

Доказательство бесконечности регулярных кортежей в системе альтернативных числовых множеств

В. П. Воеводов

Аннотация

В работе предлагается новый подход к исследованию структуры множества натуральных чисел на основе концепции альтернативных числовых множеств, одним из которых является множество простых чисел. Использование монолитной связки всех этих равноправных множеств позволяет свести доказательство к чистой логике.

Ключевые слова: простые близнецы, простые кортежи, альтернативные множества, связующий код, короткое доказательство, общее доказательство.

1 Введение

В рамках данной теории множество простых чисел перестаёт быть изолированной аномалией: оно оказывается лишь частным случаем широкого класса альтернативных множеств, подчиняющихся единым фундаментальным законам плотности. Если традиционный анализ сфокусирован преимущественно на простых числах, то альтернативные множества остаются менее заметными, хотя также определяют общую структуру множества натуральных чисел. Необычное поведение простых чисел объясняется тем, что в основе их распределения лежит динамика взаимодействия с системой альтернативных множеств.

2 Концепция альтернативных множеств

Каждое натуральное число при своем вхождении в числовой ряд однозначно проецируется на бесконечную систему вычетов по всем натуральным модулям.

Определение 1 (Связующий код числа). *Связующим кодом (СК) натурального числа x называется бесконечная последовательность его вычетов по модулю всех натуральных чисел, взятых в порядке их возрастания:*

$$СК(x) = (r_1, r_2, r_3, \dots), \quad (1)$$

где $r_n \equiv x \pmod{n}$ для каждого натурального модуля $n = 1, 2, 3, \dots$

При этом вычет $r_1 \equiv 0 \pmod{1}$ задает начальную координату, а вычет $r_x \equiv 0 \pmod{x}$ определяет пространственную координату самого числа x .

Выбор СК в пользу натуральных чисел позволяет дать равные условия простым и составным числам при делении на самих себя.

Определение 2. Пересечение двух связующих кодов

$СК(A) = (a_n)$ и $СК(B) = (b_n)$ не является пустым тогда и только тогда, когда существует хотя бы один общий индекс $n \in \mathbb{N}$, для которого значения координат совпадают:

$$СК(A) \cap СК(B) \neq \emptyset \iff \exists n \in \mathbb{N} : (a_n = b_n) \quad (2)$$

Простые числа отличаются лишь тем, что их СК пересекается с $СК(0)$, состоящего из одних нулей, только в двух базовых координатах. Однако такому множеству противостоит бесконечный класс множеств, чьи СК пересекаются с любым (произвольно выбранным) СК только в двух координатах (включая начальную).

Назовём связующий код **СК(0)–альтернативой (СК–ограничителем)** множества простых чисел

Так как все СК пересекают $СК(0)$ в двух базовых точках, то эти пересечения в большинстве случаев можно игнорировать

Определение 3. (СК множества) Связующий код множества A (обозначается как $СК(A)$) представляет собой множество, состоящее из связующих кодов отдельных элементов этого множества:

$$СК(A) = \{СК(x) \mid x \in A\} \quad (3)$$

Определение 4. (Условие пересечения СК множества и СК числа). Связующий код множества A пересекается со связующим кодом конкретного числа ω , если в множестве A существует по крайней мере один элемент a_n , индивидуальный связующий код которого имеет непустое пересечение с кодом числа ω :

$$СК(A) \cap СК(\omega) \neq \emptyset \iff \exists a_n \in A : (СК(a_n) \cap СК(\omega) \neq \emptyset) \quad (4)$$

Определение 5. (Альтернативные множества). Числовые множества называются альтернативными, если их связующие коды определены в общей области СК, обладают равными пространствами вариантов, но ограничены индивидуальными для каждого множества СК-альтернативами:

$$СК(A) \cap СК(\omega) = \emptyset, \quad \text{где } СК(\omega) \text{ — альтернатива множества } A. \quad (5)$$

Так как каждое число натурального ряда имеет свой индивидуальный СК, который задаёт своё альтернативное множество, то весь натуральный ряд состоит из этих равноправных множеств, плотности которых равны на всей их протяжённости.

3 Глобальная теорема о простых близнецах

Теорема 1. (В. П. Воеводов). Для любого упорядоченного кортежа из n произвольно выбранных простых чисел (или из чисел конкретного заданного альтернативного множества), удовлетворяющего условию $n < P_1 < P_2 < \dots < P_n$, задаваемый им фиксированный шаблон расстояний повторяется в множестве простых чисел бесконечное число раз.

Доказательство. Допустим, что заданный регулярный кортеж имеет лишь конечное число подобных себе кортежей. В силу конечности этого подмножества, число альтернативных кортежей с подобной конфигурацией в каждом альтернативном множестве также будет конечным. Поскольку пространство комбинаторных вариантов и плотность распределения связующих кодов инвариантны для всего семейства альтернативных множеств, ограничение на существование кортежей с фиксированной конфигурацией накладывает единую верхнюю грань на координаты таких кортежей во всех множествах. Таким образом, существует единая верхняя граница (координата) на числовой оси, выше которой данные кортежи отсутствуют во всей системе альтернативных множеств.

Рассмотрим дискретный шаг трансляции исходного кортежа в сторону увеличения координат на единицу ($x \rightarrow x+1$). Данное преобразование индуцирует динамическую перестройку всей системы: смещение элементов кортежа влечет за собой синхронный сдвиг его связующего кода, что приводит к трансформации соответствующей СК-альтернативы.

Поскольку объём комбинаторного пространства на конечном интервале $V = \text{const}$, а объём связующего кода кортежа на данном интервале $V(\text{СК}) = \text{const}$, разность $V - V(\text{СК}) = \text{const}$ также является инвариантной. Из условия $n < P_1$ следует, что на оставшемся бесконечном пространстве вариантов мощность множества свободных позиций строго положительна. Таким образом, при операторе сдвига всегда существует непустое вакантное пространство для трансформированной СК-альтернативы. Наличие данной альтернативы гарантированно определяет своё альтернативное множество, содержащее трансформированный кортеж, так как связующий код кортежа и СК-альтернативы не пересекаются. В результате мы получили кортеж с заданными параметрами за пределами установленной верхней границы, что противоречит предположению о его максимальной во всей системе альтернативных множеств.

Полученное противоречие доказывает ложность предположения о конечности числа кортежей. Следовательно, мощность множества кортежей с заданным числом элементов n и фиксированной конфигурацией бесконечна. Данное утверждение инвариантно для любого альтернативного множества, включая множество простых чисел.

□

Список литературы

- [1] Яковлев В. И., Скачкова Е. А. Введение в комбинаторику и теорию множеств: Учебное пособие. — Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 2012. — 114 с.

References

Список литературы

- [1] V. I. Yakovlev, E. A. Skachkova, *Vvedenie v kombinatoriku i teoriyu mnozhestv: Uchebnoe posobie* [Introduction to Combinatorics and Set Theory: A Textbook], Perm: Perm State University, 2012, 114 p. (in Russian).