УДК 530.12:531.51

Собственное время фотона и гипотеза гравитационного резонанса (ГГР)

Бутылкин В. Г.

Независимый исследователь, г. Кострома, Костромская область, Россия

e-mail: vladimir307@mail.ru

Butylkin V. G.

Independent researcher, Kostroma, Kostroma Oblast, Russia

E-mail: vladimir307@mail.ru

Abstract

The paper separates two layers. Layer I comprises established results: the absence of proper-time parametrization of a photon world line ($d\tau = 0$), propagation of a quantum through the singularities of the light-cone propagator, gravitational redshift, the Shapiro time delay, and the emergence of an effective mass for light quasiparticles in a medium. Layer II formulates the Gravitational Resonance Hypothesis (GRH) as an axiomatic model: a quantum information field (QIF) as a relativistic sine-Gordon-type phase field; the synchronization parameter r(x) as the local rate of time; a quantum-coherent-coupling sector as the only layer not reducible to classical gravity. The bridge from the Kuramoto equation to the Poisson equation is derived rather than postulated: the Ott–Antonsen reduction maps the microscopic dynamics onto class-A Landau dynamics, the classification of coupling channels establishes the uniqueness of the bridge operator, and a correspondence theorem identifies its parameters with the field equation; a nontrivial isotropy postulate of synchronization (equivalent to $\gamma_PPN = 1$ at the 10^{-5} level) is formulated. The coherence parameter χ is operationalized via exact Fermi integrals; the coupling function $\varepsilon(\theta)$ is derived from the thermodynamics of the clock's working state, leaving a single free scale T_θ, and the reference value $s_B\text{^}ref \approx 1.41$ is obtained as an exact deep-degenerate limit of the same thermodynamics. The sweep signal has a pre-determined shape with slope $-\pi^2/2$ (in the free 3D-gas approximation; for lattice clocks the coefficients are recalculated within the Hubbard model) — a parameter-free fit test. Four observationally distinct predictions absent from all metric theories of gravity are derived.

Keywords: photon proper time; gravitational redshift; Shapiro delay; polariton; quantum information field; synchronization; Kuramoto equation; coherence parameter; optical atomic clocks; decoherence.

Аннотация

Работа разделяет два слоя. Слой I — установленные результаты: отсутствие параметризации мировой линии фотона собственным временем ($d\tau = 0$), распространение кванта через сингулярности пропагатора на световом конусе, гравитационное красное смещение, задержка Шапиро, появление эффективной массы у квазичастиц света в среде. Слой II — Гипотеза гравитационного резонанса (ГГР) как аксиоматическая модель: квантовое информационное поле (КИП) как релятивистское фазовое поле синус-Гордон типа; параметр синхронизации

r(x) как локальный темп времени; сектор квантово-когерентной связи как единственный слой, не сводимый к классической гравитации. Мост «уравнение Курамото → уравнение Пуассона» выведен, а не постулирован: редукция Отта–Антонсена сводит микроскопическую динамику к уравнению класса A, классификация каналов связи показывает единственность оператора моста, а теорема о соответствии отождествляет его параметры с полевым уравнением; сформулирован нетривиальный постулат изотропии синхронизации (эквивалентный $\gamma_PPN = 1$ на уровне 10^{-5}). Операционализирован параметр когерентности χ через точные ферми-интегралы; функция $\varepsilon(\theta)$ выведена из термодинамики рабочего состояния часов — свободным остаётся один масштаб T_θ, а референция $s_B^{ref} \approx 1.41$ получена как точный глубоковырожденный предел той же термодинамики. Сигнал развёртки имеет заранее заданную форму с наклоном $-\pi^2/2$ (в приближении свободного 3D-газа; для решётчатых часов коэффициенты пересчитываются в рамках модели Хаббарда) — фит-тест без свободных параметров. Сформулированы четыре наблюдаемо различимых предсказания, отсутствующие во всех метрических теориях гравитации.

Ключевые слова: собственное время фотона; гравитационное красное смещение; задержка Шапиро; поляритон; квантовое информационное поле; синхронизация; уравнение Курамото; параметр когерентности; оптические атомные часы; декогеренция.

0. Статус документа и правила чтения

Настоящий текст строго разделяет: (I) установленные результаты, проверяемые по стандартной литературе; (II) гипотезу ГГР со статусом постулатов. Все формулы слоя I — стандартные. Все формулы слоя II — определения внутри модели; их обоснованность проверяется не «доказательствами», а единственным способом — наблюдаемыми следами раздела 4. ГГР восходит к более ранним работам автора настоящей статьи (В. Г. Бутылкин); аксиоматизация A1–A5, мостовые уравнения и предсказания 4.1–4.4 — развитие, выполненное в настоящей работе, а не прямое изложение первоисточника. Численные ограничения в разделе 4 сверены с первичной литературой (см. примечание к таблице 4.5 и раздел 7).

1. Строгий слой: что доказано

1.1. Кинематика и представления группы Пуанкаре

$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu = c^2dt^2 - d{**}x{**}^2 = 0$ (светоподобный интервал).

Для светоподобной мировой линии ($dx/dt = c$) интервал тождественно равен нулю: $ds^2 = 0$, что исключает параметризацию мировой линии собственным временем τ.

По классификации Вигнера элементарные состояния характеризуются собственными значениями операторов Казимира $P^2 = P_\mu P^\mu = m^2c^2$ и $W^2 = -m^2c^2s(s+1)$. Для безмассовых состояний $m = 0$ группа малости — ISO(2), и из конечномерных физических представлений выживает только спиральность $\lambda = \pm 1$. Отсутствие системы покоя означает отсутствие

внутренних часов в строгом смысле: нет инвариантного параметра эволюции вдоль мировой линии.

Важно, что это не означает отсутствия эволюции вообще. В импульсном представлении состояние фотона эволюрует по координатному времени t:

$|\psi(t)\rangle = \int d^3k/(2\pi)^3 \cdot f(**k**)\cdot e^{(-i\omega(k)t)}\cdot|**k**\rangle, \quad \omega(k) = c|**k**|.$

Эволюция включает набег фазы $e^{(-i\omega t)}$, расплывание волнового пакета, унитарную эволюцию суперпозиций мод и поляризаций. Корректная формулировка: у фотона нет собственного времени как параметра эволюции вдоль его мировой линии, но эволюция в координатном времени существует. Геодезическая параметризуется аффинным параметром λ: $dx^\mu/d\lambda = k^\mu$, $k_\mu k^\mu = 0$, причём λ не является физическим временем ни для одного наблюдателя.

1.2. Пропагатор Фейнмана и эйконал

В КЭД амплитуда перехода фотона определяется пропагатором. В координатном пространстве сингулярная действительная часть локализована строго на световом конусе:

$D_F(x) = -(i/4\pi^2)\cdot 1/(x^2 - i\varepsilon), \quad \mathrm{Re}\, D_F(x) = -(1/4\pi)\cdot\delta(x^2)$ — сингулярность строго на световом конусе $x^2 = 0$.

В эйкональном приближении $\Psi(x) \propto \exp(iS(x)/\hbar)$ фаза удовлетворяет уравнению $g^{\mu\nu}\,\partial_\mu S\,\partial_\nu S = 0$, и полный дифференциал фазы вдоль траектории $dx^\mu = k^\mu\, d\lambda$ обращается в нуль:

$dS = k_\mu\, dx^\mu = g_{\mu\nu}\, k^\mu\, k^\nu\, d\lambda = 0$ (так как $k_\mu k^\mu = 0$).

Набег эйкональной фазы между излучением и поглощением равен нулю; оба события связаны светоподобным нулевым интервалом.

1.3. Гравитационное красное смещение

В стационарном гравитационном поле с вектором Киллинга ξ^μ величина $E = -g_{\mu\nu}\,\xi^\mu\, k^\nu$ сохраняется вдоль изотропной геодезической. Локальный наблюдатель с $u^\mu = \xi^\mu/\sqrt{g_{00}(x)}$ измеряет $\omega(x) = E/\sqrt{g_{00}(x)}$, откуда:

$\omega_2/\omega_1 = \sqrt{(g_{00}(x_1)/g_{00}(x_2))}$ — отношение локальных темпов часов излучателя и приёмника.

Сдвиг частоты не является «потерей энергии в полёте»: он определяется исключительно отношением локальных темпов часов в точках излучения и приёма.

1.4. Задержка Шапиро

В слабом сферически-симметричном поле координатная скорость света относительно удалённого наблюдателя уменьшается, $v_{coord} \approx c(1 + 2\Phi/c^2)$, при этом условие светоподобности $ds^2 = 0$ сохраняется вдоль всей траектории. Интегрирование даёт дополнительную задержку:

$\Delta t_{Sh} = (2GM/c^3)\cdot\ln[(r_E + r_R + R)/(r_E + r_R - R)]$, где r_E и r_R — расстояния излучателя и приёмника от притягивающего центра, R — расстояние между ними.

Координата t принадлежит глобальной карте внешних наблюдателей; собственное время мировой линии фотона остаётся нулевым: $\int d\tau = 0$.

1.5. Фотон в среде: поляритон

В среде с плазменной частотой ω_p дисперсия переходит из светоподобной во времениподобную:

$$\omega^2(k) = c^2k^2 + \omega_p^2, \quad \omega_p^2 = n_e e^2/(\varepsilon_0 m_e); \quad v_{gr} = c\cdot\sqrt{(1 - \omega_p^2/\omega^2)}, \quad d\tau_{eff}/dt = \sqrt{(1 - \omega_p^2/\omega^2)}.$$

Корректная трактовка: $d\tau_{eff}$ — это кинематика квазичастицы (композитного возбуждения «фотон + возбуждение среды»), а не собственное время фотона. Для обычного диэлектрика показатель преломления n не эквивалентен массе покоя; честная аналогия с ненулевой массой работает для плазмы и сверхпроводника, где щель (механизм Андерсона–Хиггса) даёт действительный массовый член.

1.6. Демаркация

Итого строго доказано и общепризнано: (а) вдоль мировой линии фотона нет собственного времени как параметра; (б) вектор импульса светоподобен; (в) эйкональный набег фазы вдоль луча нулевой; (г) сдвиги частоты определяются отношением локальных темпов часов; (д) в среде безмассовость нарушается и у квазичастицы появляется времениподобная кинематика. Не доказано и не доказуемо из (а)–(д): «остановка стрелы времени для фотона», «фотон не существует в промежутке между излучением и поглощением» и прочие интерпретационные надстройки — они не следуют из формул.

2. Уточнение формулировок

2.1. Эволюция фотона: почему формула exp(0) = 1 некорректна

Утверждение «оператор эволюции фотона сводится к $\exp(0) = 1$» некорректно: отсутствие системы покоя не означает тождественности оператора эволюции. Оператор эволюции по собственному времени τ не определён (нет параметра τ), но оператор эволюции по координатному времени t существует и нетривиален (см. п. 1.1).

2.2. Энтропия и стрела времени

Постоянство энтропии фон Неймана иногда трактуют как «критерий остановки времени». Это логически несостоятельно: $\Delta S = 0$ — свойство любой изолированной чистой унитарной эволюции. Нейтрино осциллируют, спин прецессирует, волновой пакет расплывается — при постоянной энтропии. Постоянство энтропии не эквивалентно отсутствию времени. Далее, при выводе легко смешать параметры: производная dS/dt берётся по координатному времени, а утверждение делается о τ. Корректная формулировка: для свободного фотона в вакууме $dS/dt = 0$ есть следствие отсутствия взаимодействий в данной модели, а не «остановленная стрела времени». Стрела времени — свойство состояния окружения и граничных условий, а не одиночного кванта.

2.3. Линейность и синхронизация: γ_k и r(K_γ) — статус постулатов

Во-первых, уравнения Максвелла линейны классически, но КЭД нелинейна на уровне петель: рассеяние света на свете ($\gamma\gamma \to \gamma\gamma$) экспериментально наблюдено (ATLAS, 2017; также нелинейность Эйлера–Хайзенберга в сильных полях). Линейность — приближение, а не строгий факт. Во-вторых, утверждение $r(K_\gamma) = 0$ ошибочно даже внутри аналогии: когерентное состояние одномодового поля имеет максимальную фазовую когерентность $|\langle e^{i\theta}\rangle| = 1$, т. е. свет — наиболее «синхронизированный» объект, а не нулевой. Корректная трактовка: модель Курамото описывает ансамбли узлов, а не одиночный квант; применимый к фотону слой — синхронизация с внешними узлами вещества. В вакууме внешних узлов нет, поэтому нет актов синхронизации и декогеренции: $\gamma_k = 0$ — постулат модели «нет взаимодействий», а не вывод. Различаем два канала синхронизации: (i) внешние вещественные узлы (атомы, электроны, среды) — в вакууме их нет, для них $\gamma_k = 0$; (ii) фоновые виртуальные узлы самой среды КИП — по A1 они существуют всюду, включая вакуум, но связь с ними подавлена щелью в спектре КИП (см. 4.3). Оба утверждения согласованы: вакуум лишён вещественных актов декогеренции, но не пуст как среда синхронизации.

2.4. Спектральное расстояние Конна

Формула спектрального расстояния $d(\varphi_1, \varphi_2) = \sup\{|\varphi_1(a) - \varphi_2(a)| : \|[D,a]\| \le 1\}$ строго установлена в римановой сигнатуре. В лоренцевой сигнатуре она — известная открытая проблема и требует модификации; прямое применение к световому лучу было бы неоправданной экстраполяцией. Далее, тезис «внутреннее состояние фотона тождественно при генерации и поглощении» противоречит п. 1.3: частота фотона в гравитационном поле меняется, а частота есть часть внутреннего описания состояния. Инвариантна только спиральность $\lambda = \pm 1$. Оставляем защищаемое утверждение: конформная инвариантность классической электродинамики ($T^\mu{}_\mu = 0$) означает отсутствие собственного масштаба — у свободного фотона нет естественной собственной частоты часов; масштаб ему всегда задаёт окружение (частота излучателя, среда, часы наблюдателя).

2.5. Тепловое время и теорема Бисоньано–Вихмана

Пункт «$T = 0$ влечёт тривиальность модулярного потока» противоречит теореме Бисоньано–Вихмана: для алгебры наблюдаемых риндлеровского клина модулярный поток вакуума — это лоренцевы бусты, нетривиальная геометрическая динамика при нулевой температуре инерциального наблюдателя. Корректная формулировка: тепловое время Конна–Ровелли — свойство пары (алгебра наблюдаемых, состояние) наблюдателя, а не фотона. У фотона нет собственной алгебры и KMS-состояния. Бустовый модулярный поток оставляет световую геодезическую инвариантной как множество и перемещает точки вдоль неё с параметром быстроты η, а не собственным временем: вдоль луча инвариантная «длина» потока равна нулю. Тем самым $d\tau = 0$ совместим с нетривиальностью модулярности: нетривиален поток наблюдателя, а не «часы фотона».

2.6. Поляритон

Корректная трактовка: $d\tau_{eff}$ — классическая кинематика композитного возбуждения «фотон + возбуждение среды», а не собственное время фотона; для диэлектриков $n \neq$ масса (см. п. 1.5).

3. Формальный аппарат ГГР

Ниже ГГР формализована так, чтобы она была либо опровергнута, либо подтверждена наблюдениями. Ключевая посылка: «классический» сектор ГГР после согласования с наблюдениями редуцируется к скалярно-тензорной гравитации класса Бранса–Дикке; вся новая физика сосредоточена в секторе квантовой когерентности.

3.1. Аксиомы

A1 (КИП). В каждой точке пространства-времени существует среда квантовых осцилляторов (узлов КИП) с фазами θ_a. Микроскопически среда описывается релятивистским диссипативным фазовым полем — затухающим уравнением синус-Гордона (damped sine-Gordon) с разбросом собственных частот узлов ω_a:

$$\Box\theta_a + \gamma_\theta \cdot \partial_t \theta_a = m_\theta^2 \cdot \sin(\psi - \theta_a) + \omega_a^2/c^2 + J(x), \quad \Box = (1/c^2)\cdot\partial_t^2 - \nabla^2,$$

где γ_θ — коэффициент релаксации среды КИП, $\Box$ — даламбер, m_θ — характерный масштаб поля, J — источник от вещества. В пределе сильного затухания (overdamped limit, $\gamma_\theta \gg \omega_a$) инерционный член $\partial_t^2\theta_a$ подавляется, и динамика переходит в релятивистски-причинное уравнение Курамото, допускающее точную редукцию Отта–Антонсена. Релятивизация нужна потому, что исходное уравнение Курамото $d\theta_i/dt = \omega_i + (K/N)\Sigma \sin(\theta_j - \theta_i)$ нерелятивистично и не может лежать в основе теории со скоростью сигнала c.

A2 (параметр синхронизации). Локально усреднённый параметр порядка $r(x)\cdot e^{i\psi(x)} = \langle e^{i\theta_a} \rangle$ задаёт локальный темп физических часов:

$d\tau = \sqrt{(g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu)}\cdot r(x)$, $r_0 = 1$ (вакуум), что для покоящихся в статическом поле часов переходит в $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}(x)}\cdot r(x)$.

A3 (динамика). Вне синус-Гордоновской микроскопики r подчиняется релаксационно-диффузионному уравнению ландау-типа. Статус: не постулат, а стандартное среднеполевое приближение — точная редукция Отта–Антонсена осреднённого Курамото с пространственной связью замыкает динамику на уравнение класса A с обязательной кубической нелинейностью (вывод — п. 3.2, Шаг 1):

$$\partial_t r = D\nabla^2 r + (K - K_c)\cdot r - r^3 + h(x).$$

где D — коэффициент диффузии синхронизации, K_c — критическая связь; кубический коэффициент нормирован на единицу перенормировкой времени (в среднеполевой нормировке он равен $\beta = K/2$ — п. 3.2). Вакуумное равновесие $r_0 = 1$ ($d\tau/dt = 1$ при отсутствии вещества) фиксирует $K_0 - K_c = 1$.

A4 (изотропия). Скорость распространения синхронизации по пространственным связям узлов равна скорости течения временной синхронизации: $c_s = c_t$. Это нетривиальный

постулат: без него ГГР предсказывает отличие γ_PPN от 1 и опровергается уже наблюдениями (см. 3.3).

A5 (когерентная связь). Синхронизационная связь квантовой системы с КИП зависит от степени её квантовой когерентности. Для часов:

$d\tau = \sqrt{(g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu)}\cdot[1 + \varepsilon\cdot\chi(x)]$, или в координатном времени для покоящихся часов: $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}}(x)\cdot[1 + \varepsilon\cdot\chi]$.

где $\chi \in [0,1]$ — нормированная чистота рабочего состояния часов ($\chi \approx 0$ для тепловых/классических систем, $\chi \to 1$ для когерентных квантовых часов; операционализация χ — в п. 4.1.1), ε — универсальная константа ГГР; её масштаб и θ-зависимость $\varepsilon(\theta) = \varepsilon_B\cdot s_B(\theta)$ с $\varepsilon_B = k_B\cdot T_\theta/(mc^2)$ выводятся в п. 3.7 (наблюдаемая форма — $P(\theta) = s_B\cdot\chi$).

3.2. Вывод I: от среднего поля Курамото к уравнению Пуассона

Вывод строится в три шага: (1) редукция микроскопической динамики Курамото к среднеполевому уравнению ландау-типа — этим аксиома A3 теряет статус постулата; (2) классификация каналов связи вещества с синхронизацией, допустимых локальностью связи и линейностью по слабому полю, — этим уравнение моста теряет статус анзаца; (3) теорема о соответствии с полевым уравнением (3.6a) — этим параметры моста теряют статус независимых констант.

Шаг 1 (редукция Отта–Антонсена). Дискретное уравнение Курамото $d\theta_i/dt = \omega_i + (K/N)\Sigma_j \sin(\theta_j - \theta_i)$ с лоренцевым распределением частот допускает точную редукцию (E. Ott, T. M. Antonsen, Chaos 18, 037113 (2008)): динамика замыкается на низкоразмерное инвариантное многообразие; при пространственно неоднородной связи и адиабатическом исключении фазовой моды остаётся замкнутое уравнение для локального параметра порядка:

$\partial_t r = D\nabla^2 r + (K - K_c)\cdot r - r^3 + h(x)$ — динамика ландау-типа класса A

в классификации Хоэнберга–Халперина (P. C. Hohenberg, B. I. Halperin, Rev. Mod. Phys. 49, 435 (1977)). Кубическая нелинейность здесь обязательна — это свойство среднеполевого приближения, а не свободный выбор модели. Уравнение A3 получается отсюда перенормировкой времени (кубический коэффициент → 1; в общей нормировке перед r^3 стоит β) и отождествлением $K_c = 2\gamma$. Далее существенно вакуумное равновесие: требование $d\tau/dt = r = 1$ при отсутствии вещества фиксирует неподвижную точку $r_0 = 1$ и, как следствие, $K_0 - K_c = 1$ (в общей нормировке $K_0 - K_c = \beta$).

Шаг 2 (каналы связи и единственность оператора). Локальность связи и линейность по слабому полю допускают три канала влияния вещества на синхронизацию: (i) мультипликативный — вещество сдвигает критическую связь, $K(x) = K_0 - \kappa\cdot\rho_E(x)$, где $\rho_E = \rho c^2$ — плотность энергии вещества (ρ — плотность массы); (ii) аддитивный — сопряжённое поле, $\partial_t r = D\nabla^2 r + (K - K_c)r - r^3 - h(x)$, $h = h_0\cdot\rho_E$; (iii) расстройка — локальный сдвиг собственных частот узлов $\delta\omega(x) \propto \rho_E(x)$, который в среднеполевой динамике эквивалентен локальному уменьшению эффективной связи, т. е. сводится к каналу (i) с перенормированным коэффициентом. Линеаризация вокруг $r = r_0 + \varphi$, $|\varphi| \ll 1$, с точностью до членов второго порядка (произведения $\delta K\cdot\varphi$ и φ^2) даёт для всех трёх каналов одно и то же уравнение:

стационарный предел: $\nabla^2\varphi - (1/\lambda_s^2)\cdot\varphi = -(\kappa_{eff}/D)\cdot\rho_E(x)$ (в общей нормировке источник C/D и длина λ_s не меняются).

Ключевое свойство: оператор Гельмгольца $\nabla^2 - 1/\lambda_s^2$ и длина λ_s одни и те же для всех трёх каналов — различается только нормировка источника C/D, которая фиксируется по наблюдаемой силе тяжести (Шаг 3) — так же, как в любой альтернативной теории гравитации. Структура уравнения моста, таким образом, не выбирается: она единственно определяется локальностью связи, линейностью по слабому полю и вторым порядком по пространственным производным.

Шаг 3 (теорема о соответствии). Статический предел полного полевого уравнения (3.6a): $\nabla^2\varphi - m_\varphi^2\varphi = (4\pi G/c^4)\cdot T$. Отождествление с уравнением канала даёт три соотношения: $\lambda_s = m_\varphi^{-1}$; $\kappa_{eff}/D = 4\pi G/c^4$; $D = 2(K_0 - K_c)/m_\varphi^2$. Мост «уравнение Курамото → уравнение Пуассона» — следствие этих тождеств: в режиме $\lambda_s \to \infty$ уравнение канала переходит в

$$\nabla^2\varphi = (4\pi G/c^4)\cdot T = 4\pi G\cdot\rho \quad (\varphi = \Phi/c^2).$$

Тем самым дефицит синхронизации ведёт себя как ньютонов потенциал; наблюдаемое гравитационное замедление часов $d\tau/dt = 1 + \Phi/c^2$ воспроизводится без ручной подгонки метрики — подгоночными являются лишь две константы κ_{eff} и D, а их отношение фиксировано наблюдаемой силой тяжести. Знак согласован автоматически: вблизи вещества $r < 1$ (дефицит синхронизации), как и $\Phi < 0$.

Полевой вариант: в низкоэнергетическом эффективном приближении флуктуации параметра порядка $\varphi = r - 1$ описываются массивным скалярным полем с действием (3.6), вариация которого даёт релятивистское волновое уравнение с источником $\Box\varphi + m_\varphi^2\cdot\varphi = -(4\pi G/c^4)T$, статический предел которого совпадает с уравнением моста.

Физический смысл λ_s: величина $\lambda_s^2 = D/(2\beta)$ — корреляционная длина параметра порядка, стандартная структура динамики класса A. Режим $\lambda_s \to \infty$ эквивалентен близости среды к критической точке синхронизации: гравитация видима постольку, поскольку среда синхронизации близка к критичности — отсюда и «резонанс» в названии гипотезы. Это эмпирически ограничено: юкавоподобные поправки единичной силы исключены от ~56 мкм (тесты обратной квадратичной зависимости на крутильных весах, D. J. Kapner et al., Phys. Rev. Lett. 98, 021101 (2007)) до планетарных масштабов (лазерная локация Луны: $\alpha < 5.9\times10^{-11}$ при $\lambda = 4\times10^5$ км; S. M. Merkowitz, Living Rev. Relativity 13, 7 (2010)). Для ГГР это даёт $m_\varphi \lesssim 2\times10^{-15}$ эВ и независимое фальсифицируемое соотношение: согласованные измерения $K_0 - K_c$ и D (коллективный отклик среды, 4.1.4) обязаны давать ту же m_φ; рассогласование опровергает модель.

3.3. Вывод II: PPN-параметры и постулат изотропии

Метрика, порождаемая полем r, в слабом поле: $g_{00} = 1 + 2\varphi$, $g_{ij} = (1 - 2\gamma_{PPN}\cdot\varphi)\delta_{ij}$. Если синхронизация изотропна (A4: $c_s = c_t$), то $\gamma_{PPN} = 1$ и ГГР воспроизводит все классические тесты ОТО. Если изотропия нарушена, модель редуцируется к скалярно-тензорной гравитации:

γ_PPN = (1 + ω_GGR)/(2 + ω_GGR), ω_GGR — параметр жёсткости поля синхронизации (аналог параметра Бранса–Дикке).

Ограничение Кассини (радиозатменный эксперимент, 2003): $|\gamma - 1| < 2.3\times10^{-5}$, откуда $\omega_{GGR} > 4\times10^4$. Если связать жёсткость поля синхронизации со скоростью его релаксации как $\omega_{GGR} \sim (c/c_s)^2$, получаем модельно-зависимую оценку: $c_s \leq c/200$ — пространственная синхронизация может быть существенно нелёговой без конфликта с наблюдениями: предел Кассини ограничивает жёсткость поля снизу, а не скорость синхронизации. Постулат А4 ($c_s = c_t$) остаётся при этом независимым упрощением: его нарушение проявилось бы в анизотропии временной и пространственной синхронизации и уже ограничено тем же пределом γ_PPN = 1.

Следствие для структуры гипотезы: в конформно-плоской минимальной модели (метрика $g_{\mu\nu} = \Omega^2(r)\eta_{\mu\nu}$ с одним полем) γ_PPN = 0 — свет не отклоняется, модель опровергнута классическими наблюдениями (аналог судьбы теории Нордстрёма). Поэтому ГГР обязана либо принять постулат изотропии А4 (и тогда её классический сектор неотличим от ОТО с точностью 10^{-5}), либо предсказать наблюдаемое отклонение γ_PPN от 1 — что уже исключено. Это жёсткая развилка, и она фиксирует единственный способ, которым ГГР может остаться живой теорией: новая физика — только в квантово-когерентном секторе А5.

3.4. Сектор квантовой когерентности

Единственный слой ГГР, не сводимый к классической гравитации, задаётся действием связи

$$S_{int} = \kappa_\varphi \cdot \int d^4x \, \sqrt{(-g)} \cdot \mathcal{Q}(x) \cdot \varphi(x) \quad (3.4)$$

где $\mathcal{Q}(x)$ — локальная плотность квантовой когерентности вещества; в микровыводе п. 3.5 она факторизуется: $\mathcal{Q} = \rho_E \cdot \chi$, где $\rho_E(x)$ — плотность энергии массового сектора, χ — энтропийный дефицит (4.1.1). Феноменологическим следствием для любых часов является формула $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}} \cdot (1 + \varepsilon\chi)$. Все предсказания раздела 4 вытекают отсюда; при ε = 0 ГГР в точности совпадает с ОТО на всех доступных масштабах.

3.5. Микровывод ε: след тензора энергии-импульса рабочего состояния

Чтобы ε перестала быть свободным параметром, связываем поле синхронизации φ с энтропией моттовского состояния часов. Рабочее состояние часов — вещественный сектор (атомы ^{87}Sr); его тензор энергии-импульса обозначаем $\hat{T}^{mat}_{\mu\nu}$. Все средние по состоянию записываются стандартно через матрицу плотности: $\langle \hat{A} \rangle_\rho = \mathrm{Tr}(\hat{\rho}\hat{A})$, так что $\langle \hat{T}^{mat} \rangle_\rho = \mathrm{Tr}(\hat{\rho}\hat{T}^{mat})$ — плотность энергии массового сектора, размерность [Дж·м$^{-3}$]. Поле КИП $\hat{\varphi}$ — отдельная степень свободы, не тождественная вещественному сектору: это переносчик синхронизации, а не материальное поле атомов; в связку оно входит только через квадрат $\langle \hat{\varphi}^2 \rangle_\rho$. Для полноты фиксируем нормировку поля $\hat{\varphi}$: при $\mathcal{L}(\hat{\varphi}) = \tfrac{1}{2}(\partial\hat{\varphi})^2 - V(\hat{\varphi})$ и сигнатуре (+−−−) след канонического тензора энергии-импульса поля равен $\hat{T}^{\mu}_{\mu} = -(\partial\hat{\varphi})^2 + 4V(\hat{\varphi})$; этот след относится к переносчику синхронизации, а не к рабочему веществу часов, и в энтропийную связку не входит.

Среднее по рабочему состоянию: $\langle \hat{T}^{mat} \rangle_\rho = \mathrm{Tr}(\hat{\rho}\hat{T}^{mat}) = \rho_E$ — плотность энергии массового сектора. Именно она служит носителем энтропийной информации рабочего состояния; поле $\hat{\varphi}$ в ней не участвует.

Таким образом, источник энтропийного канала — след тензора энергии-импульса рабочего вещества часов, а не кинетическая энергия поля $\hat{\varphi}$; поле $\hat{\varphi}$ участвует только как переносчик связи (член $\kappa_\varphi \cdot \langle \hat{\varphi}^2 \rangle_\rho$ ниже).

Энтропия фон Неймана — экстенсивная величина, а источник в действии (3.4) имеет размерность плотности энергии, поэтому вводим плотность энтропии $s_{vN}(x)$ с размерностью [Дж·К$^{-1}$·м$^{-3}$] и связываем её с энтропийной частью следа термодинамическим уравнением состояния модели (ансатц линейной связи энтропии с интенсивностью фазовых флуктуаций):

$s_{vN}(x) = k_B \cdot n(x) \cdot s_B(\theta) - (\kappa_\varphi / T_\theta) \cdot \langle \hat{\varphi}^2 \rangle_\rho$, $[T_\theta] = \text{К}$, $[\kappa_\varphi] = \text{Дж}\cdot\text{м}^{-3}$, где $s_{vN}(x)$ — объёмная плотность энтропии ([Дж·К$^{-1}$·м$^{-3}$]), $n(x)$ — концентрация атомов ([м$^{-3}$]), а $s_B(\theta)$ — безразмерная удельная (на одну частицу, в единицах k_B) энтропия больцмановской референции.

Константы T_θ и κ_φ имеют разные размерности — это различие существенно и оговорено явно: T_θ переводит плотность энтропии в плотность энергии ([К] в связке с [Дж·К$^{-1}$·м$^{-3}$] даёт [Дж·м$^{-3}$]), а κ_φ — константа связи безразмерной фазовой флуктуации $\langle \hat{\varphi}^2 \rangle_\rho$ с плотностью энергии; поскольку поле $\hat{\varphi}$ безразмерно ($\varphi = \Phi/c^2$), κ_φ несёт размерность плотности энергии [Дж·м$^{-3}$]. Дефицит когерентности χ (4.1.1) выражается через отношение объёмных плотностей: $\chi = 1 - s_{vN}(x)/(k_B \cdot n(x) \cdot s_B(\theta)) = 1 - s(\theta)/s_B(\theta)$, где $s(\theta) = s_{vN}/(k_B \cdot n)$ — безразмерная удельная энтропия фон Неймана; так что плотность когерентности в действии (3.4) факторизуется: $\mathcal{Q}(x) = \rho_E(x) \cdot \chi$. Тем самым связь $\varphi \leftrightarrow S_{vN}$ замыкается: источник поля φ — это след $\hat{T}^{mat}_{\mu\nu}$ рабочего состояния, взвешенный энтропийным дефицитом χ. Справка о нормировке: χ безразмерен; отношение объёмных плотностей $s_{vN}/(k_B \cdot n \cdot s_B)$ для однородного образца инвариантно к выбору нормировки (объёмной или удельной).

3.6. Действие взаимодействия и уравнение связи

Полное действие сектора когерентности включает кинетический и массовый члены поля φ — иначе вариация по φ давала бы лишь алгебраическое условие $T + T_{ent} = 0$, а не дифференциальное уравнение:

$$S_\varphi = \int d^4x \, \sqrt{(-g)} \cdot [\, (c^4/16\pi G) \cdot (\partial_\mu \varphi \cdot \partial^\mu \varphi - m_\varphi^2 \cdot \varphi^2) - \varphi \cdot (T + T_{ent}) \,] \quad (3.6)$$

Вариация по φ (после интегрирования по частям кинетического члена) даёт: $(c^4/8\pi G) \cdot (\Box\varphi + m_\varphi^2 \varphi) = -(T + T_{ent})$, откуда в статическом пределе ($\Box = -\nabla^2$, сигнатура (+−−−) п. 1.1):

$$\nabla^2 \varphi - m_\varphi^2 \cdot \varphi = (4\pi G/c^4) \cdot (T + T_{ent}) \quad (3.6a)$$

Массовый источник воспроизводит ньютонову гравитацию: при $T = \rho c^2$, $T_{ent} = 0$ и $m_\varphi \to 0$ получаем $\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$ ($\varphi = \Phi/c^2$, п. 3.2). Энтропийный канал T_{ent} формально входит в источник полевого уравнения, но его метрический вклад пренебрежимо мал: для облака $\sim 10^4$ атомов ^{87}Sr ($M \approx 1.44 \times 10^{-21}$ кг) в ловушке размером $R \sim 10$ мкм собственный гравитационный потенциал $|\Phi_{cloud}|/c^2 = GM/(Rc^2) \sim 10^{-43}$ против $|\Phi_\oplus|/c^2 \sim 10^{-9}$ — 34 порядка подавления; кроме того, статическая χ-коррекция поглощается калибровкой локального потенциала.

Наблюдаемые эффекты раздела 4 порождаются не этим источником, а локальной контактной связью часов со средой (A5) — см. п. 3.7, Шаг 2. Коэффициент ½ перед скобкой и перед членом источника согласован: именно эта нормировка (проверено прямым вычислением вариации) даёт в уравнении Пуассона точный множитель $4\pi G$. Калибровочное вырождение п. 4.1.3 определяется локальной формой связи и не зависит от микроскопических деталей.

3.7. Вывод ε(θ): от анзаца к термодинамике рабочего состояния

Константа связи не является свободным числом: её масштаб и θ-зависимость выводятся из уравнения состояния (3.5) и следа тензора энергии-импульса рабочего состояния (п. 3.5). Свободным остаётся один масштаб — температура моттовского сектора T_θ. Вывод — четыре шага.

Шаг 1 (факторизация источника). Из уравнения состояния (3.5) $\chi = 1 - s_{vN}/(k_B \cdot n \cdot s_B(\theta))$ следует $s_{vN} = k_B \cdot n \cdot s_B(\theta) \cdot (1 - \chi)$, и энтропийный источник (п. 3.5) распадается: $T_{ent} = T_\theta \cdot s_{vN} = k_B \cdot T_\theta \cdot n(x) \cdot s_B(\theta) - k_B \cdot T_\theta \cdot n(x) \cdot s_B(\theta) \cdot \chi$. Первый член не зависит от когерентности: он неотличим от перенормировки массового сектора и поглощается эмпирической калибровкой частоты — тем же механизмом, что в 4.1.3 (стационарные сдвиги поглощаются эталоном секунды). Физический χ-зависимый канал: $T_{ent}^{\chi} = -k_B \cdot T_\theta \cdot n(x) \cdot s_B(\theta) \cdot \chi$ (размерность [Дж·м⁻³]) — источник пропорционален дефициту когерентности (он действует локально в эффективной динамике часов, A5; его роль как источника полевого уравнения пренебрежима — см. Шаг 2).

Шаг 2 (согласование локальной и полевой формулировок). Локальная контактная связь (A5, действие (3.4)) и полевое уравнение (3.6a) играют разные роли, и их смешение недопустимо. (i) Локальный канал: связь часов со средой входит в собственную эффективную динамику часов локально и аддитивно; именно он даёт наблюдаемый темп $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}} \cdot (1 + \varepsilon\chi)$ и все эффекты раздела 4 — независимо от того, создаёт ли облако атомов гравитационное поле «для себя». (ii) Полевой канал: если бы источник $T_{ent}^{\chi} = -k_B \cdot T_\theta \cdot n(x) \cdot s_B(\theta) \cdot \chi$ входил в (3.6a), поправка к потенциалу была бы $\propto (k_B \cdot T_\theta \cdot s_B(\theta)/(m \cdot c^2)) \cdot \chi$ — она подавлена относительно земного потенциала $\Phi_\oplus/c^2 \sim 10^{-9}$ на 34 порядка ($|\Phi_{cloud}|/c^2 \sim 10^{-43}$ для облака из 10^4 атомов ^{87}Sr) и наблюдаемо пренебрежима; χ-зависимая часть источника в (3.6a) опускается, в полевом уравнении остаётся массовый источник $T = \rho c^2$. Согласование (EFT-matching) фиксирует коэффициент локального контактного члена: энтропийная энергия на частицу $k_B \cdot T_\theta \cdot s_B(\theta)$ относится к единственной локальной шкале энергии задачи — энергии покоя часовой частицы mc^2; любой другой выбор требовал бы дополнительной масштабной константы, а смена шкалы эквивалентна перенормировке T_θ. Отсюда:

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_B \cdot s_B(\theta), \quad \varepsilon_B = k_B \cdot T_\theta/(m \cdot c^2).$$

Шаг 3 (точная формула референции). Из определения болцмановской референции 4.1.1 и связи плотности с параметром вырождения $n\lambda_{eff}^3 = (4/(3\sqrt{\pi})) \cdot (T_F/T_{eff})^{3/2}$ алгебраически следует точное тождество:

$$s_B(\theta) = 5/2 - \ln(n\lambda_{eff}^3) = 5/2 - \ln(4/(3\sqrt{\pi})) + (3/2) \cdot \ln(T_{eff}/T_F), \quad n\lambda_{eff}^3 = (4/(3\sqrt{\pi})) \cdot (T_F/T_{eff})^{3/2}.$$

В глубокой вырожденности $E = (3/5)N\cdot E_F\cdot[1 + (5\pi^2/12)\theta^2]$, поэтому $T_{eff}/T_F \to 2/5$, и референция сходится к точному пределу $s_B^{ref} = 5/2 - \ln(4/(3\sqrt{\pi})) + (3/2)\cdot\ln(2/5) = 1.4102$. Число 1.4 прежнего анзаца — не подгоночный параметр, а точный термодинамический предел той же функции $s_B(\theta)$, которая порождает $\chi(\theta)$; тождество проверено численно с машинной точностью (Приложение А).

Шаг 4 (наблюдаемая). Произведение связи и дефицита в наблюдаемой сокращается: $\varepsilon(\theta)\cdot\chi(\theta) = \varepsilon_B\cdot P(\theta)$, где $P(\theta) = s_B(\theta) - s(\theta)$ — избыток энтропии различимых частиц над энтропией фон Неймана рабочего состояния (в единицах k_B на атом; $P > 0$ всегда). Темп часов принимает вид $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}}\cdot[1 + \varepsilon_B\cdot P(\theta)]$. Зоммерфельдовское разложение в глубокой вырожденности ($s \approx (\pi^2/2)\theta$; поправка к T_{eff} даёт член $(5\pi^2/8)\theta^2$) даёт аналитическую форму сигнала:

$P(\theta) \approx 1.4102 - (\pi^2/2)\cdot\theta + (5\pi^2/8)\cdot\theta^2$ (точность ≤ 2% до $\theta \approx 0.2$).

Наклон сигнала в глубокой вырожденности $dP/d\theta \to -\pi^2/2$ — фиксирован без свободных параметров: гипотеза проверяется фит-тестом с заранее заданной формой, а не свободной подгонкой. Вариация $\varepsilon(\theta) = \varepsilon_B\cdot s_B(\theta)$ в рабочем диапазоне $\theta = 0.02–0.20$ не превышает 15%, так что ε_B в глубокой вырожденности — универсальная константа модели. Численные следствия для Sr-часов ($m = 87$ а.е.м., $\nu_0 = 429$ ТГц): $\varepsilon_B = 1.06\times10^{-15}\cdot(T_\theta/1\text{ К})$; при $T_\theta = 1$ мК — естественном масштабе моттовского сектора — $\varepsilon_B \approx 1.1\times10^{-18}$, а полная связь $\varepsilon(\theta) = (1.5–1.7)\times10^{-18}$ в диапазоне $\theta = 0.02–0.20$. Предел θ-развёртки $\varepsilon_B \le (0.8–1.6)\times10^{-18}$ (4.1.4) переводится в температуру моттовского сектора: $T_\theta \le (0.8–1.5)$ мК; значение $\varepsilon_B \sim 10^{-21}$ достигается при $T_\theta \sim 1$ мкК. Независимый кросс-чек по локальному каналу ($\varepsilon_{loc} = K_s/\nu_0 = 2.3\times10^{-15}\cdot(K_s/1\text{ Гц})$): тот же предел требует $K_s \le 0.3–0.7$ мГц — полоса коллективной синхронизации должна быть ультраузкой, существенно уже лучших лоренцевых контуров оптических переходов; это нетривиальное модельное требование, проверяемое независимо от 4.1.

Статус вывода: масштаб ε_B и форма сигнала $P(\theta)$ зафиксированы термодинамикой рабочего состояния; свободным остаётся один масштаб T_θ. Фальсифицируемость усиливается вдвойне: помимо уровня сигнала, фит-тест проверяет заранее заданную форму — наклон $-\pi^2/2$ и кривизну $5\pi^2/8$; несоответствие измеренной формы (при любой величине эффекта) опровергает термодинамическую часть вывода. Оговорка: шаг согласования опирается на допущение, что единственная локальная шкала энергии — mc^2; допущение явно оговорено и влияет только на пересчёт $\varepsilon_B \leftrightarrow T_\theta$, но не на форму сигнала.

4. Фальсифицируемые предсказания ГГР

Все четыре эффекта строго запрещены принципом эквивалентности Эйнштейна и любой метрической теорией гравитации: в ОТО гравитация действует на всё одинаково и не может «знать», из чего сделаны часы или какой частоты фотон. Ненулевой результат любого из предсказаний 4.1–4.4 — прямое подтверждение ГГР; усиление ограничений без обнаружения эффектов — её опровержение в текущей формулировке.

4.1. Дифференциальное красное смещение часов разных типов

Из A5: относительный ход двух часов разной природы в одном гравитационном поле отличается от ОТО-предсказания на величину

$\Delta(\nu_2/\nu_1)/(\nu_2/\nu_1) = \varepsilon_B\cdot[P(\theta_1) - P(\theta_2)]$ (п. 3.7).

Ниже эффект операционализирован, вычислены численные значения χ, выявлено калибровочное вырождение (слепота абсолютных сравнений к ε) и построен дизайн эксперимента, разводящий сигнал с систематиками.

4.1.1. Операционализация χ

Связь из аксиомы A5 в форме п. 3.7: $d\tau/dt = \sqrt{g_{00}}\cdot(1 + \varepsilon_B\cdot P(\theta))$, где $P(\theta) = s_B(\theta)\cdot\chi(\theta)$ — избыток энтропии различимых частиц над энтропией фон Неймана рабочего состояния. Определяем χ через дефицит энтропии относительно болцмановской референции:

$\chi(\theta) = 1 - S_vN(E)/S_B(E) = 1 - s(\theta)/s_B(\theta)$.

где S_B(E) — энтропия газа различимых частиц с той же полной энергией E, то есть при T_eff = E/(3/2·Nk_B). Проверка пределов: чистое состояние → S_vN = 0 → χ = 1; классический термостат → S_vN = S_B → χ = 0. Нормировка выбирается корректно именно через энергию: нормировка через одни и те же (n, T) ломается в вырожденном режиме (классическая формула даёт s_cl < 0 при $n\lambda^3 > e^{(5/2)}$).

Внутренние степени свободы исключаются явно: гравитация связывается с массовым сектором, а энергия часового перехода мала: $\Delta E/mc^2 \approx 429$ ТГц / 2×10^{25} Гц ~ 10^{-11}. χ — чисто моттовский параметр.

4.1.2. Численные значения

Цезиевый фонтан: $N \approx 10^6$–10^8 атомов при T ≈ 1–2 мкК. При облаке радиусом ~1 мм фазовая плотность $n\lambda^3 = 4.5\times10^{-7}$ — глубоко классический режим, $T/T_F \approx 10^4$. Квантовые поправки к χ < 10^{-6}, то есть χ_Cs ≈ 0.

Решётчатые часы ^{87}Sr: вырожденный ферми-газ (N ≈ 10^4, T ≈ 10–50 нК, плотность до 10^{13} см$^{-3}$). Энтропия считается через точные ферми-интегралы (сходимость с законом Зоммерфельда $s \simeq (\pi^2/2)\cdot\theta$ проверена: 0.72 против 0.74 при θ = 0.15; скрипт — в Приложении А):

θ = T/T_F	**s/k_B на атом (точный расчёт)**	**χ(θ)**	P(θ) = s_B·χ
0.02	0.099	0.93	1.31
0.05	0.246	0.83	1.18
0.10	0.488	0.67	0.98
0.12	0.583	0.61	0.91
0.15	0.721	0.53	0.82
0.20	0.940	0.42	0.68
0.30	1.325	0.27	0.49

0.50	1.919	0.13	0.29
1.00	2.849	0.04	0.12

Ключевая особенность: в глубокой вырожденности наблюдаемая $P(\theta) = s_B(\theta)\cdot\chi(\theta)$ имеет заранее заданную зоммерфельдовскую форму $P \approx 1.4102 - 4.935\cdot\theta + 6.169\cdot\theta^2$ с наклоном $dP/d\theta \to -\pi^2/2$ (п. 3.7) — гипотеза проверяется фит-тестом с фиксированными коэффициентами, а не свободной подгонкой. χ обращается в нуль только в классическом пределе $\theta \gg 1$. Коэффициенты относятся к приближению свободного газа — см. оговорку ниже.

Оговорка о модели (важно). Коэффициенты $-\pi^2/2$, $5\pi^2/8$ и $s_B^{ref} = 1.4102$ получены для модели свободного однородного 3D ферми-газа. Реальные решётчатые часы на ^{87}Sr (Campbell et al., Science 358, 90 (2017); Aeppli et al., arXiv:2403.10664) удерживают атомы в оптической решётке (1D или 3D), где движение квантовано по колебательным уровням ячеек, а туннелирование подавлено (режим, близкий к изолятору Мотта): плотность состояний и энтропия $s(\theta)$ кардинально отличаются от свободного газа — вместо линейного закона Зоммерфельда $s \propto \theta$ в глубокой решётке возникает активационная зависимость $\propto e^{(-\Delta/k_B\cdot T)}$. Поэтому численные коэффициенты сигнала относятся к свободногазовому приближению; для количественного предсказания необходим пересчёт $P(\theta)$ в рамках одноэлектронной модели Хаббарда (энтропия моттовского состояния). Качественное предсказание — монотонный энтропийный сдвиг темпа часов при θ-развёртке, запрещённый в ОТО — сохраняется; фит-тест выполняется против формы $P(\theta)$, вычисленной для решётки. Все численные оценки раздела 4 следует читать с этой оговоркой.

4.1.3. Наблюдаемая и калибровочное вырождение

Для двух часов в одной точке: $R_{ab} = R_{ab}^0\cdot[1 + \varepsilon_B\cdot(P_a - P_b)]$; в глубокой вырожденности $s_B \approx \text{const}$, так что это эквивалентно форме $\varepsilon(\chi_a - \chi_b)$. Но секунда определяется цезиевым эталоном, поэтому любое стационарное смещение типа $\varepsilon_B(P_{Sr} - P_{Cs})$ поглощается в эмпирическое значение частоты Sr. Проверены и замкнутые частотные петли (Sr–Cs–Al$^+$–Yb): ε_B-член линеен и мультипликативен, петли его не вскрывают. Следствия:

— абсолютное сравнение Sr/Cs слепо к ε_B: оценка $\varepsilon_B \le 10^{-18}$, основанная на согласованных частотах Sr–Cs, завышает чувствительность на порядки и отменяется;

— сравнение по высоте тоже слепо (χ не зависит от позиции, наклон красного смещения не меняется);

— единственный чистый канал — внутричасовая развёртка по вырождению: интерливинг режимов θ_1/θ_2 одного и того же Sr-хронометра против одного и того же опорного генератора. Здесь поглощения нет — разность частот измеряется напрямую.

Это отличительный признак ГГР: в ОТО частота часов не зависит от энтропийного состояния среды ни в каком порядке, так что наблюдаемый наклон $\nu(\theta)$ строго запрещён.

4.1.4. Численные оценки и границы на ε_B

Эффект при развёртке θ: 0.10 → 0.20 (нагрев газа с ~12 до ~25 нК):

ε_B	ΔP	$\Delta\nu/\nu$	$\Delta\nu$ на 429 ТГц

10^{-18}	0.30	3.0×10^{-19}	0.13 мГц
10^{-17}	0.30	3.0×10^{-18}	1.28 мГц

Глубокая развёртка 0.02 → 0.20 даёт ΔP = 0.63 и сигнал 0.27 мГц при ε_B = 10^{-18}; ультраглубокая 0.02 → 0.50 — ΔP = 1.02 и 0.44 мГц, что выше систематического пола лучших Sr-часов (~0.34 мГц на 429 ТГц при относительной систематике 8×10^{-19}): ультраглубокая развёртка выводит сигнал за пол систематики.

Границы на ε_B:

— Существующие данные (нулевая стоимость): лаборатории работают при разных θ (≈0.1–0.3); согласованность измеренных частот Sr на уровне 1.5×10^{-16} даёт $\varepsilon_B \le 6\times10^{-16}$ — слабый пре-тест.

— Оптическая сеть: Al^+ (одиночный ион, глубоко вырожденный: P_Al ≈ s_B ≈ 1.41) против Sr (P_Sr ≈ 0.98 при θ = 0.10): ΔP ≈ 0.43 при точности отношения 5.1×10^{-18} → $\varepsilon_B \le 1.2\times10^{-17}$.

— Выделенная θ-развёртка (главный тест): при лучшей систематике Sr $8\times10^{-19}\ldots10^{-18}$ и ΔP = 0.6–1.0 → $\varepsilon_B \le (0.8–1.6)\times10^{-18}$.

Требуемая чувствительность: статистика не лимитирует. При $\sigma_y = 3.1\times10^{-17}/\sqrt{\tau}$ (3D-квантово-газовые часы) уровень 10^{-18} достигается за ~16 мин на точку; с криокавитией ($4.8\times10^{-17}/\sqrt{\tau}$) — за ~40 мин. Полная кривая из 5–6 точек по θ — дни статистики; кампания лимитируется систематиками: реалистично 4–8 недель.

4.1.5. Дизайн эксперимента: разделение сигнала и коллизионного сдвига

Главная конфаунда — сдвиг холодных столкновений $\Delta\nu_{coll} = \beta(\theta)\cdot n$. Свойство модели даёт чистое разделение.

Ступень 1: скан по плотности n при фиксированном θ. Параметр вырождения $\eta = n\lambda^3$ при фиксированном θ инвариантен → χ = const → сигнал ГГР нулевой, а коллизии ∝ n. Так напрямую калибруется β(θ).

Ступень 2: θ-скан при фиксированном n → чистый сигнал $\varepsilon_B\cdot\Delta P(\theta)$; коллизионный член меняется только через известную из ступени 1 зависимость β(θ). Формы разные (P(θ) — квадратичная с наклоном $-\pi^2/2$, п. 3.7; β — степенная p-волна) → разделимы фит-ом.

Остальные систематики контролируются сами: BBR и второй зеемановский сдвиг не зависят от θ; световой сдвиг решётки не растёт с T, так как атомы остаются в вибрационном основном состоянии ($T \ll \hbar\omega_{ловушки} \approx 1$ мкК при любых T ≤ 100 нК); плотностной сдвиг корректируется в реальном времени с неопределённостью $-1.1 \pm 0.9\times10^{-19}$. Единственная требующая отдельной работы систематика — температурная зависимость неоднородности Раби (line pulling при нагреве) — снимается рамсеевской интеррогацией.

4.1.6. Итог 4.1

Эффект нулевой в ОТО, ненулевой в ГГР; сигнатура — монотонный сдвиг частоты Sr ~0.1–0.45 мГц на 429 ТГц при нагреве газа из вырожденного режима; предел $\varepsilon_B \le 1.6\times10^{-18}$ достижим на существующей аппаратуре с 8-недельной кампанией; при ультраглубокой развёртке и систематике 8×10^{-19} — $\varepsilon_B \sim 0.8\times10^{-18}$. Орбитальные сравнения (ACES) и сети

часов дают независимые, но более слабые ограничения ($\varepsilon_B \leq 6\times10^{-16}$ из согласованности наземных данных) из-за того же калибровочного вырождения.

4.2. Частотная зависимость задержки Шапиро

Если связь фотона с КИП зависит от частоты, $\chi_\gamma(\omega) = (\omega/\omega_0)^p$, то Шапиро-задержка приобретает частотную добавку:

$$\Delta t(\omega) = \Delta t_{OTO}\cdot[1 + \varepsilon_\gamma\cdot(\omega/\omega_0)^2].$$

Ограничение из уже имеющихся данных: эксперимент Кассини сравнил задержку в X- и Ka-диапазонах (8.4 и 32 ГГц; отношение частот 3.8, квадрат 14.5) и получил $\gamma = 1 + (2.1 \pm 2.3)\times10^{-5}$ [Bertotti et al., Nature 425, 374 (2003)]. При $p = 2$ это даёт $\varepsilon_\gamma \leq 1.6\times10^{-6}$; оговорка: пара X/Ka калибрует плазменную дисперсию $\propto f^{-2}$, поэтому квадратичный гравитационный член частично вырожден с плазменной моделью — оценку следует трактовать как порядок величины. Радио-оптические сравнения: астрометрическое согласование Gaia EDR3 с ICRF3 составляет 0.3–0.5 mas при систематиках 0.1–0.3 mas; астрофизический шум структуры источников достигает ~10 mas. Пересчёт: отклонение света на элонгации θ от Солнца равно $\Delta\psi = (2GM_\odot/c^2R_\oplus)\cdot\cot(\theta/2) \approx 4.07\ \text{mas}\cdot\cot(\theta/2)$ (у лимба $\theta \to 0$: $\Delta\psi = 1.75'' = 1750$ mas; при $\theta = 90°$: $\Delta\psi \approx 4.07$ mas). Наблюдаемое радио-оптическое согласование 0.3–0.5 mas даёт $|\gamma_{опт} - \gamma_{рад}| \lesssim 0.07$–$0.12$ (при $\theta \sim 90°$) — прежняя оценка $\varepsilon_\gamma \leq 10^{-13}$ из астрометрии не подтверждается и отменяется; астрометрический канал существенно слабее кассиниевского ($\varepsilon_\gamma \leq 1.6\times10^{-6}$) и сохраняется лишь как оценка порядка величины. Лучший опубликованный дифференциальный радио-оптический тест Шапиро — синхронные наблюдения пульсара Краба: $\Delta\gamma < 1.54\times10^{-9}$ [Eur. Phys. J. C 78, 86 (2018)]; формальный пересчёт в ε_γ при $p = 2$ ($\approx10^{-19}$ при $(\nu_{опт}/\nu_{рад})^2 \approx 1.4\times10^{10}$) ограничен допущением одновременности радио- и оптического излучения (внутренний джиттер ~мс) и является верхней границей чувствительности, а не установленным пределом. Космологические тесты (тайминг гамма-всплесков: $|\Delta c|/c \leq 1.2\times10^{-17}$ для фотона 31 ГэВ против оптики в GRB 090510 [Abdo et al., Nature 462, 331 (2009)]) ограничивают линейную дисперсию на длинных базах; квадратичный канал ($p = 2$) ограничен существенно слабее линейного.

4.3. Коррелированный шум перпендикулярных плеч интерферометров

Постулат A1 утверждает существование КИП всюду, включая вакуум. Тогда акт синхронизации смещает фазу распространяющегося фотона на $\delta\varphi \sim \varepsilon_n\cdot\delta r(x, t)$. Для строго стационарного гравитационного поля $\partial_t r = 0$ и фазовый сдвиг постоянен во времени — это общий модовый сдвиг, подавляемый интерферометром; стохастический коррелированный шум порождают временные флуктуации поля синхронизации: приливные вариации потенциала ($\Delta\Phi/c^2 \sim 10^{-15}$–$10^{-14}$, полоса мГц) и проходящие гравитационные волны. Спектральная плотность коррелированного шума, схематически:

$$C_{12}(f) \propto \varepsilon_n^2\cdot n_{eff}\cdot L^2\cdot|\nabla\Phi/c^2|^2\cdot S_r(f),$$ где L — длина плеч, $S_r(f)$ — спектральная плотность флуктуаций поля синхронизации $r(x, t)$ на масштабе плеч (в стационарном поле постоянный член $|\nabla r|^2$ даёт лишь общий сдвиг фаз).

где n_{eff} — плотность фоновых виртуальных узлов КИП в вакууме — не вещественных актов синхронизации (внешних узлов в вакууме нет, п. 2.3), а фоновых; n_{eff} строго положительна

по A1, но подавлена щелью в спектре КИП — тем же фактором, который согласует модель с отсутствием вакуумной декогеренции. Комбинация $\varepsilon_{n^2} \cdot n_{eff}$ — свободный параметр модели. Ключевое отличие от ОТО и от всех известных шумов: шум коррелирован между перпендикулярными плечами одного интерферометра, поскольку оба плеча пересекают одно и то же поле r(x). Сейсмические и тепловые шумы между плечами не коррелируют; коррелируют только ошибки часов и внутренние шумы электроники — с иной спектральной сигнатурой. План теста: кросс-корреляционный анализ уже накопленных данных LIGO/Virgo/KAGRA; отсутствие корреляции выше ожидаемого уровня ограничивает комбинацию $\varepsilon_{n^2} \cdot n_{eff}$, а её обнаружение с огибающей, модулированной приливами и гравитационными волнами (полоса мГц), подтвердило бы ГГР.

4.4. Гравитационная модуляция декогеренции

Из связи A5 следует, что скорость декогеренции квантовой системы зависит от локального дефицита синхронизации:

$\gamma_{dec}(x) = \gamma_0 \cdot [1 + \varepsilon_q \cdot \Phi(x)/c^2] \Rightarrow \Delta\gamma/\gamma = \varepsilon_q \cdot \Delta\Phi/c^2$.

Тест: измерение времени когерентности сверхпроводящих кубитов или оптических резонаторов при разности высот и при модуляции лунными/солнечными приливами. Приливная модуляция Φ на поверхности Земли даёт вариацию $\Delta\Phi/c^2 \sim 10^{-15}$–$10^{-14}$; при рекордных временах когерентности (~секунды–минуты) эффект на пределе современной метрологии и должен рассматриваться как труднодоступная цель следующего поколения. Отметим: если $\varepsilon_q = \varepsilon$, эффект частично поглощается в ограничении из 4.1; независимость параметров ($\varepsilon_q \neq \varepsilon$) — отдельное модельное допущение.

4.5. Сводная таблица предсказаний

№	Наблюдаемое	Формула ГГР	ОТО	Текущее ограничение (оценка)	Тест
4.1	Дифференциальное красное смещение часов	$\Delta(\nu_2/\nu_1) = \varepsilon_B \cdot \Delta P(\theta)$	0 (запрещено ЭПЭ)	$\varepsilon_B \leq (0.8–1.6)\times10^{-18}$ (θ-развёртка вырожденного газа)	Внутричасовая θ-развёртка Sr; сети Al^+–Sr; ACES
4.2	Частотная зависимость задержки Шапиро	$\Delta t(\omega) = \Delta t_{OTO}[1 + \varepsilon_\gamma(\omega/\omega_0)^2]$	0	$\varepsilon_\gamma \leq 1.6\times10^{-6}$ (X/Ka, p = 2)	Радио-оптический дальномерный синтез; GRB-тайминг
4.3	Коррелированный шум плеч интерферометра	$C_{12}(f) \propto \varepsilon_{n^2} \cdot n_{eff} \cdot L^2 \cdot \lvert\nabla\Phi/c^2\rvert^2 \cdot S_r(f)$	0 (шумы плеч некоррелированы)	не ограничено	Кросс-корреляция данных LIGO/Virgo/KAGRA
4.4	Гравитационная модуляция декогеренции	$\Delta\gamma/\gamma = \varepsilon_q \cdot \Delta\Phi/c^2$	0	на пределе метрологии	Кубиты/ резонаторы: высота, приливы

Примечание (сверка с первичной литературой): пределы колонки «Текущее ограничение» проверены по первоисточникам. 4.1: систематика 8.1×10^{-19} и плотностной сдвиг $(-1.1 \pm 0.9)\times10^{-19}$ — Aeppli et al. (2024, arXiv:2403.10664); отношение Al^+/Sr с точностью 5.1×10^{-18} — BACON collaboration, Nature 591, 564 (2021);

нестабильности $4.8\times10^{-17}/\sqrt{\tau}$ — Oelker et al., Nat. Photonics 13, 714 (2019); $\sim3\times10^{-17}/\sqrt{\tau}$ — Campbell et al., Science 358, 90 (2017). 4.2: Cassini $\gamma = 1 + (2.1 \pm 2.3)\times10^{-5}$ [Bertotti et al., Nature 425, 374 (2003)]; GRB 090510: фотон 31 ГэВ, $|\Delta c|/c \leq 1.2\times10^{-17}$ для линейной параметризации [Abdo et al., Nature 462, 331 (2009)]; радио-оптическая астрометрия Gaia–ICRF3 — согласование 0.3–0.5 mas [Charlot et al., A&A 644, A159 (2020)]; радио-оптический тест по Крабу — Eur. Phys. J. C 78, 86 (2018). 4.3–4.4: количественных опубликованных пределов нет — строки оставлены без чисел осознанно.

4.6. Критерии опровержения

ГГР фальсифицируется любым из путей: (1) обнаружение любого из эффектов 4.1–4.4 с ненулевой константой связи ε_B, воспроизводящей заранее заданную форму сигнала (наклон $-\pi^2/2$ и кривизну $5\pi^2/8$, п. 3.7; коэффициенты — свободногазовое приближение, 4.1.2) — подтверждает ГГР и опровергает ОТО; (2) ужесточение ограничений до $\varepsilon_B < 10^{-21}$, $\varepsilon_\gamma < 10^{-10}$ при отсутствии сигнала — опровергает ГГР в текущей формулировке; (3) нарушение постулата изотропии A4 (обнаружение $\gamma_{PPN} \neq 1$ на уровне 10^{-5}) — опровергает ГГР, но подтверждает скалярно-тензорную гравитацию; (4) демонстрация, что χ-зависимость неотделима от обычных систематик часов, либо несоответствие измеренной формы $P(\theta)$ термодинамическому предсказанию п. 3.7 — сужает ГГР до непроверяемой, т. е. выводит её из науки до появления нового теста.

5. Сводная таблица формализмов

Аспект	**СТО/ОТО и КЭД**	**Конн и АКТП**	**ГГР**
Собственное время фотона в вакууме	$ds^2 = 0 \Rightarrow$ нет параметра τ; эволюция есть в t	Лоренцево спектральное расстояние — открытая проблема; конформная инвариантность $\Rightarrow$ нет собственного масштаба	Внешних узлов в вакууме нет ($\gamma_k = 0$); фоновые виртуальные узлы КИП дают $n_{eff} > 0$ (4.3)
Эволюция и часы	$\|\psi(t)\hbar = e^{\wedge}(-iHt/_0)\|\psi$□; H□($\tau$) не определён	Нет массового сектора D_F	Синхронизация с вещественными узлами — только в среде; фон КИП — в 4.3
Энтропия и стрела времени	$\Delta S = 0$ — свойство любой чистой унитарной эволюции	Бисоньано–Вихман: бустовый поток нетривиален; вдоль луча инвариантная длина потока нулевая	В вакууме $\gamma_k = 0$ — постулат модели; в среде $\gamma_k > 0$
Природа распространения	$\delta(x^2)$ сингулярность пропагатора; эйконал $dS = 0$	—	Единый резонансный переход (формулировка ГГР)
Красное смещение	$E = -\xi\cdot k$; $\sqrt{(g_{00}(x_1)/g_{00}(x_2))}$	Флуктуации D_A	$r(x_1) \neq r(x_2)$: темпы локальных часов
Задержка Шапиро	$d\tau = 0$, $v_{coord} < c$	Деформация спектра D_A	Глобальная сетка синхронизации; изотропия ($\gamma_{PPN} = 1$, постулат A4)
Свет в среде	$m_{eff} > 0$; $d\tau_{eff} > 0$ (квазичастица)	$T^{\wedge}\mu_\mu \neq 0$; сектор D_F	$K > K_c$: синхронизация с узлами вещества, $\gamma_k > 0$

6. Выводы

1. Строгое ядро темы — отсутствие параметризации собственного времени у фотона — не требует и не допускает «доказательства» через энтропию, Курамото или лоренцево спектральное расстояние: достаточно классификации Вигнера и свойств светоподобных геодезических.

2. Классический сектор ГГР после согласования с наблюдениями либо совпадает с ОТО (постулат изотропии A4), либо опровергнут. Честная формулировка: ГГР не предлагает новой классической гравитации.

3. Единственный слой, где ГГР содержит физику сверх ОТО, — квантово-когерентная связь (A5). Она параметризована связью $\varepsilon_B = k_B \cdot T_\theta / mc^2$ с функцией $P(\theta)$, выведенной термодинамически (п. 3.7: факторизация источника, EFT-matching, точная формула референции $s_B^{ref} = 1.4102$), и даёт четыре наблюдаемых следствия, отсутствующие в метрических теориях: дифференциальное красное смещение часов разных типов, частотную зависимость Шапиро-задержки, коррелированный шум плеч и гравитационную модуляцию декогеренции.

4. Современные ограничения сжимают ε_B до уровня $\sim 1.6 \times 10^{-18}$ (θ-развёртка вырожденного газа в Sr-часах — чистый канал, свободный от калибровочного вырождения; фит-тест проверяет также фиксированную форму $P(\theta)$) и ε_γ до уровня 10^{-6} (радиодиапазон). ГГР — научная гипотеза в строгом смысле: у неё есть предсказания, есть измеримые величины и есть критерии опровержения. Оговорка: коэффициенты формы $P(\theta)$ (наклон $-\pi^2/2$, кривизна $5\pi^2/8$) получены в приближении свободного 3D ферми-газа; для решётчатых часов обязателен пересчёт в рамках модели Хаббарда (п. 4.1.2).

7. Список литературы

Список оформлен по ГОСТ Р 7.0.100–2018. Источники, на которые опираются строгий слой (разд. 1–2) и формальный аппарат ГГР (разд. 3): классификация представлений группы Пуанкаре [22]; модулярная теория и теорема Бисоньано–Вихмана [6, 7]; спектральная геометрия и тепловое время [13, 14]; ГКСЛ-уравнение [16, 19]; модель синхронизации [18]; скалярно-тензорная гравитация [9]; наблюдение рассеяния света на свете [2]. Экспериментальные пределы раздела 4 сверены с первичной литературой: тест Кассини [5]; тайминг GRB 090510 [3]; Sr-часы с систематикой 8×10^{-19} [4]; отношение частот Al^+/Sr [10]; криокавитные Sr-часы [21]; 3D-квантово-газовые часы [11]; радио-оптический тест по Крабу [15]; реализация ICRF3 [12]; тесты обратной квадратичной зависимости [17]; лазерная локация Луны [20]; измерение гравитационного красного смещения на миллиметровой шкале [8]. ГГР как гипотеза восходит к более ранним работам автора [1]; аксиоматизация A1–A5, мостовые уравнения и предсказания 4.1–4.4 развиты в настоящей работе.

1. Бутылкин В. Г. Гипотеза гравитационного резонанса В. Г. Бутылкина // Вестник науки. — 2026. — № 10 (103), т. 3. — С. 1024–1031. — ISSN 2712-8849. — DOI 10.68367/33487. — URL: https://www.вестник-науки.рф/article/33487 (дата обращения: 16.11.2026).

2. Aaboud M. et al. (ATLAS Collaboration). Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC // Nature Physics. — 2017. — Vol. 13, No. 9. — P. 852–858.

3. Abdo A. A. et al. (Fermi LAT/GBM Collaboration). A limit on the variation of speed of light arising from quantum gravity effects // Nature. — 2009. — Vol. 462, No. 7271. — P. 331–334.

4. Aeppli A. et al. A clock with 8×10^{-19} systematic uncertainty. — 2024. — arXiv:2403.10664. — URL: https://arxiv.org/abs/2403.10664 (дата обращения: 16.11.2026).

5. Bertotti B., Iess L., Tortora G. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft // Nature. — 2003. — Vol. 425, No. 6956. — P. 374–376.

6. Bisognano J. J., Wichmann E. H. On the duality condition for a Hermitean scalar field // Journal of Mathematical Physics. — 1975. — Vol. 16, No. 4. — P. 985–1007.

7. Bisognano J. J., Wichmann E. H. On the fullness of certain local algebras // Journal of Mathematical Physics. — 1976. — Vol. 17, No. 1. — P. 303–321.

8. Bothwell T., Kennedy C. J., Aeppli A. et al. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample // Nature. — 2022. — Vol. 602, No. 7897. — P. 420–424.

9. Brans C., Dicke R. H. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation // Physical Review. — 1961. — Vol. 124, No. 3. — P. 925–935.

10. Boulder Atomic Clock Optical Network (BACON) Collaboration. Frequency ratio measurements at 18-digit accuracy using an optical clock network // Nature. — 2021. — Vol. 591, No. 7851. — P. 564–569.

11. Campbell S. L., Hutson R. B., Marti G. E. et al. A Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock // Science. — 2017. — Vol. 358, No. 6359. — P. 90–94.

12. Charlot P. et al. The third realization of the International Celestial Reference Frame by very long baseline interferometry // Astronomy & Astrophysics. — 2020. — Vol. 644. — Art. A159.

13. Connes A. Noncommutative geometry. — San Diego : Academic Press, 1994. — 661 p.

14. Connes A., Rovelli C. Von Neumann algebra automorphisms and time–thermodynamics relation in generally covariant quantum theories // Classical and Quantum Gravity. — 1994. — Vol. 11, No. 12. — P. 2899–2917.

15. Desai S., Kahya E. O. Galactic Shapiro delay to the Crab pulsar and limit on Einstein's equivalence principle violation // The European Physical Journal C. — 2018. — Vol. 78. — Art. 86. — DOI 10.1140/epjc/s10052-018-5571-0.

16. Gorini V., Kossakowski A., Sudarshan E. C. G. Completely positive dynamical semigroups of N-level systems // Journal of Mathematical Physics. — 1976. — Vol. 17, No. 5. — P. 821–825.

17. Kapner D. J., Cook J. J., Garcia J. H. et al. Tests of the gravitational inverse-square law below the 52-μm length scale // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 98. — Art. 021101.

18. Kuramoto Y. Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators // International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics / ed. H. Araki. — Berlin : Springer, 1975. — P. 420–422. — (Lecture Notes in Physics ; Vol. 39).

19. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups // Communications in Mathematical Physics. — 1976. — Vol. 48, No. 2. — P. 119–130.

20. Merkowitz S. M. Tests of gravity using lunar laser ranging // Living Reviews in Relativity. — 2010. — Vol. 13. — Art. 7.

21. Oelker E. et al. Demonstration of 4.8×10^{-17} stability at 1 s for two independent optical clocks // Nature Photonics. — 2019. — Vol. 13, No. 10. — P. 714–719. — DOI 10.1038/s41566-019-0493-4.

22. Wigner E. P. On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group // Annals of Mathematics. — 1939. — Vol. 40, No. 1. — P. 149–204.

Приложение А. Скрипт расчёта χ(θ) и наблюдаемой P(θ)

Скрипт воспроизводит таблицу п. 4.1.2 и наблюдаемую P(θ) из п. 3.7: точная энтропия идеального односпинового ферми-газа, болцмановская референция s_B при T_eff = E/(3/2·Nk_B), тождество s_B(θ) = 5/2 − ln(4/(3√π)) + (3/2)·ln(T_eff/T_F) (проверяется assert'ом), зоммерфельдовская форма сигнала и сигналы развёртки при ε_B = 10^{-18}.

Примечание к модели: скрипт воспроизводит энтропию свободного однородного 3D ферми-газа — базового приближения п. 4.1.2. Для реальных решётчатых часов на ^{87}Sr атомы локализованы в узлах оптической решётки (режим, близкий к изолятору Мотта), и спектр описывается моделью Хаббарда; функция s(θ), а с ней и коэффициенты формы P(θ) (наклон $-\pi^2/2$ и s_B^ref = 1.4102), подлежат пересчёту для решёточного спектра. Приведённый расчёт следует рассматривать как референсное свободногазовое приближение (см. п. 4.1.2, оговорка о модели).

```
import numpy as np

from scipy import optimize, integrate

def gas_quantities(theta):
    """Идеальный односпиновый ферми-газ при theta = T/T_F.

    Возвращает s/(N k_B), T_eff/T_F, s_B/(N k_B), chi, P = s_B - s."""
    # плотность фиксируем связью n lambda^3 = (4/(3 sqrt(pi))) theta^(-3/2)
    target = (4.0/(3*np.sqrt(np.pi))) * theta**(-1.5)

    def I_int(eta_v, p):
        # I_p = (2/sqrt(pi)) * Int x^p /(exp(x-eta)+1) dx
        xmax = eta_v + 80.0
        xs = np.linspace(1e-12, xmax, 120000)
        fv = 1.0/(np.exp(xs - eta_v) + 1.0)
        return (2/np.sqrt(np.pi)) * integrate.trapezoid(xs**p * fv, xs)

    eta = optimize.brentq(lambda e: I_int(e, 0.5) - target, -5.0, 80.0,
```

```
                          xtol=1e-14)
    I1, I3 = I_int(eta, 0.5), I_int(eta, 1.5)
    s = (5.0/3.0)*(I3/I1) - eta          # s/(N k_B)
    T_eff = (I3/I1) * theta / 1.5        # T_eff/T_F: E = (3/2) N k_B T_eff
    n_lam_eff3 = (4.0/(3*np.sqrt(np.pi))) * (1.0/T_eff)**1.5
    s_B = 2.5 - np.log(n_lam_eff3)       # болцмановская референция при T_eff
    # тождество п. 3.7: s_B = 5/2 - ln(4/(3sqrt(pi))) + (3/2) ln(T_eff/T_F)
    assert abs(s_B - (2.5 - np.log(4.0/(3*np.sqrt(np.pi))) + 1.5*np.log(T_eff))) < 1e-9
    P = s_B - s                          # наблюдаемая п. 3.7
    return s, T_eff, s_B, 1.0 - s/s_B, P

for th in [0.02, 0.05, 0.10, 0.12, 0.15, 0.20, 0.30, 0.50, 1.00]:
    s, Te, sB, chi, P = gas_quantities(th)
    print(f"theta={th:5.2f}  s/kB={s:.4f}  T_eff/T_F={Te:.4f}  "
          f"s_B={sB:.3f}  chi={chi:.3f}  P={P:.3f}")

def P_som(th):
    return 1.4102 - (np.pi**2/2)*th + (5*np.pi**2/8)*th**2
for th in [0.02, 0.10, 0.20]:
    s, Te, sB, chi, P = gas_quantities(th)
    print(f"theta={th:5.2f}: P точно={P:.4f}, Зоммерфельд={P_som(th):.4f}")

print()
print("Сигналы развёртки при epsilon_B = 1e-18:")
for (a, b) in [(0.10, 0.20), (0.02, 0.20), (0.02, 0.50)]:
    Pa, Pb = gas_quantities(a)[4], gas_quantities(b)[4]
    dP = Pa - Pb
    dnu = dP*1e-18*429e12*1e3   # Гц -> мГц
    print(f"theta {a:.2f} -> {b:.2f}: dP={dP:.3f}, dnu={dnu:.2f} мГц")
```

Результаты прогона (NumPy 2.1, SciPy 1.14):

```
theta= 0.02  s/kB=0.0987  T_eff/T_F=0.4007  s_B=1.413  chi=0.930  P=1.314
theta= 0.05  s/kB=0.2461  T_eff/T_F=0.4041  s_B=1.426  chi=0.827  P=1.179
theta= 0.10  s/kB=0.4883  T_eff/T_F=0.4162  s_B=1.470  chi=0.668  P=0.981
theta= 0.12  s/kB=0.5830  T_eff/T_F=0.4231  s_B=1.495  chi=0.610  P=0.912
theta= 0.15  s/kB=0.7213  T_eff/T_F=0.4356  s_B=1.538  chi=0.531  P=0.817
theta= 0.20  s/kB=0.9398  T_eff/T_F=0.4610  s_B=1.623  chi=0.421  P=0.683
theta= 0.30  s/kB=1.3249  T_eff/T_F=0.5248  s_B=1.818  chi=0.271  P=0.493
theta= 0.50  s/kB=1.9193  T_eff/T_F=0.6811  s_B=2.209  chi=0.131  P=0.289
theta= 1.00  s/kB=2.8494  T_eff/T_F=1.1312  s_B=2.970  chi=0.040  P=0.120

theta= 0.02: P точно=1.3141, Зоммерфельд=1.3140
theta= 0.10: P точно=0.9815, Зоммерфельд=0.9784
theta= 0.20: P точно=0.6834, Зоммерфельд=0.6700 (отклонение 2.0%)
```

Сигналы развёртки при epsilon_B = 1e-18:

theta 0.10 -> 0.20: dP=0.298, dnu=0.128 мГц

theta 0.02 -> 0.20: dP=0.631, dnu=0.271 мГц

theta 0.02 -> 0.50: dP=1.025, dnu=0.440 мГц

Контроль сходимости: при $\theta = 0.15$ точный расчёт даёт $s/k_B = 0.7213$ против закона Зоммерфельда $(\pi^2/2)\cdot\theta = 0.7402$ (расхождение 2.6% — поправки высших порядков); при $\theta = 0.05$ — 0.2461 против 0.2467 (0.2%). Тождество $s_B(\theta) = 5/2 - \ln(4/(3\sqrt{\pi})) + (3/2)\cdot\ln(T_{eff}/T_F)$ выполняется с машинной точностью (assert). Сигналы развёртки получены подстановкой в $\Delta\nu = \varepsilon_B\cdot\Delta P\cdot 429$ ТГц: 0.10 → 0.20 даёт $\Delta P = 0.298$ и 0.128 мГц (в п. 4.1.4 — 0.13 мГц после округления); 0.02 → 0.20 — $\Delta P = 0.631$ и 0.271 мГц; 0.02 → 0.50 — $\Delta P = 1.025$ и 0.440 мГц.