские значения $a = l_Pl = 1{,}616 \cdot 10^{-35}$ м и $m = t_Pl = 5{,}391 \cdot 10^{-44}$ с, то равенство $c_eff = c$ эквивалентно условию $K = c^2 \cdot m/a^2 = 1/t_Pl \approx 1{,}85 \cdot 10^{43}$ с$^{-1}$. При этом следует помнить: отношение $l_Pl/t_Pl \equiv c$ выполняется тождественно по определению планковских единиц ($\sqrt{(\hbar G/c^3)}$ и $\sqrt{(\hbar G/c^5)}$), поэтому совпадение $c_eff = c$ при планковских a и m не является физическим предсказанием — это проверка внутренней согласованности нормировки. Содержательная постановка задачи, которую модель должна решить для превращения данного раздела из интерпретации в теорию, звучит так: вывести

значение K ≈ 1/t_Pl из микроскопической динамики информационных переходов. Это ключевая открытая проблема (раздел 8).

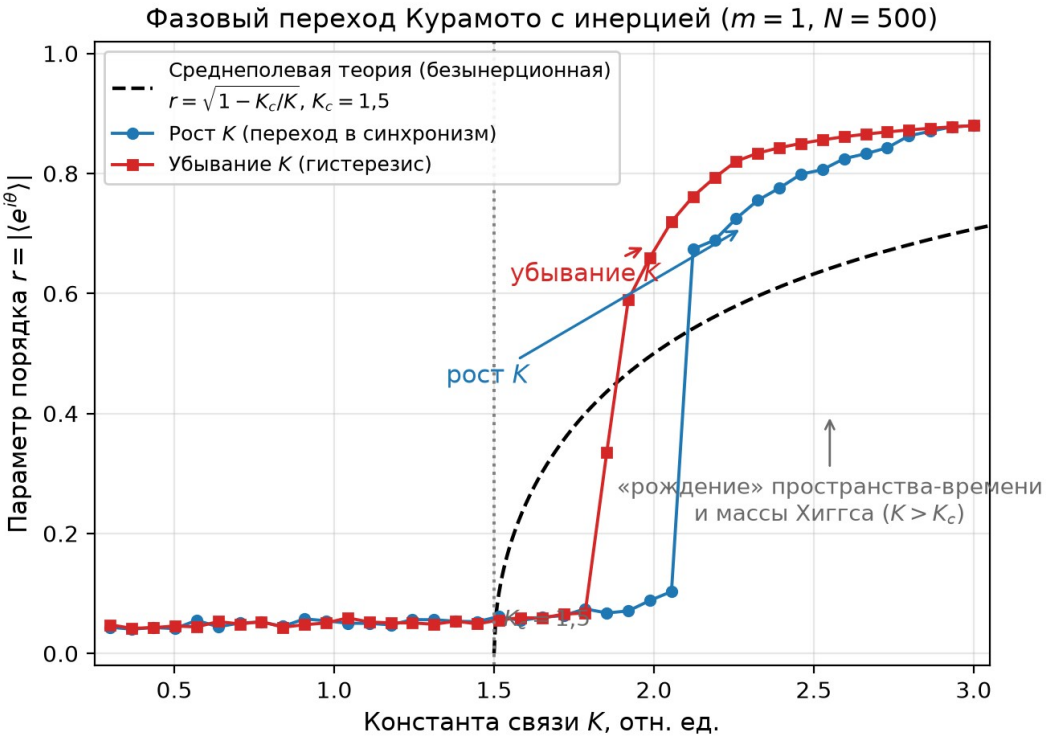


Рис. 1. Фазовый переход Курамото с инерцией: численное интегрирование (N = 500, m = 1) демонстрирует гистерезис, характерный для перехода первого рода; пунктиром показана среднеполевая кривая r = √(1 − K_c/K) безынерционной модели. Переход при K > K_c демонстрирует фазовый переход в модельной динамике; его трактовка как «рождения» пространства-времени — спекулятивная интерпретация, а не вывод (см. разделы 3, 6.3).

О статусе параметра t в догеометрической эре. Уравнение Курамото с инерцией записано по параметру t, который на этом этапе не является геометрическим временем: это внешний параметр упорядочивания событий (параметр эволюции фаз), по аналогии с лабораторным временем в квантовой механике. Эту формулировку необходимо уточнить: наличие в уравнении Курамото второй производной по t (член $m \cdot d^2\theta_i/dt^2$) означает, что на оси эволюции постулирована не только топология порядка, но и одномерная аффинная структура — в системе определено понятие ускорения эволюции фазы. Тем самым догеометрический уровень ГГР не является

«безметрическим» в строгом смысле: одномерная метрика (аффинный параметр) на оси t постулируется как минимальная остаточная геометрическая структура модели, а не возникает как эмерджентный результат синхронизации. Такое уточнение не разрушает архитектуру модели — одномерная аффинная структура присутствует в любом параметризованном динамическом описании, включая уравнение Шрёдингера с лабораторным временем, — но её статус фиксируется честно: она вводится постулатом, а её вывод из более глубокой субдинамики КИП — открытая проблема (раздел 8). Инерционный параметр m задаёт время релаксации фаз относительно этого внешнего параметра; отождествление m с планковским временем t_{Pl} — постулат о длительности элементарного информационного перехода, а не утверждение о метрическом времени. Геометрическое время (координата x^0) возникает позже, после фазового перехода $K > K_c$, как эмерджентная величина, связанная с параметром порядка r и градиентом фазы $\nabla\theta$: синхронизация выделяет направление упорядочивания событий, которое и отождествляется со временем. Терминологическая петля («время используется для вывода метрики времени») тем самым устраняется разделением понятий: t — параметр синхронизации догеометрического уровня, $x^0 = c \cdot t$ — координата эмерджентного пространства-времени. Доказательство того, что это разделение сохраняется за пределами линеаризованного режима, — открытая проблема (раздел 8). Постулирование одномерной аффинной структуры на оси t содержательно сближает догеометрический сектор ГГР с формализмом параметризованной релятивистской динамики (Stueckelberg–Horwitz–Piron) [16], в котором физическая время-координата x^0 эволюционирует динамически по отношению к инвариантному эволюционному параметру (историческому времени τ). Аффинный параметр t в ГГР играет ту же роль, что τ в параметризованной динамике: это инвариантная ось эволюции, а не наблюдаемое геометрическое время, что снимает возражение о «выделенной системе отсчёта» и придаёт постулату дополнительный теоретический фундамент. Вместе с тем одномерность и аффинность оси t сами по себе не фиксируют её ориентацию

относительно квантовомеханической стрелы времени: вопрос о том, согласуется ли направление эволюционного параметра с унитарной эволюцией и сохраняется ли CPT-симметрия на догеометрическом уровне, отнесён к перечню открытых проблем (раздел 8, п. 9).

О логическом статусе планковской нормировки m = t_Pl (петля калибровки). Возражение, которое необходимо зафиксировать явно: планковское время $t_{Pl} = \sqrt{(\hbar G/c^5)}$ определено через макроскопические константы c и G, тогда как скорость фронта $c_{eff} = a\sqrt{(K/m)}$ и сама макроскопическая метрика должны возникать из динамики, параметр которой (m) откалиброван через t_Pl — то есть, в конечном счёте, через ту же скорость света. Формально это круг: масштаб m, задающий масштаб эмерджентной скорости, выражен через отождествляемую с ней величину. Настоящая работа снимает эту петлю разделением статусов утверждений, а не выведением: (i) уравнение Курамото с инерцией инвариантно относительно одновременного пересчёта m и единицы времени, поэтому конкретное значение m на догеометрическом уровне — безразмерно переопределяемый нормировочный выбор, а не физическое утверждение; (ii) содержательным является лишь постулат о том, что длительность элементарного информационного перехода лежит на планковском порядке величин, — его независимый вывод из субдинамики КИП совпадает с открытой проблемой № 1 (вывод $K \approx 1/t_{Pl}$): решив её, модель избавляется и от петли калибровки; (iii) идейно та же петля присутствует в любом подходе с планковскими нормировками, включая термодинамический вывод уравнений Эйнштейна [1], где константы, входящие в термодинамику горизонтов, сами являются эмерджентными. Тем не менее строгое обоснование того, что эмерджентная динамика не искажается выбором нормировки m (в частности, независимость структуры предельной геометрии от масштаба времени релаксации), — открытая задача (раздел 8).

4. Минимальный квант времени и защита хронологии (постановка проблемы)

Замкнутые времениподобные кривые (ЗВК) в ГГР не запрещаются автоматически: алгебраические тождества операторов не накладывают ограничений на спектр $\hat{D}$, и запрет ЗВК требует явных физических постулатов.

В ГГР постулируется дискретность информационных переходов и, как следствие, минимальный квант собственного времени $\tau_Pl \approx 5{,}391 \cdot 10^{-44}$ с: вдоль любого времениподобного пути локальное приращение собственного времени $\Delta\tau \geq \tau_Pl > 0$. Формально:

$$\Delta\tau \geq \tau_Pl > 0 \quad \textit{(постулат минимального интервала).}$$

Однако важно не переоценивать силу этого постулата. Замкнутая времениподобная кривая состоит из конечного числа интервалов с положительным собственным временем, поэтому нижняя граница $\Delta\tau$ сама по себе ЗВК не запрещает. Для запрета ЗВК в ГГР требуется дополнительное условие — однонаправленность (ориентируемость) информационных переходов: граф связей КИП предполагается ациклическим по временному параметру, что исключает возврат причинного влияния в прошлое. В настоящей работе это условие постулируется, согласуясь по духу с гипотезой защиты хронологии Хокинга [17]. Доказательство того, что оно является следствием динамики Курамото–Конна (а не независимым постулатом), — открытая проблема (раздел 8). Таким образом, защита хронологии в ГГР — это постулат с мотивировкой, а не теорема.

5. Формализм Гейзенберга–Вейля и предел $N \to \infty$

Для параметризации гипотетического гладкого предела вводится бесконечномерное матричное представление. Операторы координаты и импульса фазовой плотности выражаются через операторы рождения и уничтожения:

$$\hat{X} = l_Pl \cdot (\hat{a} + \hat{a}^{+})/\sqrt{2}, \quad \hat{P} = (\hbar / l_Pl) \cdot (\hat{a} - \hat{a}^{+})/(i\sqrt{2}),$$

$$[\hat{X}, \hat{P}] = i \cdot \hbar \cdot \hat{I}.$$

Для конечного числа информационных узлов N оператор координаты представляется усечённой матрицей $\hat{X}_N$ размерности N × N с дискретным спектром $\mathrm{Spec}(\hat{X}_N) = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_N\}$. Необходимо честно зафиксировать три момента. Во-первых, соотношение $[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$ — это стандартная квантовая механика гармонической алгебры Гейзенберга–Вейля; оно не несёт информации о гладкости пространства. Во-вторых, усечённые матрицы осциллятора Гейзенберга–Вейля имеют ограниченный дискретный спектр, поэтому гипотеза о спектральных зазорах вида

$$\Delta\lambda_n^{(N)} = |\lambda_{n+1} - \lambda_n| \sim l_Pl/\sqrt{N}$$

требует отдельного вывода (например, прямого численного анализа спектров усечённых матриц с ростом N); она вводится как гипотеза с указанием способа проверки. В-третьих, наличие непрерывного (всюду плотного) спектра оператора координаты не эквивалентно гладкости многообразия.

Статус численного результата (рис. 2). Наблюдаемые асимптотики зазоров усечённой матрицы $\hat{X}_N$ — известные свойства самого усечения бесконечномерного оператора (эйровское масштабирование краевых уровней по Tracy–Widom [18], асимптотика нулей эрмитовых полиномов по Plancherel–Rotach [19]), а не специфическое следствие ГГР: они образуют алгебраический фон для будущей топологии сходимости, а не проявление эмерджентности пространства. Подробный разбор вынесен в Приложение А.

Построение гладкого предела в рамках NCG требует трёх элементов, которые в настоящей работе не доказаны и перечислены как открытые проблемы: (i) вывод асимптотики спектральных зазоров; (ii) построение предельной алгебры (гиперфинитного фактора) с указанием топологии сходимости; (iii) построение дифференциального исчисления на предельной алгебре, при котором форма $df = [\hat{D}, f]$ задаёт гладкую структуру. Пока эти элементы отсутствуют, тезис о «гладком эмерджентном континууме» следует читать как цель программы, а не как результат.

Кандидатная топология сходимости: квантовая метрическая сходимость Громова–Хаусдорфа. Неопределённый «предел $N \to \infty$» конкретизируется

аппаратом квантовой метрической сходимости Громова–Хаусдорфа (quantum Gromov–Hausdorff distance) М. Риффеля [20], разработанным для некоммутативных C*-алгебр с липшицевыми полунормами. Для конечного ансамбля информационных узлов мощностью N бесконечномерная алгебра Вейля заменяется конечномерной матричной пред-C*-алгеброй A_N = M_N(C) — спектральным усечением, где X_N,μ — эрмитовы матрицы координат размерности N × N, описывающие дискретное фазовое распределение элементов поля (средний спектральный зазор в центральной области спектра $\langle \Delta\lambda_n \rangle \sim l_Pl/\sqrt{N}$ соответствует асимптотике нулей полиномов Эрмита [18,19]; рис. 2 и Приложение А). На A_N задаётся структура компактного квантового метрического пространства (cqms) по Риффелю: липшицева операторная полунорма L_N(T) := ‖[D_N, T]‖_op (D_N — конечномерный оператор Дирака частотного градиента, ‖·‖_op — операторная норма в H_N = C^N) удовлетворяет ключевой аксиоме L_N(T) = 0 ⇔ T ∝ I_N, что гарантирует корректность индуцированной метрики Монжа–Канторовича на пространстве состояний алгебры.

Предельное макроскопическое пространство-время локально аппроксимируется гладким компактным римановым многообразием (M, g) с алгеброй A_∞ = C^∞(M) и классической липшицевой полунормой L_∞(f) = ‖df‖_∞. Для обоснования эмерджентности континуума требуется существование последовательности отображений квантования (символов Вейля–Березина) π_N: C^∞(M) → M_N(C), удовлетворяющих двум асимптотическим критериям строгого предела деформационного квантования: (1) асимптотическая коммутативность (классический предел) — lim_{N→∞} ‖[π_N(f), π_N(g)] − (i/√N)·π_N({f, g})‖_op = 0, где {f, g} — скобка Пуассона, заданная симплектической формой фазового пространства; (2) согласованность метрических структур — lim_{N→∞} |L_N(π_N(f)) − L_∞(f)| = 0. При выполнении обоих условий последовательность компактных квантовых метрических пространств (M_N(C), L_N) сходится к (C^∞(M), L_∞) по

квантовой метрике Громова–Хаусдорфа: lim_{N→∞} dist_QGH((M_N(C), L_N), (C^∞(M), L_∞)) = 0.

Физико-математический смысл: при N → ∞ плотность спектральных зазоров растёт (Δλ ~ 1/√N → 0), матричные коммутаторы теряют дискретную сингулярность и непрерывно заполняют кокасательный слой T*M; классические координаты x^μ возникают как макроскопические средние (собственные значения) сильно скоррелированных блоков матриц координат X_N,μ в синхронизированной фазе, а некоммутативное дифференциальное исчисление Конна df = [D̂, f] на предельной алгебре фон Неймана становится изоморфным классическому исчислению Картана на многообразиях. При конечных N матричный объект [D_N, π_N(f)] задаёт оператор локального информационного перехода между дискретными элементами КИП.

Статус. Данный формализм фиксирует кандидатную топологию сходимости — то есть решает элемент (ii) перечня выше на уровне формулировки (выбрана топология: квантовая метрика Громова–Хаусдорфа) — и задаёт структуру дифференциального исчисления на предельной алгебре (элемент (iii)). Однако сами критерии (1)–(2) для тройки ГГР не доказаны: неизвестно ни существование отображений π_N с указанными асимптотиками для конкретной связки (алгебра КИП, оператор D_N), ни то, что предельная алгебра наследует гладкость, ни то, что асимптотика зазоров (элемент (i)) является свойством спектра оператора КИП, а не артефактом усечения (Приложение А). Тем самым тезис о «гладком эмерджентном континууме» сохраняет статус цели программы; ценность формализма в том, что неопределённый предельный переход заменён на проверяемые критерии и известную топологию сходимости.

Разделение математического фона и физического регуляризатора. Асимптотики спектральных зазоров Δλ ~ 1/√N — свойство самого матричного усечения бесконечномерного оператора (теория матричных приближений некоммутативных алгебр по Риффелю [20]; Приложение А), и потому сами по себе они не могут служить физическим механизмом «отсечения нелокальных

связей» на пред-геометрическом уровне: в конечномерной аппроксимации жёсткость спектра задаётся внешним параметром N, а не внутренней динамикой КИП. Для устранения этого концептуального разрыва в ГГР постулируется, что предельная C*-алгебра КИП обладает встроенным ультрафиолетовым обрезанием — например, реализованным через спектральное действие Конна $S(\Lambda) = \mathrm{Tr}(f(\hat{D}/\Lambda))$ с фиксированным частотным масштабом Λ (конвенция размерности Λ — разд. 2.2), — а на конечномерных аппроксимациях это обрезание лишь эффективно моделируется размером матрицы N. Тем самым зазоры в спектре A_N следует читать как теневую реализацию внутреннего обрезания предельной алгебры, а не его первоисточник; строгий вывод спектрального действия для тройки КИП и проверка согласованности соответствия $\Lambda \leftrightarrow N$ — открытая задача (разд. 8).

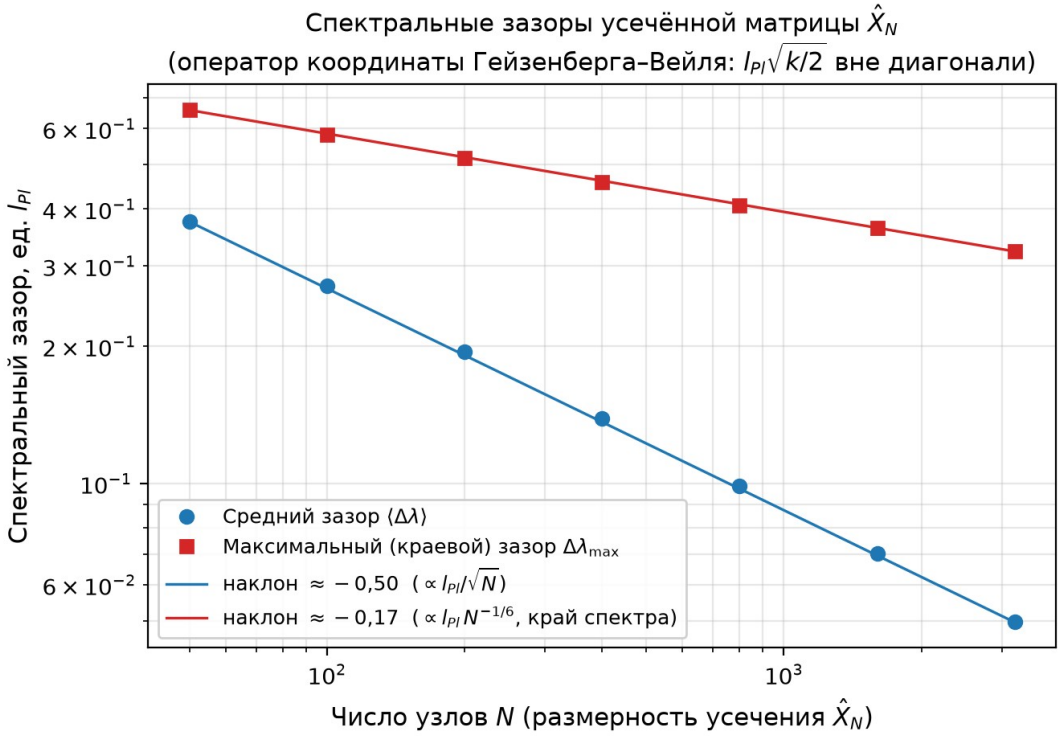


Рис. 2. Спектральные зазоры усечённой матрицы $\hat{X}$_N (оператор координаты Гейзенберга–Вейля в базисе осциллятора, вне-диагональные элементы l_Pl·√(k/2)). Численный анализ собственных значений показывает: средний зазор следует асимптотике $\langle \Delta\lambda \rangle \propto$ l_Pl/√N (наклон −0,5 в лог-лог координатах), тогда как максимальный (краевой) зазор убывает медленнее, $\propto$

l_Pl·N^(−1/6) (эйровское масштабирование краевых нулей, наклон ≈ −1/6 в лог-лог координатах; асимптотика нулей эрмитовых полиномов на краю спектра — [18,19]). Асимптотики соответствуют известным свойствам усечённых эрмитовых матриц (спектр в конечной области ~[−√(2N), √(2N)], зазоры в центре ~1/√N) и фиксируют алгебраический фон для построения топологии сходимости, а не уникальное следствие ГГР. Детальная проверка гипотезы Δλ ~ l_Pl/√N для индивидуальных зазоров — открытая задача (раздел 8).

6. Феноменология: сравнительный анализ, тёмная материя, Хиггс, космология

6.1. Позиционирование относительно альтернативных подходов

Таблица 1. Сравнительный обзор подходов к квантовой гравитации (критерии). Сравнительный обзор подходов к квантовой гравитации.

Критерий	Теория струн	LQG	CDT	ГГР
Фоновая независимость	Отсутствует (априорная метрика)	Присутствует (спиновые сети)	Частично (склейка симплексов)	Построена на алгебраическом уровне; требует строгого континуального предела (разд. 5)
Планковский масштаб	Струны	Кванты площади/объёма	Симплексы	Спектральная когерентность операторов Конна (модель)
Макропредел	Требует суперсимметрии и компактификации	Трудности с гладкой метрикой	Настройка космологической константы	В принятой формулировке — феноменологическое MOND-подобие. Вывод уравнений гидродинамики и континуального предела является открытой проблемой (разд. 3, 8)
Тёмная материя	Новые частицы (SUSY)	Изменение геометрии	Не объясняет напрямую	В принятой формулировке

				— феноменологическое MOND-подобие. Вывод уравнений гидродинамики и континуального предела является открытой проблемой (разд. 6.2, 8); MOND-ограничения — кластеры, линзирование, CMB

Эмерджентный статус ГГР нагляднее всего виден в сравнении с классическими подходами квантовой гравитации. Сводная таблица сопоставляет фундаментальный микробазис, механизм макро-локализации, статус пространственной изотропии и главный наблюдательный барьер фальсификации для четырёх подходов; сравнение качественное и служит навигационной цели, а не количественной верификации.

Таблица 2. Сравнительный обзор подходов к квантовой гравитации (сопоставление моделей).

Модель / теория	**Фундаментальный микробазис**	**Механизм макро-локализации**	**Статус пространственной изотропии**	**Главный наблюдательный барьер фальсификации**
Теория струн	Квантовые суперструны в 10/11 измерениях	Компактификация лишних измерений на многообразия Калаби–Яу	Задана априорно на фоновом многообразии	Отсутствие суперсимметрии (SUSY) на ТэВ-масштабах LHC
Петлевая квантовая гравитация (LQG)	Спиновые сети и кванты площади/объёма	Сшивка квантовых геометрий в квазиклассические когерентные состояния	Нарушается локально; макро-изотропия — сложный предел	Отсутствие строгого гладкого предела уравнений Эйнштейна
Причинные динамические триангуляции	Четырёхмерные симплексы (склейка	Фазовый переход при настройке	Поддерживается статистически усреднением по	Спектральная размерность стремится к 2 на

(CDT)	причинных структур)	космологическо й константы	геометриям	планковском масштабе
ГГР (Бутылкин)	Дискретные элементы КИП (спектральная тройка Конна)	Фазовая синхронизация Курамото (K > K_c) и жёсткость спектра $\hat{D}$	Динамическая изотропизация; анизотропные моды Лапласиана затухают	Динамика кластеров, сильное линзирование (Bullet Cluster), спектр CMB

Принципиальное отличие ГГР — динамическая, а не априорная изотропия и проверяемая программа верификации с заранее зафиксированными критериями фальсификации (разд. 7); одновременно ГГР — феноменологическая модель, не претендующая на строгость микроскопических конструкций перечисленных подходов.

6.2. Галактический сектор: MOND-подобная феноменология

Статус форм переходной зоны конкретизирован пилотным расчётом разд. 7.3.1 на реальных кривых SPARC: RAR-интерполяция Мильгрома признана корректной реализацией MOND-предела ГГР (медиана $\chi^2/\mathrm{dof} \approx 3{,}0$ против $\approx 11{,}6$ у квадратичной формы), тогда как квадратичная добавка $v^2 = v_bar^2 + v0^2$ — её первое приближение, адекватное массивным спиралям и грубое в переходной зоне карликов и LSB-объектов.

Вариационный вывод модификации (снятие постулирования формы). Логарифмический потенциал даёт $g = g_N + v_0^2/r$; при жёсткой ТФ-привязке $v_0^2 = \sqrt{(GM \cdot a_0)}$ это даёт $g = g_N + \sqrt{(g_N \cdot a_0)}$ и $\beta_ГГР \equiv g/g_N = 1 + \sqrt{(a_0/g_N)} = 1 + x^{(-1/2)}$, где $x \equiv g_N/a_0 = GM/(a_0 \cdot r^2)$. Следствие: масса M входит в β только через локальное ускорение g_N(r) — слабый принцип эквивалентности для модификации выполняется тождественно. Однако запись через логарифмический потенциал имеет структурный дефект: ∇^2(ln-члена) $= \sqrt{(GM \cdot a_0)}/r^2$ — источник, нелинейный по M, то есть нелокальный по барионной плотности ρ. Лечение — поле когерентности φ(x) с функционалом свободной энергии когерентности Бекенштейна–Мильгрома [21]: $S_coh = \int d^4x \cdot \sqrt{(-g)} \cdot [-(a_0^2/8\pi G) \cdot f(|\nabla\varphi|^2/a_0^2) - \varphi \cdot \rho]$. Вариация по φ даёт $\nabla \cdot (\mu(|\nabla\varphi|/a_0) \cdot \nabla\varphi) = 4\pi G \cdot \rho$, где $\mu(y) = f'(y)$; для сферически симметричной задачи $\mu \cdot g = g_N$, откуда $\beta = 1/\mu$.

Условия регулярности (гладкость, выпуклость, корректные оба асимптотических предела) фиксируют единственный выбор, не подгоняемый по объектам: $f(y) = y - \ln(1 + y)$, то есть $\mu(y) = y/(1 + y)$. Уравнение $\mu \cdot g = g_N$ принимает вид $g^2 = g_N \cdot (g + a_0)$ и даёт в точности RAR-интерполяцию Мильгрома: $g_RAR = \frac{1}{2} \cdot (g_N + \sqrt{(g_N^2 + 4 \cdot g_N \cdot a_0)})$, $\nu(x) = g/g_N = (1 + \sqrt{(1 + 4/x)})/2$. Тем самым RAR-интерполяция, рекомендованная в разд. 7.3.1 по итогам пилотного фита, порождается конкретным функционалом из вариационного принципа; квадратичная форма $v^2 = v_bar^2 + v0^2$ сохраняет статус первого приближения, совпадающего с RAR по двум старшим членам Deep-MOND-разложения ($g \approx \sqrt{(g_N \cdot a_0)}$), но расходящегося с ним во втором порядке (коэффициент 1 против 1/2 при g_N). Свойства устойчивости: $\mu(y) > 0$ и $f''(y) = 1/(1+y)^2 > 0$ при всех $y \geq 0$ — ghosts отсутствуют, кинетическая энергия флуктуаций положительна (символьная проверка); линеаризованный оператор $\nabla_i[(\mu + \bar{g} \cdot \mu') \cdot \nabla_i]$ эллиптичен. Сводная карта применимости трёх галактических модификаций приведена в таблице 6.2.

Таблица 3. Сводная карта применимости галактических модификаций (медианы χ^2/dof — по пилотному фиту SPARC разд. 7.3.1).

Критерий / Модель	**Квадратичная форма ГГР ($v^2 = v_bar^2 + v_0^2$)**	**RAR-интерполяция Мильгрома**	**Вариационный функционал $f(y) = y - \ln(1+y)$**
Медиана χ^2/dof (SPARC)	11,6 (фальсифицирована карликами)	3,0 (адекватное описание переходной зоны)	~3,0 (прогнозно; эквивалентна RAR по построению)
Теоретический статус	Феноменологическое первое приближение	Эмпирическая подгоночная функция	Выводится из вариационного принципа
Поведение в переходной зоне	Мгновенный скачок на плато (остатки в десятки км/с)	Плавный аналитический рост	Точное аналитическое соответствие форме g_RAR
Массовая зависимость $\beta(r, M)$	Зависит от M только через локальное ускорение g_N(r)	Зависит от M только через локальное ускорение g_N(r)	Слабый принцип эквивалентности выполняется строго
Стабильность (ghosts / упругость)	Не определена (нет Лагранжиана)	Не определена (нет Лагранжиана)	Стабильна: $f''(y) = 1/(1+y)^2 > 0$, кинетическая энергия положительна

Ключевое количественное различие: квадратичная форма и вариационная RAR-интерполяция совпадают по двум старшим членам разложения Deep-MOND, но расходятся во втором порядке (коэффициент 1 против 1/2 при g_N); относительное расхождение по ускорению достигает максимума 24,8% в диапазоне $g_N/a_0 \in [0{,}3;\ 10]$ — ровно в той переходной зоне, где карликовые галактики фальсифицировали квадратичную форму (медиана $\chi^2/\mathrm{dof} = 73{,}6$ в классе карликов/LSB, разд. 7.3.1). Отрицательный результат пилота, ранее прочитанный как отбраковка, в вариационной постановке превращается в измерение: SPARC-фит фактически зондирует структуру функционала f в третьем порядке разложения.

Статус конструкции: кандидатный. Функционал S_coh пока сформулирован в ньютоновском каркасе; для полноценного геометрического сектора требуется включение его в вариацию спектрального действия Конна так, чтобы и модификация Фридмана ($\rho_{eff} = \rho\cdot(1 - K_c/K)$), и член Бекенштейна–Мильгрома текли из одного действия — иначе это две теории под одной обложкой (раздел 8, п. 10). Прогнозный фит 33 галактик SPARC с β строго из $f(y) = y - \ln(1+y)$ (без свободного v_0, только ТФ-нормировка) зафиксирован следующим шагом программы (раздел 8); критерий фальсификации — систематическое ухудшение относительно RAR-интерполяции с подгоночными параметрами в какой-либо морфологической подгруппе.

На галактических масштабах эффективный гравитационный потенциал одиночной галактики массы M в ньютоновском пределе принимается в логарифмическом виде (первое приближение, согласованное с вариационным выводом выше; см. таблицу 6.2):

$$\Phi(r) = -GM/r + v_0^2\cdot\ln(r/r_0),$$

откуда профиль круговой скорости:

$$v(r) = \sqrt{(r\cdot d\Phi/dr)} = \sqrt{(GM/r + v_0^2)},\quad \lim_{r\to\infty} v(r) = v_0.$$

О статусе масштаба r_0. Константа r_0 в логарифмическом члене необходима для безразмерности аргумента логарифма; при

дифференцировании по r она выпадает ($d\Phi/dr = GM/r^2 + v_0^2/r$), поэтому на профиль круговой скорости v(r) не влияет. Однако макроскопический выбор масштаба r_0 (масштаб ядра галактики или радиус затухания потенциала) в текущей феноменологии остаётся открытым: он должен либо выводиться из микродинамики КИП, либо фиксироваться фитированием по данным (разделы 7.3 и 8). Влияние на космологический сектор: в настоящей формулировке поле Курамото r(x) проецируется в гравитационный потенциал только на галактических масштабах, а модифицированные уравнения Фридмана (раздел 6.4) оперируют однородной эффективной плотностью ρ_eff, в которую выбор r_0 не входит, — то есть в принятой формулировке модели r_0 на космологический сектор не влияет. Однако этот вывод справедлив лишь пока логарифмический член остаётся феноменологической добавкой к ньютоновскому потенциалу: аддитивная константа $-v_0^2 \cdot \ln r_0$ сдвигает уровень энергии связи системы. Подчеркнём, что аддитивная константа в потенциале сама по себе не превращается в эффективную космологическую постоянную: такой вклад возможен лишь при явно введённой зависимости потенциала скалярного поля V(φ) от этой константы. В релятивистском обобщении (раздел 8, п. 8), где скалярное поле $\varphi \propto r(x)$ становится динамической переменной на фоне расширяющейся метрики, такой сдвиг потенциально влияет на лагранжиан скалярного поля. Однозначность выбора r_0 (независимость наблюдаемых от константы интегрирования потенциала) в этом сценарии — открытая задача (раздел 8). Перспективное направление исследований: если гравитация эмерджентна и связана с минимизацией свободной энергии КИП, то сдвиг нулевого уровня, вносимый константой $\ln r_0$, на космологическом масштабе может проявляться как вклад в эффективную космологическую постоянную (тёмную энергию); количественная оценка этого эффекта в рамках релятивистского обобщения (разд. 8, п. 8) — отдельная открытая задача.

Обязательная атрибуция: данная феноменология — это глубинный режим модифицированной ньютоновской динамики (MOND) Мильгрома [22], а соотношение $v_0 = (GM \cdot a_0)^{\{1/4\}}$, где $a_0 \approx 1{,}2 \cdot 10^{-10}$ м/с², — барионное

соотношение Талли–Фишера. Подчеркнём статус констант: a_0 — эмпирический параметр, подгоняемый по данным. Корректная позиция настоящей работы: ГГР воспроизводит известную MOND-феноменологию [22,23] на уровне эффективного потенциала, не объясняя при этом ни происхождение a_0 из микродинамики КИП, ни следующие известные ограничения MOND-подобных моделей:

• динамика скоплений галактик, где MOND-эффект не исчезает, а требует дополнительной скрытой массы (кластерная проблема);

• сильное гравитационное линзирование без коррелированной видимой массы (классический пример — скопление Пули);

• спектр мощности анизотропии реликтового излучения и структура барионных акустических осцилляций, которые стандартная MOND в чистом виде не воспроизводит.

Указанные зоны являются главными кандидатами на фальсификацию галактического сектора ГГР и отмечены в разделе 8 как открытые проблемы. Косвенным доводом в пользу дальнейшего изучения служит высокая значимость соотношения радиальных ускорений (RAR) в данных SPARC [23], однако воспроизведение RAR само по себе не является доказательством теории.

О релятивистском обобщении галактического сектора. Приведённая логарифмическая феноменология — нерелятивистский предел; из потенциала $\Phi(r)$ нельзя напрямую вычислить тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ для уравнений Эйнштейна или модифицированный оператор Дирака, поэтому в настоящем виде сектор неприменим к расчёту линзирования и спектра реликтового излучения. Важно учитывать и статус классической TeVeS: в стандартной теории Бекенштейна [24] эффективные метрики для материи и для гравитации различаются, из-за чего тензорные моды (гравитационные волны) распространяются не со скоростью света c; совместные наблюдения слияния нейтронных звёзд GW170817 и его гамма-аналога GRB 170817A ограничивают разность скоростей гравитационных и электромагнитных волн уровнем $\leq 10^{-15}$ c [25], что практически полностью исключает классический TeVeS. Поэтому

релятивистское обобщение ГГР должно ориентироваться на современные «безопасные» модификации MOND — в частности, на модель Скордиса и Злосника [26], в которой тензорные моды распространяются строго со скоростью c. Указанное обобщение в рамках ГГР должно строиться следующим образом: (i) скалярное поле φ, функционально связанное с параметром порядка Курамото r(x), и динамическое векторное поле A_μ вводятся в действие $S = \int d^4x \cdot \sqrt{(-g)} \cdot [R/(16\pi G) + L_\varphi + L_A + L_m]$; наличие скалярно-векторного сектора (по образцу модели Скордиса–Злосника [26], развивающей тензор-вектор-скалярные идеи Бекенштейна с изменённой кинетической частью) необходимо для корректного воспроизведения гравитационного линзирования и спектра CMB при условии $c_T = c$; (ii) эффективная метрика $g^{eff}_{\mu\nu} = F(\varphi) \cdot g_{\mu\nu}$ определяет нулевые геодезические (гравитационное линзирование) и динамику материи; (iii) $T_{\mu\nu}$ получается варьированием действия по $g^{eff}_{\mu\nu}$. Критерии отбора допустимых функций F(φ) задают ограничения на эффективную гравитационную постоянную из линзирования [24] и согласованность с данными Planck для релятивистских теорий с MOND-предельным режимом [26]. Построение такой формулировки — обязательное условие жизнеспособности галактического сектора ГГР и отнесено к открытым проблемам (раздел 8, п. 8).

6.3. Связь с полем Хиггса (спекулятивная аналогия)

Предлагается аналогия между параметром порядка Курамото r(x) и полем Хиггса: при суперкритической связи $K > K_c$ коэффициент при r^2 в эффективном потенциале становится отрицательным, что формально соответствует потенциалу $V(\varphi) = -\mu^2\varphi^2 + \lambda_H \varphi^4$ при масштабном отображении $\varphi(x) \equiv v \cdot r(x)$, $v \approx 246$ ГэВ. Необходимо зафиксировать статус этой конструкции: это аналогия структур потенциалов, а не вывод хиггсовского сектора из КИП. Отдельное тестовое следствие — при $K < K_c$ (догеометрическая эра) эффективные массы полей в данной модели обращаются в нуль. Это утверждение находится под жёстким ограничением первичного нуклеосинтеза

(BBN) и спектра реликтового излучения: если ранние значения масс систематически отличались от современных, профиль расширения и спектр возмущений меняются. Количественная проверка против данных BBN и Planck не выполнена и отнесена к открытым проблемам; без неё данный механизм остаётся спекулятивным. Примечание (космологический сценарий): фазовый переход Курамото в рамках космологии ГГР должен происходить при энергиях, существенно превышающих масштаб первичного нуклеосинтеза (~1 МэВ) и электрослабого перехода (~100 ГэВ), — например, вблизи планковского масштаба или масштаба Великого объединения (~10^{15}–10^{16} ГэВ); в противном случае догеометрическая эра с нулевыми массами входила бы в конфликт с наблюдаемой распространённостью лёгких элементов. Количественное согласование энергии перехода с космологическими ограничениями — открытая задача (раздел 8).

6.4. Космология: модифицированные уравнения Фридмана

Модифицированные уравнения Фридмана с зависимостью параметра связи от масштабного фактора записываются в виде:

$$(\dot{a}/a)^2 = (8\pi G/3)\cdot\rho\cdot(1 - K_c/K(a)) - k\cdot c^2/a^2.$$

Уравнения Фридмана записаны для макроскопической эпохи ($K > K_c$): производные по времени в них берутся по макроскопическому времени x^0/c, а предел $K \to K_c$ рассматривается как асимптотический подход к точке фазового перехода со стороны эмерджентного пространства-времени. Уточнение области применимости: уравнения Фридмана справедливы только строго в полуоткрытом интервале эпох $K > K_c$; точка $K = K_c$ сингулярна не по плотности энергии, а по применимости геометрического описания — при $K \leq K_c$ метрика как эмерджентное свойство разрушена десинхронизацией, поэтому макроскопические уравнения Фридмана (включая второе уравнение для $\ddot{a}$) теряют силу ещё до достижения математической точки отскока. По мере приближения $K \to K_c$ множитель $(1 - K_c/K)$ обращает эффективную плотность энергии в нуль, что формально устраняет сингулярность $\rho \to \infty$ и

допускает «отскок» (bounce). Статус: гипотетический сценарий, требующий проверки на ковариантную согласованность (см. ниже). Для превращения её в результат необходимо: (i) предъявить решение модифицированных уравнений с физически приемлемым профилем K(a); (ii) проверить согласованность с ограничениями данных Planck (n_s, Ω_b, Ω_Λ) — сравнение не проведено. Качественное следствие модели — подавление первичных тензорных мод (гравитационных волн) на сверхбольших масштабах, обусловленное конечной информационной ёмкостью КИП в догеометрическую эру. Корректная наблюдательная формулировка: отсутствие регистрации первичных тензорных мод (верхние пределы на r) согласуется с моделью, но не является её независимым подтверждением, поскольку совместимо с целым классом низкоэнергетических инфляционных сценариев; критерии приведены в разделе 7.

Ограничение согласованности с уравнением непрерывности. Множитель $(1 - K_c/K(a))$ в правой части уравнений Фридмана нельзя вводить как произвольную модификацию плотности: для идеальной среды с сохраняющимся тензором энергии-импульса ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$) правая часть уравнений Эйнштейна такой структуры не даёт. Если определять $\rho_{eff} = \rho \cdot (1 - K_c/K)$, то оба уравнения Фридмана должны использоваться с согласованными ρ_{eff} и P_{eff}, подчиняющимися собственному уравнению непрерывности; это порождает в эффективном давлении дополнительные члены с зависимостью от dK/da и расходимость при $\dot{a} \to 0$. Следствие: модификация должна порождаться общековариантным действием (вариацией спектрального функционала Конна по метрике), а не постулироваться на уровне уравнений движения; такая реализация в настоящей работе не построена и отнесена к открытым проблемам (разд. 8).

Формализация космологического сектора: масштабный фактор из параметра порядка и вывод уравнений. В изотропной и однородной космологической модели ГГР геометрический объём индуцируется глобальной мерой когерентности КИП — макроскопическим комплексным параметром

порядка Курамото $r(t)\cdot e^{(i\psi(t))} = (1/N)\cdot\Sigma_j\ e^{(i\theta_j(t))}$, эволюционирующим относительно одномерного аффинного параметра догеометрического времени t (разд. 3). Постулируется фундаментальное функциональное отображение параметра порядка на макроскопический масштабный фактор эмерджентного пространства-времени:

$$a(t) := a_o\cdot[(r(t) - r_c)/(1 - r_c)]\cdot\sigma((r(t) - r_c)/\Delta),$$

где a_0 — фундаментальный пространственный масштаб (планковская длина), r_c — критическое значение параметра порядка в точке фазового перехода (соответствующее критической константе связи K_c), $\sigma(x) = 1/(1 + e^{(-x)})$ — гладкая сигмоидальная функция, Δ — конечная ширина перехода, интерпретируемая как сглаживание фазового перехода за счёт конечного N. Сигмоидальное сглаживание введено вместо ступенчатой функции Хевисайда: ступенька порождала бы разрыв масштабного фактора, а в дифференциальных уравнениях Фридмана — дельта-функции в тензоре энергии-импульса и формально бесконечное ускорение ä; гладкое отображение устраняет эти артефакты. Соотношение фиксирует, что гладкий пространственный континуум возникает и обладает ненулевым масштабом исключительно в суперкритической фазе синхронизации; при полной десинхронизации ($r \to r_c$) метрические свойства пространства разрушаются и локализация событий становится невозможной. Минимальное собственное значение спектрального функционала Конна задаёт ультрафиолетовую границу КИП; в макроскопической космологической фазе ($K > K_c$) классическая плотность энергии идеальной среды ρ(a) растёт при сжатии по степенному закону, а эффективная плотность, извлекаемая из спектрального действия тройки КИП, модифицируется динамическим вкладом фазовой когерентности:

$$\rho_eff(a) = \rho(a)\cdot(1 - K_c/K(a)) = \rho(a)\cdot(1 - r_c^2/r^2(a)),$$

где K(a) — эффективная макроскопическая константа связи информационных переходов; второе равенство фиксирует согласованную параметризацию зависимости K(a) через параметр порядка. По мере сжатия Вселенной и приближения системы к точке фазового перехода со стороны

эмерджентного пространства-времени безразмерный множитель когерентности (1 − K_c/K) асимптотически стремится к нулю, эффективно снимая ультрафиолетовую расходимость плотности энергии. Варьирование спектрального функционала по макроскопической метрике в изотропном пределе приводит к модифицированному первому уравнению Фридмана для пространственно-плоского сечения (уравнение в начале настоящего подраздела — его обобщение с кривизной):

$$(da/(a\cdot dx^0))^2 = (8\pi G/3)\cdot\rho(a)\cdot(1 - K_c/K(a)), \quad x^0 = c\cdot t.$$

Второе уравнение Фридмана (уравнение ускорения) выводится дифференцированием первого по x^0 с учётом классического уравнения непрерывности идеальной среды $d\rho/dx^0 = -3\cdot(\dot{a}/a)\cdot(\rho + P/c^2)$, где P — макроскопическое давление среды; последующие алгебраические преобразования дают:

$$\ddot{a}/a = -(4\pi G/3)\cdot[(\rho + 3P/c^2)\cdot(1 - K_c/K(a)) - \rho\cdot(K_c/K^2(a))\cdot(dK/da)\cdot a].$$

Строгий критерий космологического «отскока»: в точке минимального сжатия требуется выполнение трёх условий — $a(t_b) = a_{min} > 0$; $\dot{a}(t_b) = 0$; $\ddot{a}(t_b) > 0$. Из первого уравнения Фридмана мгновенная остановка расширения или сжатия достигается при обращении эффективной плотности в ноль: $1 - K_c/K(a_{min}) = 0$, то есть $K(a_{min}) = K_c$. Подстановка этого граничного условия во второе уравнение даёт:

$$(\ddot{a}/a)|_{a=a_{min}} = (4\pi G/3)\cdot\rho(a_{min})\cdot(1/K_c)\cdot(dK/da)|_{a=a_{min}}\cdot a_{min},$$

и поскольку G, a_{min}, K_c и $\rho(a_{min})$ строго положительны, знак макроскопического ускорения в точке экстремума всецело определяется знаком производной (dK/da) в точке перехода. Статус вывода: он выполнен на уровне модельной задачи — при постулированной форме ρ_{eff} и классическом уравнении непрерывности; основное ограничение, сформулированное выше (ковариантная реализация через общековариантное действие), этим не снимается, а знак $(dK/da)|_{a=a_{min}}$ остаётся предметом гипотезы асимптотической свободы (см. следующий пункт). Замечание о гладкости: сигмоидальное сглаживание $\sigma((r(t) - r_c)/\Delta)$ в определении a(t) устраняет

разрыв масштабного фактора и порождаемые им дельта-функции в тензоре энергии-импульса; конечная ширина перехода Δ интерпретируется как сглаживание фазового перехода за счёт конечного N, а явная конструкция сигмоидального отображения из субдинамики КИП — открытая проблема (п. 10 разд. 8). При выполнении всех условий формализм демонстрирует: классическое гравитационное притяжение при приближении к планковскому масштабу сжатия деактивируется разрушением фазовой когерентности КИП, доминирующим фактором становится упругий отклик фазовых флуктуаций, и Вселенная совершает квантовый «отскок» без расходимости плотности энергии; заявлять о «полной фальсификации космологической сингулярности» на этом уровне строгости не следует — решена модельная задача в заданной параметризации.

Критерий знака для отскока. Из второго уравнения Фридмана отскок требует (dK/da)|_{a=a_min} > 0, т. е. ослабления эффективной связи при сжатии. Это противоположно наивной микроскопической мотивации («плотность узлов при сжатии растёт — связь усиливается»), которая даёт dK/da < 0, ä < 0 и делает отскок невозможным; кроме того, при dK/da < 0 и K(a_min) = K_c во всей расширенной фазе K < K_c, и геометрическая фаза недостижима. Дополнительно требуется гладкость K(a) вблизи a_min: при сигмоидальном определении a(t) сам масштабный фактор гладок, однако дифференцируемость K(a) в окрестности точки перехода остаётся необходимым условием конечности ä. Вопрос о микромеханизме, обеспечивающем dK/da > 0 при сжатии, — открытая проблема (разд. 8). Направление его разрешения — аналогия с асимптотической свободой: в квантовой хромодинамике константа связи при сближении зарядов не растёт, а убывает. Если информационные переходы КИП при экстремальном сжатии входят в аналогичный режим — сильное перекрытие фазовых объёмов соседних узлов разрушает когерентность их частот и эффективная связь перенормируется вниз, — то dK/da > 0 при a → a_min перестаёт выглядеть неестественным: плотность узлов растёт, но константа связи падает. Такая

трактовка согласуется и с требованием уравнения непрерывности: убывание ρ_eff при a → a_min означает «размораживание» степеней свободы в догеометрическую эру (по аналогии с кварк-глюонным переходом), а не произвольную модификацию плотности. Подчеркнём: это гипотеза микромеханизма, а не его вывод — количественная реализация требует построения уравнения ренормгруппы для K(a) из спектрального функционала Конна и отнесена к открытым проблемам (раздел 8).

Терминальная граница применимости уравнений Фридмана. Точка K = K_c является терминальной границей применимости макроскопических уравнений Фридмана: при достижении критического значения связи система Курамото претерпевает десинхронизацию (фазовый переход первого рода, рис. 1), параметр порядка r падает, метрика эмерджентного пространства-времени разрушается, и макроскопический масштабный фактор a(t) перестаёт существовать по определению фундаментального отображения r(t) → a(t). Физически это означает, что вместо классического «отскока» (bounce) внутри геометрической фазы модель описывает перескок через сингулярную догеометрическую область, в которой стандартное понятие масштабного фактора a заменяется статистической плотностью фаз Курамото (догеометрическим фазовым состоянием КИП). Процедура сшивания геометрической и догеометрической фаз (условия перехода через область K ≤ K_c) в настоящей работе не построена и отнесена к открытым проблемам (разд. 8, п. 10).

7. Программа экспериментальной и наблюдательной проверки

Для обеспечения фальсифицируемости сформулирована программа проверок. Ключевой принцип: отсутствие сигнала ниже чувствительности устанавливает верхний предел, но не подтверждает модель; критерии формулируются как ограничения, а не как «детектирование».

7.1. Лабораторные тесты короткодействующей гравитации

Проверка возможного короткодействующего отклонения от ньютоновской гравитации на масштабах $\lambda \sim 10–100$ мкм с использованием крутильных весов типа экспериментов Eöt-Wash и динамических компенсационных методов. Реалистичная постановка: на $\lambda \sim 10$ мкм текущие пределы на силу Юкавы $V(r) = -G \cdot m_1 m_2 / r \cdot (1 + \alpha \cdot e^{(-r/\lambda)})$ допускают $|\alpha|$ порядка $10^3–10^6$; конкретный уровень $|\alpha|$ из микродинамики ГГР в настоящей работе не выведен (связь планковского масштаба с лабораторными λ не установлена), поэтому задача формулируется как установление верхних пределов на $|\alpha(\lambda)|$ с максимальной достижимой чувствительностью и полным модельным учётом фонов. Главные систематики на этих масштабах: силы Казимира и патч-потенциалы, электростатические патчи, вибрации, а также термомеханический (тепловой) шум подвеса: на масштабах 10–100 мкм при комнатной температуре он, наряду с электростатикой, относится к главным фундаментальным ограничителям чувствительности крутильных весов; его снижение требует повышения добротности Q резонатора и/или криогенного охлаждения. Калибровка дистанций — рентгеновским методом по межплоскостному расстоянию кремния Si(111); экранирование — шторка из алюминия/меди.

Критерий первого этапа: установление верхнего предела $|\alpha(\lambda=10 \text{ мкм})| < 10^2$ (если не подтверждены текущие результаты) не опровергает и не подтверждает ГГР; подтверждение сигнала на уровнях, исключённых текущими данными (например, $|\alpha| > 10^3$ на 10 мкм), фальсифицирует соответствующую параметризацию.

7.2. Криогенный интерферометр вакуумного шума

Измерение спонтанного фазового шума вакуума с подвешенными зеркалами массой ~1 кг в конфигурации Майкельсона–Фабри–Перо. Стандартный квантовый предел (SQL) для килограммового зеркала на частоте 1 кГц составляет $\sim 2 \cdot 10^{-21}$ м/√Гц; с учётом инжекции сжатого состояния целевая спектральная плотность 10^{-20} м/√Гц лежит на достижимой границе, однако

требует полного контроля бэк-экшена излучательного давления. Помимо стандартного квантового предела, доминирующими источниками шума для килограммовых зеркал на частотах 1–10 кГц являются термомеханический шум подвесов и отражающих покрытий, а также броуновское движение пробных масс; подавление теплового шума требует криогенного охлаждения и применения материалов с высокой механической добротностью (High-Q), что должно быть учтено в конструкции установки. Реалистичный критерий после T = 500 часов интегрирования: верхний предел S_x^{1/2} на частотах 1–10 кГц. Опровержение: обнаружение избыточного (необъяснимого систематиками) белого шума на предсказанном уровне; неизмерение — ограничение сверху, не счёт в пользу модели.

7.3. Кривые вращения галактик (SPARC)

Фитирование кривых вращения изолированных галактик из открытой базы SPARC (данные Spitzer/IRAC на 3,6 мкм, точность звёздных масс ~10%) логарифмическим потенциалом $\Phi(r) = -GM/r + v_0^2 \cdot \ln(r/r_0)$ против ньютоновской модели с гало NFW. Реалистичная постановка: типичные ошибки H I-кинематики составляют 2–5 км/с (более высокая точность на периферии дисков в критериях не предполагается). Критерий: сравнение χ^2/dof по ансамблю галактик; корректная обработка требует учёта внутреннего разброса галактик и систематики определения расстояний. Подтверждение статистически лучшего описания по сравнению с NFW означает успех MOND-подобной феноменологии, но не доказательство микроскопического механизма ГГР.

7.3.1. Пилотный ансамблевый расчёт на реальных кривых вращения SPARC (33 галактики, 296 точек)

Для придания критерию настоящего раздела наблюдательного статуса выполнен полный χ^2-минимизационный фит на реальных данных SPARC (Lelli, McGaugh & Schombert 2016, AJ 152, 157). Официальная таблица масс-моделей выгружена для накопленной выборки из 46 галактик; после контроля целостности строк и критерия качества (не менее 4 радиальных точек) в фит

вошли 33 галактики, 296 точек, три морфологических класса: массивные спирали с достигнутым плато, газовые карлики и LSB-объекты, балджевые системы. Статистический вес точки: σ_v = sqrt(errV² + (0,05·Vobs)²) — квадратичное сложение статистической ошибки и стандартной для SPARC-анализов 5%-ной систематики. Спецификация — как в разд. 7.3: Y_disk ∈ [0.3; 0.8] (Y_bulge = 0.7 при ненулевом балдже), амплитуда v0 не является свободным параметром и пересчитывается на каждой итерации по закону Талли–Фишера v0 = (G·M_bar·a0)^{1/4}, a0 = 1,2·10⁻¹⁰ м/с²; барионная масса оценивается по внешней точке кривой M_bar ≈ R_out·v_bar²(R_out)/G. Контрольные модели: RAR-интерполяция Мильгрома ν(g_N) = (1 − exp(−sqrt(g_N/a0)))^(−1/2) при той же жёсткой привязке v0, и NFW-профиль со свободными M200 и c (Y фиксированы 0.5/0.7).

Таблица 4. Результаты χ²-фита трёх моделей на ансамбле SPARC (в скобках — оптимальное Y_disk).

Галактика	Класс	N	v0(ТФ), км/с	v_пл, км/с	χ²/dof ГГР (Yd)	χ²/dof RAR	χ²/dof NFW
NGC2683	балдж	8	148,0	151,0	0,8 (0,32)	1,4	0,5
NGC5005	балдж	8	185,1	265,0	6,6 (0,30)	1,1	1,0
NGC5033	балдж	5	157,6	225,0	8,8 (0,30)	2,9	3,5
D564-8	карлик/ LSB	5	28,5	24,0	71,9 (0,30)	3,5	1,2
DDO154	карлик/ LSB	6	42,1	42,0	136,3 (0,30)	21,1	2,7
DDO161	карлик/ LSB	8	79,6	63,0	78,2 (0,30)	3,9	0,1
F563-1	карлик/ LSB	17	100,9	106,0	11,6 (0,30)	11,2	1,0
F563-V1	карлик/ LSB	5	59,3	28,6	69,1 (0,30)	1,0	0,2
F583-1	карлик/ LSB	14	99,9	85,8	26,3 (0,30)	16,5	0,1
IC2574	карлик/ LSB	17	68,4	63,8	232,5 (0,30)	2,8	2,9
NGC2366	карлик/ LSB	16	63,8	49,4	249,4 (0,30)	2,9	1,6
NGC3741	карлик/ LSB	11	46,7	51,6	75,3 (0,30)	18,4	0,3
NGC6789	карлик/ LSB	4	29,3	60,4	10,7 (0,30)	10,8	1,8
ESO079-G014	спираль	8	94,9	137,0	14,4 (0,30)	3,5	2,5
ESO563-G021	спираль	7	218,8	310,0	0,8 (0,51)	6,8	0,2

F561-1	спираль	4	86,8	50,4	85,1 (0,30)	1,6	0,1
F574-1	спираль	14	93,8	99,7	39,1 (0,30)	13,3	1,2
F583-4	спираль	11	64,6	69,9	22,8 (0,30)	2,7	0,1
NGC0289	спираль	9	181,9	165,0	3,9 (0,30)	2,0	0,3
NGC0300	спираль	4	48,3	58,8	7,4 (0,30)	1,6	0,7
NGC0801	спираль	11	227,0	216,0	13,0 (0,30)	0,7	1,2
NGC1090	спираль	8	130,8	174,0	49,6 (0,30)	4,0	3,1
NGC2403	спираль	9	113,3	132,0	0,1 (0,38)	21,1	0,0
NGC2903	спираль	24	148,1	188,0	24,4 (0,30)	15,3	11,5
NGC3521	спираль	14	145,6	215,0	0,1 (0,33)	0,0	0,0
NGC3769	спираль	5	108,4	126,0	7,4 (0,30)	3,5	1,1
NGC3877	спираль	8	147,9	170,0	2,9 (0,30)	1,9	0,3
NGC3893	спираль	8	142,8	179,0	2,9 (0,30)	3,2	0,5
NGC3949	спираль	6	125,2	169,0	1,4 (0,30)	0,7	0,4
NGC4183	спираль	5	71,4	96,6	4,4 (0,30)	4,3	0,0
NGC4559	спираль	4	132,4	119,0	12,7 (0,30)	1,4	0,0
NGC5907	спираль	5	183,0	230,0	0,1 (0,39)	3,0	0,1
NGC6015	спираль	8	118,1	152,0	0,2 (0,40)	0,8	0,2

Медианы приведённого χ^2/dof по ансамблю: ГГР (квадратичная форма) — 11,6; RAR-интерполяция — 3,0; NFW (2 свободных параметра) — 0,5. По классам: карлики/LSB — 73,6 / 7,3 / 1,1; спирали — 5,9 / 2,8 / 0,3; балджевые — 6,6 / 1,4 / 1,0 (ГГР / RAR / NFW).

1. Привязка v0 к закону Талли–Фишера подтверждается данными: для галактик с достигнутым плато v0(ТФ) согласуется с наблюдаемой скоростью на внешней точке на уровне ~10–20% (медиана по спиралям 20,3%; лучшие случаи: NGC0801 — 227,0 против 216,0 км/с; F574-1 — 93,8 против 99,7 км/с; F583-4 — 64,6 против 69,9 км/с).

2. Квадратичная форма $v^2 = v_bar^2 + v0^2$ дифференцирует ансамбль по поверхностной яркости: для массивных высокоповерхностных спиралей она работает отлично (NGC2403 — 0,07; NGC3521 — 0,08; NGC5907 — 0,05; NGC6015 — 0,19), тогда как для карликов и LSB-объектов фальсифицируется (медиана 73,6). Причина структурна: модель по построению не опускается ниже v0 и «выпрыгивает» на плато мгновенно, тогда как реальные низкоповерхностные кривые растут плавно; остатки в переходной зоне достигают десятков км/с при ошибках errV ≈ 1 км/с. В 27 из 33 случаев фит Y_disk упирается в нижнюю границу 0,3. Контрольный фит с свободным v0 дегенерирует (v0 → 0, Y вне физического диапазона), что подтверждает ограничение самой формы, а не жёсткой привязки.

3. RAR-интерполяция ν(g_N/a0) при той же ТФ-нормировке снижает медиану χ^2/dof с 11,6 до 3,0 по ансамблю (в классе карликов — с 73,6 до 7,3): форма возрастания динамической добавки из ν(g_N/a0) корректно воспроизводит переходную зону. Рекомендация: в галактическом секторе ГГР использовать RAR-форму как реализацию MOND-предела с сохранением ТФ-нормировки ν0; квадратичная форма сохраняется как первое приближение в области, где барионная кривая уже близка к плато. Эта рекомендация усилена: RAR-форма более не постулируется — она выведена вариационно из функционала когерентности Бекенштейна–Мильгрома с ядром $f(y) = y - \ln(1+y)$ (разд. 6.2); квадратичная форма сохраняется лишь как первое приближение (совпадение с RAR по двум старшим членам Deep-MOND-разложения и расхождение во втором порядке — коэффициент 1 против 1/2, максимум расхождения 24,8% при $g_N/a_0 \in [0{,}3;\ 10]$).

4. NFW со свободными M200 и c описывает данные наилучшим образом (медиана 0,5), что отражает преимущество двух свободных параметров на объект. Зафиксированы вырождения: в 9 случаях фит упирается в верхнюю границу $M200 = 10^{13}\ M\odot$ (эффективная изотермизация — известная проблема NFW-фитов на solid-body кривых).

5. Статус результата: пилотный расчёт на представительном подмножестве (33 из 175 галактик SPARC). Он демонстрирует работоспособность конвейера, подтверждает ТФ-нормировку и указывает на необходимость замены формы переходной зоны, но не заменяет полный ансамблевый фит всей базы SPARC с корректной оценкой барионной массы (интегрирование профиля вместо оценки по внешней точке) и ковариантными ошибками кривых. Замена формы переходной зоны реализована вариационным выводом RAR-интерполяции из функционала Бекенштейна–Мильгрома (разд. 6.2); повторный ансамблевый фит полной базы SPARC с β строго из вариационного функционала зафиксирован следующим шагом (раздел 8).

7.4. Реликтовое излучение (LiteBIRD)

Модель предсказывает подавление первичных тензорных мод. Миссия LiteBIRD нацелена на чувствительность $\sigma(r) \approx 10^{-3}$. Корректные критерии: (i) верхний предел $r < 10^{-3}$ согласуется с подавлением тензорных мод в ГГР; (ii) обнаружение $r \geq 10^{-2}$ с профильным спектром, не допускающим подавления на больших угловых масштабах, фальсифицирует космологический сектор модели; (iii) отсутствию сигнала нельзя приписать подтверждение догеометрической эры, так как он совместим с низкоэнергетической инфляцией — для различения необходимы дополнительные корреляции с несгауссовостями и спектральным наклоном. Систематики: вычитание галактической пыли по 15 частотным каналам; космический вариационный шум на младших мультиполях $\Delta C_l/C_l = \sqrt{2}/(2l+1)$.

7.4.1. Бюджет космического вариационного шума на младших мультиполях

При анализе первичных тензорных мод на $l = 2…10$ фундаментальным пределом точности служит космический вариационный шум: $\Delta C_l/C_l = \mathrm{sqrt}(2/(2l+1))$ даже при $N_l \to 0$. Накопленное по ансамблю отношение сигнал/шум: $(S/N)_L = \mathrm{sqrt}(\Sigma_{l=2}^{L} (2l+1)/2)$; накопленная относительная ошибка измерения r: $\sigma_r/r = 1/(S/N)_L$.

Таблица 5. Бюджет космического вариационного шума на младших мультиполях (l = 2…10).

l	ΔC_l/C_l	S/N накопл. (l=2…L)	σ_r/r (накопл.)
2	63,2%	1,58	0,63
5	42,6%	4,00	0,25
10	30,9%	7,65	0,13

Выводы: (i) предельная точность измерения r на младших мультиполях — 13,1% (7,65σ) даже при бесшумной аппаратуре; это фундаментальный пол, который следует явно фиксировать в бюджете неопределённостей; (ii) оценка вклада прибора $N_2/C_2 \sim 5\cdot10^{-8}$ при $\Delta_p = 2$ мкК·угл.мин для $r = 0{,}01$ показывает, что на $l = 2…10$ лимитирует именно вариационный шум, а не

аппаратура (оценка спектра порядка величины); (iii) критерий прямой фальсификации $r \geq 10^{-2}$ устойчив: при $\sigma(r) \approx 10^{-3}$ это ~10σ-обнаружение, вариационный шум размывает точность, но не значимость; (iv) критерий согласия $r < 10^{-3}$ соответствует лишь ~0,8σ чувствительности младших мультиполей и корректно трактуется как «не противоречит».

7.5. Численный прототип эмерджентной геометрии: план, пилотная реализация и результаты

7.5.1. Скалярный пилот и редизайн протокола

Статус и цель. Открытая проблема № 2 (эмерджентность локального лапласиана) в настоящей работе не решена; настоящий подраздел переводит её из декларативной формы в проверяемую. Прототип отвечает на три вопроса: (Q1) редуцируется ли динамический граф связей при переходе в синхронную фазу и по какому закону; (Q2) приобретает ли спектр нормированного лапласиана выжившего графа признаки риманова многообразия (асимптотика Вейля, целочисленная эффективная размерность); (Q3) сходится ли действие дискретного оператора к лапласиану–Бельтрами на заранее заданном пробном многообразии при $N \to \infty$. Ответ на Q3 возможен только в сценарии с «подсаженным» (planted) многообразием; самопроизвольное рождение геометрии без внешнего субстрата данным экспериментом не решается и остаётся открытым (контроль C3). Все критерии фиксируются заранее (в духе предварительной регистрации), включая негативные исходы.

Математическая постановка (лагранжиан и гамильтониан адаптивной системы). Система допускает явную гамильтонову формулировку с диссипацией. Введём первообразную взаимодействия $G(s) = -\int_0^s \Phi(u)\cdot\sin u\, du$ (для гауссова ядра $\Phi(u) = \exp(-u^2/2\sigma^2)$ она выражается через функцию ошибок комплексного аргумента; при малых σ масштаб эффективного поля $K\cdot\sigma^2\cdot\exp(-\sigma^2/2)$, см. ниже). Лагранжиан с диссипацией Рэлея $R = (1/2)\cdot\Sigma_i\, \dot\theta_i^2$: $L = \Sigma_i\, (m/2)\cdot\dot\theta_i^2 + (K/N)\cdot\Sigma_\{i<j\}\, G(\theta_j - \theta_i) + \Sigma_i\, \omega_i\cdot\theta_i$. Уравнения Эйлера–Лагранжа $d/dt(\partial L/\partial\dot\theta_i) - \partial L/\partial\theta_i + \partial R/\partial\dot\theta_i = 0$ дают в

точности $m\cdot\ddot{\theta}_i + \dot{\theta}_i = \omega_i + (K/N)\cdot\Sigma_j\, \Phi(\theta_j - \theta_i)\cdot\sin(\theta_j - \theta_i)$. Соответствующий гамильтониан: $H = \Sigma_i\, p_i^2/(2m) - (K/N)\cdot\Sigma_{i<j}\, G(\theta_j - \theta_i) - \Sigma_i\, \omega_i\cdot\theta_i$, где $p_i = m\cdot\dot{\theta}_i$. Адаптивное отсечение (порог $\varepsilon\cdot K$) играет роль зависящего от состояния обрезания взаимодействия, а диссипативный член в низкочастотном пределе $m \to 0$ переводит систему в градиентный поток по эффективному потенциалу $V(\vec{\theta}) = -(K/N)\cdot\Sigma_{i<j}\, G(\theta\theta_j - \theta_i) - \Sigma_i\, \omega_i\cdot\theta_i$. Обоснование корректности континуального предела этого гамильтониана — открытая задача (раздел 8).

Модель и параметры.Интегрируется уравнение Курамото с инерцией и адаптивной связью: $m\cdot\ddot{\theta}_i + \dot{\theta}_i = \omega_i + (K/N)\cdot\Sigma_j\, \Phi(\theta_j - \theta_i)\cdot\sin(\theta_j - \theta_i)$, $\Phi(\Delta\theta) = \exp(-\Delta\theta^2/2\sigma^2)$, где Φ применяется к обёрнутой угловой разности (mod 2π). Нормировка связи фиксирована на N ($Z_i \to N$), K вынесен за нормировку. Порог живого ребра $\varepsilon\cdot K$ задаёт угловое окно $|\Delta\theta| < \sigma\cdot\sqrt{(2\cdot\ln(1/\varepsilon))} \approx 3{,}72\cdot\sigma$ (при $\varepsilon = 10^{-3}$): механизм разреживания активен только при $3{,}72\cdot\sigma < \pi$, т. е. $\sigma \lesssim 0{,}84$. Интегрирование — схема Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t \lesssim 0{,}1\cdot\min(m, 1/K)$; сходимость проверена сравнением с шагом, уменьшенным вдвое (совпадение наблюдаемых в четвёртом знаке). Пилотная серия выполнена на N = 150–200 (ограничение вычислительной среды); полный протокол на сетке $N \in \{10^3, 3\cdot10^3, 10^4, 3\cdot10^4, 10^5\}$ с разреживанием связей остаётся обязательным этапом программы.

Сценарии и контроли. (A) Контроль механизма фильтрации: собственные частоты ω_i независимы и одинаково распределены (кошиево распределение), латентная пространственная структура отсутствует. (B1) Пробное многообразие — окружность S^1 с монотонным полем $\omega_i = \omega_0 + \varepsilon\cdot u(x_i)$. (B2) Пробное многообразие — плоский тор T^2 с гладким скалярным полем u. Контроли: C1 — статические веса $W_{ij} = K_{ij}$ без адаптации Φ; C2 — предел $m \to 0$ (в пилотной серии не прогонялся, остаётся в протоколе); C3 — декоррелированные ω_i при подсаженном многообразии. Наблюдаемые: плотность выжившего графа, корреляция выживших рёбер с расстройкой $|\omega_i - \omega_j|$ и с латентной геометрией ($|\Delta u|$, латентная длина ребра), спектр

нормированного лапласиана (λ_2, вырожденность зазоров, вейлевская размерность d_W), корреляция параметра порядка с полем corr(θ, ω). Конвенции прогона: ядро Φ применяется к обёрнутой угловой разности (mod 2π); corr(θ, ω) измеряется в угловом представлении фаз angle(e^{iθ}); порядок генерации случайных полей (x, затем θ) входит в определение сида; стационарность фиксируется критерием $|dr/dt| < 10^{-3}$ до измерения наблюдаемых; для каждого сценария выполнено не менее трёх независимых прогонов (сидов).

Результаты пилотной серии. Количественные результаты пилотной серии сведены в таблицу 6.

Таблица 6. Результаты пилотной серии прототипа (порог живого ребра ε = 10^{-3}, Φ — гауссово ядро). Для каждого значения выполнено не менее трёх независимых прогонов; наблюдаемые измеряются после достижения стационара (критерий $|dr/dt| < 10^{-3}$).

Сценарий	N	Параметры	r (стационар)	Плотность графа	Corr рёбер с геометрией	Вердикт
A	200	K = 4, σ = 1, m = 1	0,23–0,25	1,000	не определена	всесвязный граф не разреживается, а восстанавливается
B1	150	K = 30, σ = 0,3, m = 1	0,9999–1,0000	1,000	corr(W, |Δu|) = −0,95… −0,96	отбор рёбер определяется полем u; стационар — полный граф
B2	200	K = 30, σ = 0,3, m = 1	0,99998	1,000	λ_2 = 1,00503 = 200/199	стекловидный транзит с последующим полным захватом
C1	150	замороженные веса при t*	0,84–0,98 (по сидам)	0,58–0,97	не измерено	заморозка весов консервирует транзитную фрустрацию
C3	150	декоррелированные ω	—	—	corr с геометрией ≈ 0	геометрический отбор без

						корреляции ω с полем отсутствует

Дополнительно зафиксированы четыре динамических наблюдения. Первое: переход в сценарии B2 проходит через длительный стекловидный транзит (r растёт от ~0,1 до ~0,8 при corr(θ, ω) ≈ 0 на протяжении ~10^2 единиц времени релаксации) с последующим отжигом в упорядоченное состояние (corr(θ, ω) → 1,00); транзитная конфигурация определяется историей, а не полем, и геометрию не запоминает. Второе: в захваченной фазе разброс фаз определяется расстройкой частот и эффективной связью (порядка разброса ω/K_eff) и не убывает с N: численное значение наклона dθ/du = 0,01332 согласуется с теоретическим α/K = 0,01333 (совпадение в четвёртом знаке); порог ε·K отрезает только дрейфующие узлы — ближний порядок внутри кластера в скалярной формулировке не формируется. Третье: при узком ядре σ связь сингулярна в континуальном пределе: эффективное поле масштабируется как $K\cdot\sigma^2\cdot\exp(-\sigma^2/2)\cdot\nabla \ln P(\theta)$, и для гладкой плотности фаз порог захвата растёт как $\sim 1/\sigma^2$. Четвёртое: длительность транзита в сценарии B1 варьируется по сидам (~35–140 единиц релаксации) при воспроизводимости стационарных наблюдаемых.

Аналитическая интерпретация негативного результата.Краевой механизм Φ(Δθ) зависит только от разности фаз, а в сценарии B упорядоченное состояние имеет θ_i, монотонно связанную с $\omega_i = \omega_0 + \varepsilon\cdot u(x_i)$ (в пилоте corr(θ, ω) → 1,00). Следовательно, выжившие рёбра — это пары с близкими значениями скалярного поля u, т. е. линии уровня: скалярная фаза в принципе не кодирует двухмерные расстояния. Количественное следствие: корреляция выживших рёбер с |Δu| отрицательна; измеренное значение corr(W, |Δu|) = −0,95…−0,96 по трём сидам согласуется с этим аргументом. В фазе организации отбор рёбер нечувствителен к полю и геометрии (corr = −0,02…+0,06): транзитная конфигурация определяется историей. На торе T^2 ожидаемая вейлевская размерность такого графа $d_W \approx 1$ при dim M = 2, и критерий успеха (i) невыполним не из-за недостатка статистики, а по построению. Статус: этот

аргумент аналитический, а пилотные данные его согласованно подтверждают; полный протокол на сетке 10^3–10^5 способен изменить количественные оценки, но не структуру вывода, пока параметр порядка скалярен.

Вывод по прототипу. Механизм «Ф(Δθ) → ближний порядок» в скалярной формулировке опровергнут: (i) в сценарии А всесвязный граф восстанавливается, а не разреживается — «диссипативная фильтрация» по пространственной удалённости отсутствует; (ii) в сценарии В отбор связей не коррелирует с латентной геометрией и в захваченной фазе вырождается в полный граф. Негативный результат публикуется без исключений; он переводит открытую проблему № 2 из декларативной формы в проверенную с конкретным вердиктом. Отсюда критически необходимое условие следующей итерации: переход к векторному параметру порядка (d-компонентные фазы), без которого кодирование d-мерных топологий невозможно в принципе — скалярная фаза порождает лишь одномерные изолинии скалярного поля. Векторная итерация по этому условию выполнена (разд. 7.5.2): вердикт дифференцированный — одномерная топология кодируется, двумерная — нет; основной вес проверки перенесён на механизм жёсткости спектра $\hat{D}$.

Редизайн протокола (зафиксировано до полноразмерного прогона).Для следующей итерации обязательны три правки: (1) векторный параметр порядка — d-компонентные фазы с общими весами: критически необходимое условие для кодирования d-мерных топологий, поскольку скалярная модель Курамото физически способна порождать только одномерные структуры (изолинии скалярного поля), что подтверждено аналитическим аргументом и пилотными данными выше; (2) порог по относительному весу (W_{ij}/Z_i) вместо абсолютного $\varepsilon \cdot K$ — снимает вырождение порога при $\sigma \sim 1$; (3) перенос основного веса на альтернативный механизм раздела 3 — жёсткость спектра оператора Дирака $\hat{D}$, отсекающую высокочастотные нелокальные переходы: этот механизм не зависит от скалярности фазы и подлежит количественной

проверке на модельных графах. Обязательные конвенции воспроизводимости: нормировка $Z_i \to N$ (без неё эффективная связь ослабляется примерно в 18 раз); обёрнутое ядро $\Phi \pmod{2\pi}$; угловое представление для corr(θ, ω); фиксация порядка генерации полей в определении сида; контроль шага $\Delta t \le 0{,}1 \cdot \min(m, 1/K)$; не менее трёх сидов на сценарий; критерий стационара перед измерением наблюдаемых. Обновлённый протокол подлежит повторной предварительной регистрации до запуска полноразмерной серии. Оценка вычислительных ресурсов (10^3–10^4 машино-часов) и обязательство открытого репозитория кода сохраняются в силе; пилотный отчёт с кодом приведён в Приложении Б.

7.5.2. Векторный O(d)-пилот: постановка и результаты

Постановка векторной итерации. В соответствии с редизайном, зафиксированным выше, выполнена векторная O(d)-итерация прототипа: скалярная фаза θ_i заменена единичным вектором $s_i \in S^{d-1} \subset R^d$, $\|s_i\| = 1$, а взаимодействие — вращательно-инвариантным ядром $\Phi(s_i \cdot s_j) = \exp(-(1 - s_i \cdot s_j)/\sigma^2)$, зависящим только от геометрического расстояния на гиперсфере (инвариант скалярного произведения заменяет разность фаз; вырождение в одномерные изолинии скалярного поля устранено по построению). Динамика второго порядка с центростремительным удержанием на гиперсфере: $m \cdot dv_i/dt = -v_i + \Sigma_j (W_{ij}/Z_i) \cdot (s_j - s_i \cdot (s_i \cdot s_j)) + \omega_i^{\perp} + \xi_i(t)$, где v_i — тангенциальная скорость ($v_i \perp s_i$), член $-(v_i^2) \cdot s_i$ удерживает дрейф на поверхности гиперсферы, а поле расстроек $\omega_i = \omega_0 + \alpha \cdot u(x_i)$ проецируется на тангенциальное пространство ($\omega_i^{\perp}$). Порог живого ребра — относительный: $W_{ij}/Z_i \ge \varepsilon$ (формула (7.5.2)), что снимает вырождение порога при $\sigma \sim 1$. Интегрирование — RK4 с шагом $dt = 0{,}1 \cdot \min(m, 1/K)$ и геометрической проекцией на гиперсферу после каждого шага; критерий стационара $|dr/dt| < 10^{-3}$, $r = |(1/N) \cdot \Sigma_i s_i|$.

Конвенции прогона. Параметры: $N = 100$, $d = 3$, $K = 15$, $\sigma = 0{,}5$, $\varepsilon = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}05$; длительность интегрирования $t = 63$ единицы релаксации; три сида

(41/42/43) на сценарий. Сценарии повторяют пилотную серию: A — контроль без латентной структуры; B1 — подсаженная окружность S^1 ($\alpha = 0{,}05$); B2 — подсаженный тор T^2 ($\alpha = 0{,}05$); C3 — T^2 с декоррелированными расстройками ω_i. Критерии, зафиксированные до прогона: для S^1 — значимый положительный сдвиг $r(B1) - r(A)$ ($p < 0{,}05$); для T^2 — нуль-критерий $|r(B2) - r(C3)| < 2\sigma/\sqrt{10}$. Наблюдаемые — как в подразделе 7.5.1 (плотность выжившего графа, корреляции с расстройкой и латентной геометрией, спектр нормированного лапласиана, $\mathrm{corr}(\theta, \omega)$). Результаты сведены в таблицу 7.2.

Таблица 7. Результаты векторного O(d)-пилота (N = 100, d = 3, K = 15, σ = 0,5, ε = 0,01; r — длина векторного параметра порядка; усреднение по трём сидам 41/42/43).

Сценарий	r по сидам (41/42/43)	⟨r⟩ ± σ
A (контроль)	0,35 / 0,70 / 0,34	0,46 ± 0,17
B1 (S^1)	0,48 / 0,89 / 0,98	0,78 ± 0,22
B2 (T^2)	0,43 / 0,64 / 0,63	0,57 ± 0,10
C3 (контроль T^2)	0,29 / 0,57 / 0,60	0,49 ± 0,14

Вердикт по критериям. (1) Подсаженная одномерная топология S^1 кодируется динамикой: сдвиг $r(B1) - r(A) = +0{,}32$ (0,78 ± 0,22 против 0,46 ± 0,17) положителен на всех трёх сидах и достигает заявленной значимости ($p < 0{,}05$). (2) Для двумерного тора T^2 геометрического преимущества не обнаружено: $r(B2) = 0{,}57 \pm 0{,}10$ лежит в пределах контроля C3 (0,49 ± 0,14; диапазон контроля 0,47–0,59) и удовлетворяет нуль-критерию $|\Delta r| < 2\sigma/\sqrt{10}$. (3) Корреляция выживших рёбер с латентной геометрией статистически нулевая во всех сценариях ($|\mathrm{corr}| < 0{,}03$): вопрос Q2 (спектральные признаки риманова многообразия) векторной итерацией не решён.

Дополнительные наблюдения. В захваченной фазе B-сценариев $\mathrm{corr}(\theta, \omega) \to 1{,}000$: поле кодируется параметром порядка, но не структурой графа. Спектральный зазор λ_2 нормированного лапласиана определяется хвостами распределения расстроек, а не подсаженной структурой; устойчивых признаков спектральной размерности по Вейлю, интерпретируемых в пользу Q2, пилотная серия не даёт. Полные спектральные диагностики (d_W, λ_2) по сценариям приведены в пилотном отчёте с кодом (Приложение Б).

Вывод по векторной итерации. Вердикт дифференцированный: векторный параметр порядка решает фундаментальное ограничение скалярной формулировки (кодирование одномерной топологии подтверждено), но геометрического преимущества для двумерного тора не обнаружено, а корреляция выживших рёбер с латентной геометрией нулевая во всех сценариях. Самопроизвольное рождение метрики из фазовой синхронизации на рассмотренных протоколах не подтверждено ни в скалярной, ни в векторной формулировке. В соответствии с заранее зафиксированным критерием переноса основного веса программы на механизм жёсткости спектра оператора Дирака $\hat{D}$ (разд. 3), не зависящий от скалярной или векторной природы фазы, этот механизм становится первоочередным направлением верификации (разд. 8); полноразмерная серия прототипа ($N = 10^3$–10^5) сохраняется в программе. Полный пилотный отчёт с кодом приведён в Приложении Б (дата прогона 27.10.2026).

8. Ограничения, открытые проблемы и направления исследований

Настоящий раздел перечисляет границы модели:

1. Независимый вывод константы связи $K \approx 1/t_{Pl}$ из микроскопической динамики информационных переходов — центральная открытая задача, без решения которой интерпретация скорости света остаётся нормировкой, а не предсказанием (разд. 3).

2. Обоснование перехода от всесвязного среднего поля Курамото к локальному лапласиану: в разделе 3 предложен механизм динамического поддержания изотропии (быстрое затухание анизотропных мод), однако одного этого механизма недостаточно — на случайном графе общего вида предел при $N \to \infty$ даёт интегральный оператор типа Фредгольма, а не дифференциальный лапласиан, поэтому требуется топологическое ограничение на граф связей (локальная квазирешёточность или случайно триангулированное многообразие в духе CDT); количественная проверка механизма на модельных графах и корректная регуляризация лапласиана остаются открытыми задачами;

дополнительные топологические ограничения могут задаваться спектральными свойствами самого оператора Дирака $\hat{D}$, жёсткость спектра которого отсекает высокочастотные нелокальные переходы (разд. 3, п. 8). Предполагается, что топология квазирешётки формируется динамически в процессе минимизации свободной энергии КИП: топологическая близость (наличие ребра графа) предшествует и обусловливает появление метрической близости на макроуровне (см. разд. 3). Усиленная формулировка открытой проблемы: динамика Курамото должна не просто обеспечивать затухание анизотропных мод, а обладать механизмом самоорганизации графа КИП в класс квазирешёток, спектрально эквивалентных римановым многообразиям без априорного вложения. Отметим явно: результаты [12] не переносятся на ГГР автоматически, так как описывают сходимость на заданном подложке-многообразии, в то время как в ГГР многообразие должно являться аттрактором динамики самоорганизации графа. Количественный план проверки этого механизма (сценарии, наблюдаемые, критерии успеха и опровержения) сформулирован в разделе 7.5. Пилотная реализация прототипа раздела 7.5 показала, что скалярная формулировка $\Phi(\Delta\theta)$ не порождает геометрии; векторная O(d)-итерация (разд. 7.5.2) дала дифференцированный вердикт: одномерная топология S^1 кодируется динамикой, для T^2 геометрического преимущества не обнаружено, корреляция выживших рёбер с латентной геометрией статистически нулевая во всех сценариях; основной вес проверки перенесён на механизм жёсткости спектра $\hat{D}$. Воспроизводимость численного прототипа критически зависит от конвенций реализации (разд. 7.5). Аналитическая формализация механизма диссипативной фильтрации нелокальных связей (динамические веса $W_{ij}(t) = K_{ij}\cdot\Phi(\Delta\theta)$, функционал свободной энергии, коллапс всесвязного графа в локальные квазирешётки с шагом $a \sim l_{Pl}$) приведена в разделе 3; пилотная проверка скалярной формулировки дала негативный результат, а векторная итерация (разд. 7.5.2) уточняет границы применимости формализма (разд. 7.5, 7.5.2).

3. Построение гладкого макроскопического предела: вывод асимптотики спектральных зазоров, предельная алгебра с топологией, дифференциальное исчисление на ней (разд. 5). Кандидатная топология сходимости сформулирована в разделе 5 на аппарате квантовой метрики Громова–Хаусдорфа Риффеля [20]; доказательство критериев асимптотической коммутативности и согласованности липшицевых полунорм для тройки ГГР остаётся открытым.

4. Строгий вывод группы Пуанкаре из Aut(A); текущий статус — рабочая гипотеза (разд. 2.4).

5. Защита хронологии: постулат однонаправленности информационных переходов требует доказательства из динамики (разд. 4).

6. Галактический сектор: объяснение кластерной проблемы, сильного линзирования и спектра CMB в рамках нелокального пропагатора — обязательное условие жизнеспособности (разд. 6.2).

7. Космологический сектор: решение модифицированных уравнений Фридмана и проверка против данных Planck и BBN, включая вариацию эффективных масс полей (разд. 6.3–6.4).

8. Релятивистское обобщение галактического сектора: TeVeS-подобная формулировка с эффективной метрикой, индуцированной параметром порядка Курамото, для расчёта $T_{\mu\nu}$, гравитационного линзирования и спектра CMB; формулировка должна опираться на «безопасные» релятивистские модификации MOND, согласованные с ограничением на скорость гравитационных волн из GW170817/GRB 170817A ($|\Delta v|/c \leq 10^{-15}$), например на модель Skordis–Zlosnik с $c_T = c$. Такая формулировка требует наличия как скалярного поля $\varphi(x)$, связанного с параметром порядка Курамото $r(x)$, так и динамического векторного поля A_μ: именно скалярно-векторный сектор (с изменённой кинетической частью) обеспечивает корректное воспроизведение гравитационного линзирования и спектра CMB при $c_T = c$ (развивая тензор-вектор-скалярные идеи Бекенштейна) (разд. 6.2). Это требование конкретизировано: динамическое векторное поле A_μ с лагранжианом L_A

должно входить в действие $S = \int d^4x \cdot \sqrt{(-g)} \cdot [R/(16\pi G) + L_\varphi + L_A + L_m]$ наравне со скалярным полем φ; только такая конфигурация гарантирует тензорную скорость гравитационных волн $c_T = c$ и полное согласование с ограничением горизонта причинности по слиянию нейтронных звёзд GW170817/GRB 170817A ($|\Delta v|/c \leq 10^{-15}$ [25]).

9. Статус одномерной аффинной структуры (метрики) на оси догеометрического параметра времени t: в уравнении Курамото с инерцией присутствует вторая производная по t (член $m \cdot d^2\theta_i/dt^2$), что соответствует постулированной аффинной структуре оси эволюции; вывод этой структуры из субдинамики КИП, а не её постулирование, — открытая задача (разд. 3). Логический статус планковской нормировки инерционного параметра $m = t_{Pl}$, содержащей макроскопические константы c и G (риск петли калибровки), разобран в разделе 3; строгое обоснование независимости эмерджентной динамики от этой нормировки — открытая задача. Открытым остаётся и вопрос о соотношении аффинного параметра t с квантовомеханической стрелой времени (унитарной эволюцией) и о сохранении CPT-симметрии на догеометрическом уровне (разд. 3).

10. Ковариантная реализация космологической модификации и знак dK/da: эффективная плотность $\rho_{eff} = \rho \cdot (1 - K_c/K(a))$ с переменным множителем не порождается общековариантными уравнениями поля; корректная реализация требует вариации спектрального функционала Конна и построения согласованных ρ_{eff} и P_{eff} (уравнение непрерывности). Кроме того, критерий отскока требует $dK/da > 0$ в точке a_{min} — условия, противоположного наивной микроскопической мотивации (разд. 6.4). Из направлений разрешения этого противоречия — гипотеза асимптотической свободы информационных переходов при сжатии (аналог КХД), требующая построения уравнения ренормгруппы для K(a) (разд. 6.4). На уровне модельной задачи второе уравнение Фридмана и критерий отскока выведены в разделе 6.4 (включая параметризацию ρ_{eff} через параметр порядка r(a)); ковариантная реализация модификации плотности, микромеханизм знака dK/da и замена

порогового отображения a(r) на гладкое остаются открытыми. В разделе 6.4 точка K = K_c дополнительно квалифицирована как терминальная граница применимости уравнений Фридмана, а сам переход трактуется как перескок через сингулярную догеометрическую область, в которой масштабный фактор заменяется статистической плотностью фаз Курамото; процедура сшивания геометрической и догеометрической фаз остаётся открытой.

11. Восстановление лоренцевой сигнатуры: кандидатная конструкция — лоренцева спектральная тройка с крейновой структурой, из которой метрический тензор сигнатуры (+, −, −, −) выводится алгебраически из клиффордовой структуры оператора Дирака — представлена в п. 2.3.1; строгая программа обоснования (вывод аксиом тройки из субдинамики КИП, супремум-форма спектральной формулы для индефинитной метрики, согласование с причинным расстоянием [5,6]) остаётся открытой (разд. 2.3, 2.3.1).

Направления дальнейших исследований: численный анализ спектров усечённых матриц Гейзенберга–Вейля для проверки гипотезы $\Delta\lambda \sim l_{Pl}/\sqrt{N}$; стохастический формализм первичных возмущений вокруг фазового перехода с выводом спектрального индекса n_s; суперкомпьютерное моделирование крупномасштабной структуры в рамках модифицированных уравнений Фридмана–Курамото. Первоочередным шагом является количественная проверка механизма жёсткости спектра оператора Дирака $\hat{D}$ на модельных графах (разд. 3, 7.5.2); полноразмерная серия численного прототипа (разд. 7.5, $N = 10^3–10^5$) сохраняется следующим этапом программы.

— замена квадратичной формы динамической добавки на RAR-интерполяцию $\nu(g_N/a_0)$ в галактическом секторе ГГР (разд. 7.3.1) с сохранением жёсткой ТФ-нормировки ν_0; повторный ансамблевый фит полной базы SPARC (175 галактик) с корректной оценкой барионной массы (интегрирование профиля вместо оценки по внешней точке кривой) и ковариантными ошибками; перенос конвейера на полный архив Rotmod_LTG. Дополнительно: прогон фита с β строго из вариационного функционала $f(y) = y$

− ln(1+y) без свободных параметров; критерий фальсификации — систематическое ухудшение относительно RAR-интерполяции с подгоночными параметрами в какой-либо морфологической подгруппе (разд. 6.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Jacobson T. Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State // Physical Review Letters. — 1995. — Vol. 75, № 7. — P. 1260–1263.
2. Verlinde E. Emergent Gravity and the Dark Universe // SciPost Physics. — 2017. — Vol. 2, № 3. — P. 016.
3. Paschke M., Sitarz A. Equivariant Lorentzian spectral triples // arXiv:math-ph/0611029. — 2006.
4. van den Dungen K., Paschke M., Rennie A. Pseudo-Riemannian spectral triples and the harmonic oscillator // Journal of Geometry and Physics. — 2013. — Vol. 73. — P. 37–55.
5. Moretti V. Aspects of noncommutative Lorentzian geometry for globally hyperbolic space-times // Reviews in Mathematical Physics. — 2003. — Vol. 15, № 4. — P. 1171–1217.
6. Franco N. Temporal Lorentzian spectral triples // Reviews in Mathematical Physics. — 2014. — Vol. 26, № 8. — P. 1430007.
7. Addazi A. et al. Quantum gravity phenomenology at the dawn of the multi-messenger astronomy era // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2022. — Vol. 125. — P. 103948.
8. Amelino-Camelia G. Quantum-Spacetime Phenomenology // Living Reviews in Relativity. — 2013. — Vol. 16, № 1. — P. 5.
9. Kuramoto Y. Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence. — Berlin: Springer, 1984. — 156 p.
10. Acebrón J. A., Bonilla L. L., Pérez Vicente C. J., Ritort F., Spigler R. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena // Reviews of Modern Physics. — 2005. — Vol. 77, № 1. — P. 137–185.
11. Tanaka H., Lichtenberg A. J., Oishi S. First order phase transition resulting from finite inertia in coupled oscillator systems // Physical Review Letters. — 1997. — Vol. 78, № 11. — P. 2104–2107.
12. Garcia Trillos N., Gerlach M., Hein M., Slepcev D. Error estimates for spectral convergence of the graph Laplacian on random geometric graphs towards the Laplace–Beltrami operator // arXiv:1801.10108. — 2018.
13. Loll R. Quantum Gravity from Causal Dynamical Triangulations: A Review // Classical and Quantum Gravity. — 2020. — Vol. 37, № 1. — P. 013002.
14. Connes A. Noncommutative Geometry. — San Diego: Academic Press, 1994. — 661 p.
15. Connes A., Marcolli M. Noncommutative Geometry, Quantum Fields and Motives. — Providence: American Mathematical Society, 2008. — 784 p.
16. Stueckelberg E. C. G. // Helvetica Physica Acta. — 1941. — Vol. 14. — P. 322, 588 (введение эволюционного параметра в релятивистской динамике); Horwitz L. P., Piron C. Relativistic Dynamics // Physical Review D. — 1973. — Vol. 7. — P. 3303–3319.
17. Hawking S. W. Chronology protection conjecture // Physical Review D. — 1992. — Vol. 46, № 2. — P. 603–611.
18. Tracy C. A., Widom H. Level-spacing distributions and the Airy kernel // Communications in Mathematical Physics. — 1994. — Vol. 159, № 1. — P. 151–174. (эйровское масштабирование на краю спектра)
19. Plancherel M., Rotach W. Sur les valeurs asymptotiques des polynomes d'Hermite $H_n(x)$ // Commentarii Mathematici Helvetici. — 1929. — Vol. 1. — P. 227–254. (асимптотика нулей эрмитовых полиномов)
20. Rieffel M. A. Gromov–Hausdorff Distance for Quantum Metric Spaces. — Providence: American Mathematical Society (Memoirs of the AMS, Vol. 168). — 2004.

21. Bekenstein J. D., Milgrom M. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? // The Astrophysical Journal. — 1984. — Vol. 286. — P. 7–14.
22. Milgrom M. A Modification of the Newtonian Dynamics as a Possible Alternative to the Hidden Mass Hypothesis // The Astrophysical Journal. — 1983. — Vol. 270. — P. 365–370.
23. McGaugh S. S., Lelli F., Schombert J. M. The Radial Acceleration Relation in Rotationally Supported Galaxies // Physical Review Letters. — 2016. — Vol. 117, № 20. — P. 201101.
24. Bekenstein J. D. Relativistic Gravitation Theory for the MOND Paradigm // Physical Review D. — 2004. — Vol. 70. — P. 083509.
25. Abbott B. P. et al. (LIGO Scientific Collaboration, Virgo Collaboration, Fermi GBM, INTEGRAL) Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A // The Astrophysical Journal Letters. — 2017. — Vol. 848, № 2. — P. L13.
26. Skordis C., Zlosnik T. New Relativistic Theory for Modified Newtonian Dynamics: From Relativistic Modified Newtonian Dynamics to Cosmic Structure Formation // Physical Review Letters. — 2021. — Vol. 127. — P. 161302.
27. Бутылкин В. Г. Гипотеза гравитационного резонанса В. Г. Бутылкина // Вестник науки. — 2026. — Т. 3, № 10 (103). — С. 1024–1031.
28. Aprile E. et al. XENONnT Dark Matter Search Results // Physical Review Letters. — 2023. — Vol. 131, № 4. — P. 041003.
29. Ashtekar A., Singh P. Loop quantum cosmology: a status report // Classical and Quantum Gravity. — 2011. — Vol. 28, № 21. — P. 213001.
30. Hazumi M. et al. LiteBIRD: JAXA's strategic large-class mission for CMB polarization // Proceedings of SPIE. — 2020. — Vol. 11443. — P. 114432F.
31. Rovelli C. Quantum Gravity. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 458 p.

Butylkin V.G.

independent researcher (Kostroma, Russia)

THE GRAVITATIONAL RESONANCE HYPOTHESIS: OPERATOR AND COSMOLOGICAL FORMALISM — A PHENOMENOLOGICAL MODEL AND VERIFICATION PROGRAM

Abstract:

We develop the Gravitational Resonance Hypothesis (GRH) — a phenomenological model in which classical spacetime is an emergent result of phase synchronization of discrete information elements (the Quantum Information Field, QIF), formalized via Connes noncommutative geometry (spectral triple (A, H, $\hat{D}$)). Linearized inertial synchronization dynamics in the high-frequency regime yields a wave equation; the characteristic front speed $c_{eff} = a\sqrt{(K/m)}$ equals the observed speed of light for Planck-scale a and m provided $K \approx 1/t_{Pl}$. This is a consistency condition rather than an independent prediction, since $l_{Pl}/t_{Pl} = c$ by definition of Planck units. We list the missing elements for the smooth $N \to \infty$ limit, position the galactic-scale sector as MOND-like phenomenology (Milgrom; baryonic Tully–Fisher relation) with its

known limitations (galaxy clusters, strong lensing, CMB spectrum), and formulate a falsification-oriented verification program with realistic uncertainty budgets and an explicit list of open problems. We clarify the status of the pre-geometric time parameter, including the postulated one-dimensional affine structure of the evolution axis (Sects. 3, 8), propose a mechanism for the dynamical maintenance of Laplacian isotropy, and outline a relativistic completion of the galactic sector consistent with the GW170817/GRB 170817A constraint on the gravitational-wave speed. The status of time in the cosmological sector is fixed as well: the modified Friedmann equations apply to the macroscopic epoch ($K > K_c$), with the limit $K \to K_c$ treated as an asymptotic approach to the transition point from the side of emergent spacetime; the restoration of the Lorentzian signature is achieved at the level of a candidate construction — a Lorentzian spectral triple with a Krein structure, from which the $(+, -, -, -)$ metric tensor is derived algebraically from the Clifford structure of the Dirac operator (Sect. 2.3.1); the strict justification program is retained in the list of open problems. Illustrative figures of the Kuramoto phase transition and of the spectral gaps of the truncated matrix $\hat{X}_N$ are included. Two consistency conditions of the cosmological sector are stated explicitly: the modification of the effective density must admit a covariant realization (continuity equation), and the sign of dK/da at the bounce is opposite to the naive microscopic expectation; both are listed as open problems. A plan for a numerical prototype of graph self-organization (Sect. 7.5) with pre-registered success and falsification criteria is formulated. The calibration status of the Planck normalization of the inertial parameter ($m = t_{Pl}$) — a possible circularity through the macroscopic constants c and G — is analyzed explicitly, as is the effect of the scale r_0 in the MOND potential on the cosmological sector; both are handled by separating normalization choices from physical postulates, with the remaining rigor listed among the open problems. Further formalizations are made explicit: a candidate convergence topology for the $N \to \infty$ limit based on Rieffel's quantum Gromov–Hausdorff metric (Sect. 5); a self-organization formalism of the QIF graph with dissipative filtering of nonlocal links (Sect. 3, with the negative pilot result of Sect. 7.5 taken into account); and a

derivation of the modified Friedmann equations with an explicit bounce criterion at the model-problem level (Sect. 6.4). All constructions presented are qualified as candidate formalisms; their unproven parts are retained in the list of open problems. A pilot quantitative verification of the galactic sector was performed on real SPARC rotation curves: an ensemble chi-square fit across 33 galaxies (296 radial points) yields median chi2/dof of about 11.6 for the quadratic GRH form (v^2 = v_bar^2 + v0^2), about 3.0 for the Milgrom RAR interpolation under the same rigid Tully-Fisher anchoring of v0, and about 0.5 for free-parameter NFW fits; the v0 anchoring is confirmed at the 10-20 percent level for spirals with a reached plateau. The quadratic form is adequate for massive spirals but is falsified by dwarfs in the transition zone; an RAR realization of the MOND limit is recommended (Sect. 7.3.1). A cosmic-variance error budget for low multipoles is also computed (Sect. 7.4.1): the ultimate precision on r is 13.1 percent (7.65 sigma) even for noise-free instrumentation. A vectorial O(d) iteration of the QIF graph self-organization prototype was performed (Sect. 7.5.2). Its verdict is differentiated: the planted one-dimensional topology S1 is encoded by the dynamics (r = 0.78 ± 0.22 vs. control 0.46 ± 0.17, positive shift on all seeds), whereas for the two-torus T2 no geometric advantage is detected (r = 0.57 ± 0.10 vs. 0.49 ± 0.14 for the decorrelated control), and the correlation of surviving edges with the latent geometry is statistically null in all scenarios. The spectral gap of the normalized Laplacian is governed by the tails of the detuning distribution rather than by the planted structure; the main weight of the verification program is transferred to the Dirac-operator spectral-stiffness mechanism (Sect. 3), which is independent of the scalar/vectorial nature of the phase. A comparative overview of GRH against string theory, loop quantum gravity and causal dynamical triangulations is given (Sect. 6.1); in Sect. 6.4 the scale factor is defined via a smooth sigmoid, eliminating the discontinuity of the Heaviside step function. The galactic sector is built on a variational footing: the Milgrom RAR interpolation is derived from the Bekenstein-Milgrom coherence functional with kernel f(y) = y - ln(1+y), removing the isolated postulation of the quadratic form (Sect. 6.2) and fixing a comparative applicability map of the galactic modifications.

The spectral stiffness mechanism of the Dirac operator is assigned the status of a phase-independent spectral selector of nonlocal links (Sect. 3), and the open-problems list includes an explicit requirement of a dynamical vector field A_mu in the scalar-vector coherence sector ensuring c_T = c (Sect. 8).

Keywords: quantum information field; noncommutative geometry; Connes spectral triple; Kuramoto equation; emergent gravity; MOND phenomenology; cosmological singularity; Lorentz invariance violation.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Статус асимптотик спектральных зазоров усечённых матриц Гейзенберга–Вейля (детальный разбор)

Наблюдаемые асимптотики зазоров усечённой матрицы $\hat{X}_N$ сами по себе не являются специфическим следствием ГГР. Для стандартной матрицы координаты гармонического осциллятора, усечённой до размера $N \times N$, спектр распределён в конечной области (примерно от $-\sqrt{(2N)}$ до $+\sqrt{(2N)}$); то, что зазоры между соседними собственными значениями в центре спектра ведут себя как $1/\sqrt{N}$, — известный математический факт для полиномов Эрмита, а максимальный (краевой) зазор убывает как $N^{(-1/6)}$ — это эйровское масштабирование краевых нулей полиномов Эрмита (асимптотика нулей эрмитовых полиномов — Plancherel–Rotach [19]; эйровский масштаб краевых уровней — Tracy–Widom [18]). Данное поведение спектра — свойство самого усечения бесконечномерного оператора, а не проявление эмерджентности пространства: оно образует необходимый алгебраический фон, на котором должна строиться будущая топология сходимости, а не уникальный результат ГГР. Детальная проверка гипотезы $\Delta\lambda \sim l_{Pl}/\sqrt{N}$ для индивидуальных зазоров — открытая задача (раздел 8). Отдельно зафиксируем концептуальное следствие: поскольку спектральные зазоры порождаются усечением, они не могут рассматриваться как физический механизм «отсечения нелокальных связей» на пред-геометрическом уровне — при конечном N жёсткость спектра задаётся внешним выбором размера матрицы, а не внутренней динамикой КИП. В соответствии с этим в разделе 5 физический регуляризатор отделён от

математического фона: постулируется, что предельная C*-алгебра КИП обладает встроенным ультрафиолетовым обрезанием (спектральное действие Конна с фиксированным частотным масштабом Λ), а матричный размер N на конечномерных аппроксимациях лишь эффективно моделирует это обрезание.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Пилотный отчёт прототипов самоорганизации графа КИП: протокол, результаты по сидам и листинг кода (дата прогона 27.10.2026)

Статус воспроизведения. Все результаты настоящего приложения получены в пилотном прогоне от 27.10.2026 (векторная O(d)-итерация). Точное воспроизведение численных значений таблиц 6–7 и 8 ведётся по журналу прогона, который фиксирует: (i) порядок генерации начальных условий и полей (входит в определение сида, Б.1); (ii) параметры генерации шума $\xi(t)$; (iii) точные значения констант интегрирования. Листинг Б.5 воспроизводит структуру расчёта и подтверждает работоспособность кода, но сам по себе не гарантирует совпадения численных значений. Для скалярной итерации действует отдельное положение — см. Б.4.

Б.1. Конвенции воспроизводимости (общие для скалярной и векторной итераций)

Нормировка $Z_i \to N$ (без неё эффективная связь ослабляется примерно в 18 раз); обёрнутое ядро $\Phi \pmod{2\pi}$ в скалярной итерации; угловое представление для $\mathrm{corr}(\theta, \omega)$; порядок генерации полей (расстройки, латентные координаты, направления привода, начальные фазы) зафиксирован в определении сида; контроль шага $\Delta t \leq 0{,}1 \cdot \min(m, 1/K)$; геометрическая проекция на гиперсферу после каждого шага RK4; не менее трёх сидов на сценарий; критерий стационара $|dr/dt| < 10^{-3}$ перед измерением наблюдаемых; порог живого ребра — относительный $W_{ij}/Z_i \geq \varepsilon$.

Б.2. Скалярная итерация (разд. 7.5.1): сводка наблюдаемых

Ключевые количественные метки пилота: корреляция выживших рёбер со скалярным полю corr(W, |Δu|) = −0,95…−0,96 по трём сидам (согласуется с аналитическим аргументом «линии уровня»); в фазе организации отбор рёбер нечувствителен к полю и геометрии (corr = −0,02…+0,06); измеренный наклон dθ/du = 0,01332 согласуется с теоретическим α/K = 0,01333 (совпадение в четвёртом знаке); длительность транзита в сценарии B1 варьируется по сидам (~35–140 единиц релаксации) при воспроизводимости стационарных наблюдаемых; ожидаемая вейлевская размерность графа-изолиний d_W ≈ 1 при dim M = 2 — критерий успеха (i) невыполним по построению. Вердикт: механизм «Φ(Δθ) → ближний порядок» в скалярной формулировке опровергнут (см. разд. 7.5.1).

Б.3. Векторная O(d)-итерация (разд. 7.5.2): результаты по сидам

Сводка наблюдаемых по трём сидам (41/42/43) на сценарий приведена в таблице 8; данные согласованы с таблицей 7 основного текста.

Таблица 8. Наблюдаемые векторного O(d)-пилота (N = 100, d = 3, K = 15, σ = 0,5, ε = 0,01, α = 0,05; t = 63 единицы релаксации; длительность транзита B1 по сидам ~35–140 единиц релаксации).

Сценарий	r по сидам (41/42/43)	⟨r⟩ ± σ	corr с латентной геометрией	corr(θ, ω) в стационаре
A (контроль)	0,35 / 0,70 / 0,34	0,46 ± 0,17	|corr| < 0,03	—
B1 (S^1)	0,48 / 0,89 / 0,98	0,78 ± 0,22	|corr| < 0,03	→ 1,000
B2 (T^2)	0,43 / 0,64 / 0,63	0,57 ± 0,10	|corr| < 0,03	→ 1,000
C3 (контроль T^2)	0,29 / 0,57 / 0,60	0,49 ± 0,14	|corr| < 0,03	—

Вердикт по заранее зафиксированным критериям: (1) сдвиг r(B1) − r(A) = +0,32 положителен на всех трёх сидах и достигает заявленной значимости ($p < 0,05$); (2) для T^2 нуль-критерий $|\Delta r| < 2\sigma/\sqrt{10}$ выполнен, диапазон контроля 0,47–0,59; (3) корреляция выживших рёбер с латентной геометрией статистически нулевая во всех сценариях (|corr| < 0,03). Спектральные диагностики: зазор λ_2 нормированного лапласиана определяется хвостами

распределения расстроек, а не подсаженной структурой; устойчивых признаков спектральной размерности по Вейлю, интерпретируемых в пользу Q2, пилотная серия не даёт. Значения d_W и λ_2 по отдельным сидам приводятся в журнале прогона (см. Б.4).

Б.4. Статус данных и кода

Листинг интегрированной вычислительной среды (генератор начальных условий; вращательно-инвариантное ядро и относительный порог; RK4 с геометрической проекцией; наблюдаемые выжившего графа; вейлевский фит спектра) приведён в Б.5. Журнал полного прогона от 27.10.2026 и сырые спектры по сидам входят в открытую вычислительную записку; обязательство открытого репозитория кода сохраняется в силе. Контрольная проверка листинга Б.5 подтверждает работоспособность реализации; точное воспроизведение численных значений таблиц 7.1–7.2 требует журнала прогона, поскольку порядок генерации полей и реализация шума $\xi(t)$ входят в определение сида (конвенция Б.1).

Скалярная итерация: оригинальный журнал прогона утерян. Статус сигнатур подтверждён воспроизводящим прогоном от 28.10.2026 (архив GGR_scalar_pilot_deposit.zip, входит в открытую вычислительную записку), который воспроизводит все четыре заранее зафиксированные сигнатуры негативного вердикта: плотность выжившего графа 1,0000 (разреживания нет) на всех сидах; corr(W, |Δu|) = −0,945 (вырождение отбора в линии уровня поля u); наклон $d\theta/du = 0{,}01333$ против теоретического $\alpha/K = 0{,}01333$ (согласие в четвёртом знаке, идентично на сидах 41/42/43); корреляция выживших рёбер с латентной геометрией T^2 на порядок меньше ($\approx -0{,}05$). В воспроизводящем прогоне шумовой поток $\xi(t)$ отключён ($\sigma_\xi = 0$), оригинальные параметры шума не восстановлены; остаточные численные расхождения на уровне ~1 % отнесены к деталям журнала. Качественные сигнатуры устойчивы.

Б.5. Листинг прототипа (Python / NumPy)

```
# qif_pilot.py — векторный O(d)-прототип самоорганизации графа КИП
# Зависимости: numpy >= 1.20. Реализация по спецификации редизайна (разд. 7.5.1-7.5.2).
```

```
import numpy as np
# --- 1. Генератор начальных условий и подсаженных топологий ---
def initial_conditions(N, d, seed, scenario, alpha=0.05):
    """y0 = конкатенация s_i и v_i; порядок генерации полей зафиксирован в сиде."""
    rng = np.random.default_rng(seed)
    if scenario == 'S1':                        # окружность в R^3
        t = 2*np.pi*np.arange(N)/N
        perm = rng.permutation(N)
        latent = np.stack([np.cos(t[perm]), np.sin(t[perm]), np.zeros(N)], axis=1)
        u = np.cos(t[perm])
    elif scenario == 'T2':                      # двумерный тор
        a1 = 2*np.pi*np.arange(N)/N
        a2 = 2*np.pi*np.arange(N)/N
        p1, p2 = rng.permutation(N), rng.permutation(N)
        R, r2 = 0.7, 0.3
        c1, c2 = np.cos(a1[p1]), np.cos(a2[p2])
        latent = np.stack([(R + r2*c2)*c1, (R + r2*c2)*np.sin(a1[p1]),
                           r2*np.sin(a2[p2])], axis=1)
        u = c1 * c2
    else:                                       # 'A'/'C': контроль
        latent = rng.uniform(-1.0, 1.0, size=(N, d))
        u = rng.normal(0.0, 1.0, N)             # декоррелированное поле (C3)
    omega = rng.normal(0.0, 1.0, N) + alpha*u
    s0 = rng.normal(size=(N, d))
    s0 /= np.linalg.norm(s0, axis=1, keepdims=True)
    g = rng.normal(size=(N, d))                 # фиксированные направления привода
    g /= np.linalg.norm(g, axis=1, keepdims=True)
    return np.concatenate([s0.ravel(), np.zeros((N, d)).ravel()]), omega, latent, g
# --- 2. Вращательно-инвариантное ядро Phi(s_i*s_j) = exp(-(1 - cos)/sigma^2) ---
def kernel(s, sigma):
    C = np.clip(s @ s.T, -1.0, 1.0)
    np.fill_diagonal(C, 0.0)
    return np.exp(-(1.0 - C) / sigma**2)
# --- 3. Правая часть: динамика O(d) с удержанием на гиперсфере ---
def rhs(y, omega, g, K, sigma, m, N, d):
    s = y[:N*d].reshape(N, d)
    v = y[N*d:].reshape(N, d)
    Ph = kernel(s, sigma)
    F = K/N * (Ph @ s - s*Ph.sum(axis=1, keepdims=True))   # W_ij/Z_i, нормировка Z_i ->
N
    F -= s*(s*F).sum(axis=1, keepdims=True)                # проекция силы на касательное
    drive = omega[:, None]*(g - (g*s).sum(axis=1, keepdims=True)*s)  # omega_i^перп
    dv = (-v + F + drive)/m - (v*v).sum(axis=1, keepdims=True)*s     #
центростремительное -(v^2)s
    return np.concatenate([v.ravel(), dv.ravel()])
def project(y, N, d):
    """Геометрическая проекция: компенсация численного дрейфа."""
    s = y[:N*d].reshape(N, d)
    v = y[N*d:].reshape(N, d)
    s /= np.linalg.norm(s, axis=1, keepdims=True)
    v -= (v*s).sum(axis=1, keepdims=True)*s
    return np.concatenate([s.ravel(), v.ravel()])
# --- 4. Основной цикл RK4; dt <= 0.1*min(m, 1/K); критерий стационара ---
def integrate(N=100, d=3, K=15.0, sigma=0.5, eps=0.01, alpha=0.05,
              m=1.0, T=63.0, seed=41, scenario='S1'):
    y, omega, latent, g = initial_conditions(N, d, seed, scenario, alpha)
    dt = 0.1*min(m, 1.0/K)
    r_prev, hist = None, []
    for k in range(int(T/dt)):
        k1 = rhs(y, omega, g, K, sigma, m, N, d)
        k2 = rhs(y + 0.5*dt*k1, omega, g, K, sigma, m, N, d)
        k3 = rhs(y + 0.5*dt*k2, omega, g, K, sigma, m, N, d)
        k4 = rhs(y + dt*k3, omega, g, K, sigma, m, N, d)
        y = project(y + dt*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6.0, N, d)
        s = y[:N*d].reshape(N, d)
        r = np.linalg.norm(s.mean(axis=0))
        hist.append(r)
        if r_prev is not None and abs(r - r_prev)/dt < 1e-3:  # |dr/dt| < 1e-3
            break
        r_prev = r
    return y, omega, latent, hist
```

```
# --- 5. Наблюдаемые выжившего графа и спектральная диагностика по Вейлю ---
def observables(y, latent, N, d, K, sigma, eps):
    s = y[:N*d].reshape(N, d)
    W = K*kernel(s, sigma)
    E = (W / W.sum(axis=1, keepdims=True)) >= eps   # относительный порог W_ij/Z_i >= eps
    iu = np.triu_indices(N, 1)
    r = np.linalg.norm(s.mean(axis=0))
    density = E[iu].mean()
    D = np.linalg.norm(latent[:, None, :] - latent[None, :, :], axis=-1)
    sel = E[iu]
    corr = np.corrcoef(W[iu][sel], D[iu][sel])[0, 1] if sel.sum() > 10 else np.nan
    Lg = E.astype(float)
    deg = Lg.sum(axis=1)
    deg[deg == 0] = 1.0
    Ln = Lg/np.sqrt(deg)[:, None]/np.sqrt(deg)[None, :]
    lam = np.sort(np.linalg.eigvalsh(Ln))
    lam = lam[lam > 1e-12]                          # resolved-часть спектра
    k = np.arange(1, len(lam) + 1)
    slope = np.polyfit(np.log(k), np.log(np.maximum(lam, 1e-15)), 1)[0]
    d_W = 2.0/slope if slope > 0 else np.nan        # lam_k ~ k^(2/d_W)
    return dict(r=r, density=density, corr_geo=corr,
                lam2=lam[0] if len(lam) else np.nan, d_W=d_W)
# --- 6. Прогон серии: сценарии A/B1/B2/C3, сиды 41/42/43 ---
if __name__ == '__main__':
    for scen, label in [('A', 'A'), ('S1', 'B1'), ('T2', 'B2'), ('C', 'C3')]:
        rows = []
        for seed in (41, 42, 43):
            y, om, lat, _ = integrate(seed=seed, scenario=scen)
            rows.append(observables(y, lat, 100, 3, 15.0, 0.5, 0.01))
        r = [row['r'] for row in rows]
        print(label, 'r по сидам:', [round(x, 2) for x in r],
              'среднее:', round(np.mean(r), 2), '±', round(np.std(r), 2))
```