УДК 530.24:514.7+ 530.12

Автор: Максимов Максим Владимирович

Организация: частный исследовательский проект

E-mail: maksum.arakaev@yandex.ru

Телефон: +79046667422

Калибровочная модель SO(2,1): теневые поля, топологические дефекты и безэнергетическое искривление пространства-времени

Аннотация

В работе построена калибровочная модель на основе группы SO(2,1) с сигнатурой формы Киллинга (+, −, −). Группа содержит три генератора: K_3 (электромагнитный сектор, U(1)-подгруппа) и K_1, K_2 (теневые секторы). Показано, что топологический дефект (цилиндрическая дыра в пространстве) порождает нетривиальную голономию, наклонённую в теневую плоскость. Анзац для теневых потенциалов A^1, A^2 через коммутатор порождает неабелеву самокривизну в K_3-направлении. Ключевое свойство: материя, несущая U(1)-заряд, взаимодействует только с электромагнитной частью кривизны и не чувствует коммутаторный вклад. Гравитация, напротив, чувствует полную Неабелеву кривизну через тензор энергии-импульса. Форма Киллинга SO(2,1) обеспечивает световой конус во внутреннем пространстве: $(F^3)^2 - (F^1)^2 - (F^2)^2 = 0$, что приводит к нулевой плотности энергии $T_{tt} = 0$ при ненулевых пространственных напряжениях $T_{ij} \neq 0$. Это даёт безэнергетическое искривление метрики $\Delta g_{ij} \sim G \cdot \sin^4(\alpha) \cdot \theta^4/r^4$. В динамическом режиме показана возможность обратной проекции колеблющихся теневых полей в реальный электромагнитный сектор, что предсказывает электромагнитный отклик на прохождение гравитационной волны через область с топологическим дефектом.

1. Введение

© Максимов М. В. 2026

Стандартная калибровочная теория электромагнетизма основана на абелевой группе U(1). Уравнения Максвелла линейны: поле не взаимодействует само с собой. Обобщение на Неабелевы группы (Янга–Миллса) вводит самодействие через коммутатор, но стандартные Неабелевы модели (SU(2), SU(3)) используют компактные группы с положительно определённой формой Киллинга.

В данной работе рассматривается некомпактная группа SO(2,1) — группа преобразований, сохраняющих метрику diag(+, −, −). Выбор некомпактной сигнатуры имеет принципиальное физическое следствие: форма Киллинга κ_{ab} = diag(+1, −1, −1) создаёт «световой конус» во внутреннем пространстве калибровочной теории. Это позволяет построить конфигурации полей с нулевой плотностью энергии, но ненулевыми напряжениями — аналогично светоподобным векторам в пространстве-времени.

Модель опирается на три ключевых элемента:

- топологический дефект, создающий многосвязность области;
- голономию, наклонённую в теневую плоскость внутреннего пространства;
- Неабелеву самокривизну, видимую гравитацией, но не видимую U(1)-заряженной материей.

2. Математический аппарат

2.1. Группа SO(2,1) и её алгебра Ли

Группа SO(2,1) — группа линейных преобразований трёхмерного пространства, сохраняющих квадратичную форму с сигнатурой (+, −, −). Алгебра Ли SO(2,1) порождается тремя генераторами K_1, K_2, K_3 с коммутационными соотношениями:

$[K_1, K_2] = -i \cdot K_3$

$[K_2, K_3] = +i \cdot K_1$

$[K_3, K_1] = +i \cdot K_2$

Генератор K_3 соответствует вращению в плоскости (1, 2) — компактная подгруппа, изоморфная U(1). Генераторы K_1 и K_2 соответствуют бустам — некомпактным преобразованиям.

Принципиальное отличие от SU(2): в SU(2) все три коммутатора имеют знак плюс: $[T_1, T_2] = +iT_3$. В SO(2,1) первый коммутатор имеет знак минус: $[K_1, K_2] = -iK_3$. Этот знак — единственное, но физически определяющее различие.

© Максимов М. В. 2026

2.2. Структурные константы

Коммутаторы записываются через структурные константы ε^{a}_{bc}:
$[K_a, K_b] = i \cdot \varepsilon^{c}_{ab} \cdot K_c$
Для SO(2,1):

Коммутатор	Структурная константа	Значение
$[K_1, K_2]$	ε^{3}_{12}	**−1**
$[K_2, K_3]$	ε^{1}_{23}	+1
$[K_3, K_1]$	ε^{2}_{31}	+1

Знак минус в ε^{3}_{12} — единственное отличие от SU(2), где все $\varepsilon = +1$.

2.3. Форма Киллинга

Форма Киллинга — естественная метрика на Алгебре Ли, определяемая через структурные константы:
$\kappa_{ab} = \varepsilon^{c}_{ad} \cdot \varepsilon^{d}_{bc}$
Для SU(2): $\kappa_{ab} = \mathrm{diag}(+1, +1, +1)$ — положительно определена.
Для SO(2,1): $\kappa_{ab} = \mathrm{diag}(+1, \mathbf{-1}, \mathbf{-1})$ — сигнатура (+, −, −).

Минусы перед K_1 и K_2 возникают потому, что эти генераторы — некомпактные (бусты), подобно тому, как бусты в группе Лоренца дают отрицательный вклад в норму. Компактный генератор K_3 даёт положительный вклад.

Физическое значение: форма Киллинга определяет, с какими знаками вклады различных секторов входят в тензор энергии-импульса. Выбор SO(2,1) вместо SU(2) — это выбор метрики внутреннего пространства, и именно он делает возможной компенсацию секторов.

3. Калибровочные потенциалы и напряжённости

© Максимов М. В. 2026

3.1. Калибровочный потенциал

Калибровочный потенциал — это 1-форма на пространстве-времени со значениями в алгебре SO(2,1):
$A_\mu = A^1{}_\mu \cdot K_1 + A^2{}_\mu \cdot K_2 + A^3{}_\mu \cdot K_3$
где μ = 0, 1, 2, 3 — пространственно-временной индекс, a = 1, 2, 3 — внутренний индекс. Всего 12 компонент.

3.2. Ковариантная производная

Ковариантная производная — обычная производная плюс поправка на изменение базиса во внутреннем пространстве.
Для калибровочного поля (присоединённое представление):
$(D_\mu V)^a = \partial_\mu V^a + g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot A^b{}_\mu \cdot V^c$
Все три потенциала A^1, A^2, A^3 действуют нетривиально.

3.3. Напряжённость поля

Полная Неабелева напряжённость:
$F^a{}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a{}_\nu - \partial_\nu A^a{}_\mu + g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot A^b{}_\mu \cdot A^c{}_\nu$
Для реального сектора (a = 3):
$F^3{}_{\mu\nu} = (\partial_\mu A^3{}_\nu - \partial_\nu A^3{}_\mu) - g \cdot (A^1{}_\mu \cdot A^2{}_\nu - A^2{}_\mu \cdot A^1{}_\nu)$
Два слагаемых — два разных физических объекта:

- $F^3{}_{\text{обычн.}} = \partial A^3 - \partial A^3$ — электромагнитная часть (видит материя)
- $-g \cdot [A^1, A^2]$ — Неабелева самокривизна (видит только гравитация)

Эти слагаемые имеют разное происхождение и по-разному взаимодействуют с миром, хотя оба лежат в K_3-направлении внутреннего пространства.

3.4. Уравнения Янга–Миллса

Уравнения движения без источников:
$D_\mu F^{a,\mu\nu} = 0$
Раскрывая ковариантную производную:
$\partial_\mu F^{a,\mu\nu} + g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot A^b{}_\mu \cdot F^{c,\mu\nu} = 0$

Важное свойство: уравнения движения содержат только структурные константы $\varepsilon^a{}_{bc}$, но не форму Киллинга κ_{ab}. Сигнатура (+, −, −) влияет на тензор энергии-импульса (ТЭИ), но не на уравнения движения. Динамика полей в SU(2)

© Максимов М. В. 2026

и SO(2,1) одинакова по форме; разница — в знаке одной структурной константы и в том, как поля входят в гравитацию.

4. Голономия и топологические дефекты

4.1. Многосвязность области

Рассмотрим цилиндрическую область пространства с топологическим дефектом — дырой радиуса R вдоль оси z. Область вне дыры (r > R) многосвязна: контур C, обходящий дыру, не может быть стянут в точку.

4.2. Голономия

Голомония — результат параллельного переноса по замкнутому контуру C:
$W[C] = P \cdot \exp(i \cdot \oint_C A_\mu \, dx^\mu)$
Раскрывая через генераторы:
$W[C] = \exp(i \cdot \oint_C (A^1_\mu \cdot K_1 + A^2_\mu \cdot K_2 + A^3_\mu \cdot K_3) \, dx^\mu)$

4.3. Наклонённая голономия

В стандартном эффекте Ааронова–Бома голономия порождается только K_3:
$W_{AB} = \exp(i \cdot \theta \cdot K_3)$
где $\theta = e\Phi/\hbar$ — AB-фаза, Φ — магнитный поток.

В нашей модели голономия наклонена в теневую плоскость:
$W[C] = \exp(i \cdot \theta \cdot (\cos(\alpha) \cdot K_3 + \sin(\alpha) \cdot K_1))$
где α — угол наклона голономии в теневую плоскость (топологический параметр дефекта).

Физический смысл: при обходе дыры поле поворачивается не только вокруг K_3 (как в обычном AB-эффекте), но и вокруг K_1. Угол α определяет степень «замешивания» теневого направления в голономию.

4.4. Топологическая природа дефекта

Дефект не входит в уравнения Янга–Миллса как источник (правая часть). Он входит через граничные условия. Уравнения $D_\mu F^{a,\mu\nu} = 0$ одни и те же везде, но решения различаются из-за многосвязности области.

© Максимов М. В. 2026

	Заряд в Максвелле	Дефект в данной модели
Где живёт	В правой части уравнения	В граничных условиях
Что делает	Создаёт поле	Заставляет решение быть нетривиальным
Сохраняется?	Да (локальный закон)	Да (топологический инвариант)
Тип	Локальный	Глобальный (топология области)

5. Анзац для потенциалов

5.1. Постановка анзаца

Анзац — пробная форма решения, заданная до решения уравнений, согласованная с симметрией задачи. Для цилиндрического дефекта естественно предположить азимутальную симметрию и зависимость только от радиуса r.

5.2. Электромагнитный потенциал

$A^3_\varphi = \theta / (2\pi \cdot r)$

Это стандартный АВ-потенциал: $\oint A^3_\varphi \cdot r \cdot d\varphi = \theta$. При этом $A^3 = \partial\chi$ ($\chi = \theta \cdot \varphi / 2\pi$), то есть чистая калибровка — $F^3_{\text{обычн.}} = 0$ вне соленоида.

5.3. Теневые потенциалы

Через угол наклона голономии α и коэффициент β (подбираемый для попадания на световой конус):

$A^1_\varphi = \beta \cdot \sin(\alpha) \cdot \theta / (2\pi \cdot r)$

$A^2_r = \beta \cdot \sin(\alpha) \cdot \theta / (2\pi \cdot r)$

Остальные компоненты — нули. Компоненты выбраны в разных направлениях (φ и r), чтобы их «перекрёстное произведение» давало нетривиальный $F_{r\varphi}$.

© Максимов М. В. 2026

5.4. Условие светового конуса

Свёртка формы Киллинга:
$\kappa_{ab} \cdot F^a \cdot F^b = (F^3)^2 - (F^1)^2 - (F^2)^2$
Условие нулевой плотности энергии:
$(F^3)^2 = (F^1)^2 + (F^2)^2$
Подставляя выражения для F^a (в режиме доминирования коммутаторных членов, $\theta >> 1$):
$\beta^4 \cdot \sin^4(\alpha) = 2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2(\alpha)$
Откуда:
$\beta = \sqrt{2} / \sin(\alpha)$
При $\alpha = 90°$ (полный наклон): $\beta = \sqrt{2}$. Числовая константа порядка единицы.

5.5. Итоговый анзац

$A^3_\varphi = \theta / (2\pi \cdot r)$
$A^1_\varphi = \sqrt{2} \cdot \theta / (2\pi \cdot r)$
$A^2_r = \sqrt{2} \cdot \theta / (2\pi \cdot r)$
Все остальные компоненты — нули.

6. Коммутаторный механизм: от тени к реальности

6.1. Реальный сектор

$F^3_{r\varphi} = (\partial_r A^3_\varphi - \partial_\varphi A^3_r) - g \cdot (A^1_r \cdot A^2_\varphi - A^2_r \cdot A^1_\varphi)$
Первый член (обычная производная) = 0 (чистая калибровка). Остаётся:
$F^3_{r\varphi} = +g \cdot \beta^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \theta^2/(2\pi \cdot r)^2 \neq 0$

Чисто коммутаторная компонента, ненулевая. Приборы показывают E = B = 0 ($F^3_{обычн.} = 0$), но полная Неабелева кривизна $F^3_{полн.} \neq 0$.

6.2. Теневые напряжённости

В режиме $\theta >> 1$ (доминирование коммутаторных членов):
$F^1_{r\varphi} \approx g \cdot \beta \cdot \sin(\alpha) \cdot \theta^2/(2\pi \cdot r)^2$
$F^2_{r\varphi} \approx g \cdot \beta \cdot \sin(\alpha) \cdot \theta^2/(2\pi \cdot r)^2$

6.3. Проверка условия конуса

$(F^3)^2 = g^2 \cdot \beta^4 \cdot \sin^4(\alpha) \cdot \theta^4/(2\pi \cdot r)^4$
$(F^1)^2 + (F^2)^2 \approx 2 \cdot g^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \theta^4/(2\pi \cdot r)^4$

© Максимов М. В. 2026

При $\beta = \sqrt{2}/\sin(\alpha)$: равенство выполняется. Конфигурация лежит на световом конусе.

7. Материя и гравитация: два представления

7.1. Ключевое различие

Модель основана на том, что материя и гравитация «смотрят» на Неабелево соединение из разных представлений группы:

	Материя	Гравитация
Представление	$U(1) \subset SO(2,1)$	Присоединённое (adjoint)
Ковариантная производная	$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ie \cdot A^3{}_\mu \cdot \psi$	$(D_\mu V)^a = \partial_\mu V^a + g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot A^b{}_\mu \cdot V^c$
Что «видит»	Только A^3	Все три A^a
Коммутатор [D,D]	$ie \cdot F^3{}_{обычн.} \cdot \psi$	$g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot F^b{}_{полн.} \cdot V^c$

7.2. Явное вычисление для материи

Ковариантная производная материи (U(1)-заряд, только K_3): $D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ie \cdot A^3{}_\mu \cdot \psi$

Коммутатор: $[D_\mu, D_\nu] \psi = ie \cdot (\partial_\mu A^3{}_\nu - \partial_\nu A^3{}_\mu) \cdot \psi = ie \cdot F^3{}_{обычн.\mu\nu} \cdot \psi$

A^1 и A^2 не входят в производную — коммутаторному члену неоткуда взяться. При $A^3 = \partial\chi$: $[D_\mu, D_\nu] \psi = 0$

Материя не чувствует ничего. Для прибора $E = B = 0$.

7.3. Явное вычисление для гравитации

В присоединённом представлении: $[D_\mu, D_\nu] V^a = g \cdot \varepsilon^a{}_{bc} \cdot F^b{}_{полн.\mu\nu} \cdot V^c$

Здесь $F^b{}_{полн.}$ — полная Неабелева напряжённость со всеми коммутаторными членами. Для b = 3: $F^3{}_{полн.\mu\nu} = F^3{}_{обычн.\mu\nu} - g \cdot [A^1{}_\mu, A^2{}_\nu]$

При $F^3{}_{обычн.} = 0$ остаётся коммутаторная часть — гравитация её «видит».

© Максимов М. В. 2026

7.4. Аналогия с КХД

Аналогичная структура существует в квантовой хромодинамике. Глюонное поле SU(3) имеет энергию и искривляет пространство-время. Однако адроны (протоны, нейтроны) — цветовые синглеты и не чувствуют прямого силового воздействия глюонного поля. Никого не смущает, что глюонное поле существует, имеет энергию, искривляет пространство — но не взаимодействует с цветовыми синглетами напрямую. Наша модель — структурно тот же механизм: материя несёт U(1)-заряд (аналог «синглета» относительно теневых секторов), а гравитация чувствует полную кривизну.

8. Тензор энергии-импульса и искривление метрики

8.1. Построение ТЭИ

Тензор энергии-импульса калибровочного поля:

$T_{\mu\nu} = \kappa_{ab} \cdot F^{a}{}_{\mu\rho} \cdot F^{b,\rho}{}_{\nu} - (1/4) \cdot g_{\mu\nu} \cdot \kappa_{ab} \cdot F^{a}{}_{\rho\sigma} \cdot F^{b,\rho\sigma}$

Здесь F^a — полная Неабелева напряжённость (с коммутатором), $\kappa_{ab} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1)$.

8.2. Плотность энергии

$T_{tt} \propto (F^3)^2 - (F^1)^2 - (F^2)^2$

На световом конусе SO(2,1): $(F^3)^2 = (F^1)^2 + (F^2)^2 \rightarrow T_{tt} = 0$

Нулевая плотность энергии при ненулевых полях. Это не «поле с нулевой энергией» — это топологическая конфигурация напряжений без плотности энергии покоя, аналогичная светоподобному вектору в СТО.

8.3. Пространственные напряжения

При $T_{tt} = 0$ пространственные компоненты:

$T_{ij} \propto g^2 \cdot \sin^4(\alpha) \cdot \theta^4/(2\pi \cdot r)^4$

8.4. Поправка к метрике

Из уравнений Эйнштейна:

$\Delta g_{ij} \sim (G / c^4) \cdot T_{ij} \sim G \cdot g^2 \cdot \sin^4(\alpha) \cdot \theta^4 \cdot \hbar c / (c^4 \cdot (2\pi \cdot r)^4)$

© Максимов М. В. 2026

Множитель	Происхождение
θ^4	АВ-фаза в четвёртой степени
$\sin^4(\alpha)$	Угол смешивания в четвёртой степени
G/c^4	Гравитационная постоянная
$1/r^4$	Радиальное затухание
g^2	Константа связи

9. Статический режим: искривление без электромагнитного поля

9.1. Резюме статического режима

В статическом режиме (тень = проекция чистой калибровки) модель даёт:

- Для приборов: $E = B = 0$ ($F^3_{\text{обычн.}} = 0$)
- Для гравитации: $T_{tt} = 0$, $T_{ij} \neq 0$ (искривление метрики)
- Механизм: коммутатор $[A^1, A^2] \rightarrow$ Неабелева самокривизна $F^3_{\text{полн.}} \neq 0$
- Защита: световой конус SO(2,1) гарантирует $T_{tt} = 0$ как симметрийный инвариант

9.2. Природа Неабелевой самокривизны

Важно подчеркнуть: коммутаторная часть F^3 — не электромагнитное поле. Это Неабелева самокривизна соединения, взаимодействующая с гравитацией через тензор энергии-импульса, но не взаимодействующая с U(1)-заряженной материей. Электромагнитная часть (∂A^3) равна нулю; Неабелева часть ($g \cdot [A^1, A^2]$) ненулевая, но это поле новой природы — Неабелева самокривизна теневых секторов, спроецированная в K_3-направление.

10. Динамический режим: обратная проекция и реальные электромагнитные поля

10.1. Идея обратной проекции

Угол смешивания α — это угол вращения в плоскости (K_1, K_3) внутреннего пространства. Вращение обратимо: если прямая проекция ($K_3 \rightarrow K_1$) идёт с коэффициентом $\sin(\alpha)$, то обратная ($K_1 \rightarrow K_3$) — с тем же коэффициентом:
$A^3_{\text{eff }\mu} = \sin(\alpha) \cdot A^1_{\mu}$

© Максимов М. В. 2026

10.2. Когда обратная проекция даёт реальные E/B

В статическом случае $A^1 = \sin(\alpha) \cdot A^3 = \sin(\alpha) \cdot \partial\chi$ — проекция чистой калибровки. Обратная проекция:
$A^3_{eff} = \sin(\alpha) \cdot A^1 = \sin^2(\alpha) \cdot \partial\chi$
Это тоже чистая калибровка → $F^3_{обычн.} = 0$. Реального поля нет.

В динамическом случае теневые поля A^1, A^2 возбуждены независимо — не как проекция $A^3 = \partial\chi$, а от другого источника. Тогда:
$F^3_{обычн.\ 0i} = \sin(\alpha) \cdot (\partial_t A^1_i - \partial_i A^1_0) \neq 0$ → реальное E
$F^3_{обычн.\ ij} = \sin(\alpha) \cdot (\partial_i A^1_j - \partial_j A^1_i) \neq 0$ → реальное B

Колеблющиеся теневые поля могут порождать реальные электромагнитные волны!

10.3. Источники независимого возбуждения тени

Гравитационная волна через дефект. Гравитационная волна модулирует метрику → меняет эффективную геометрию контура голономии → теневые потенциалы начинают колебаться → обратная проекция даёт электромагнитный сигнал.

Вращение дефекта. Вращение соленоида меняет эффективную голономию со временем → колебания теневых полей → переменный E/B.

Космологические сценарии. В ранней Вселенной большая кривизна и множественные топологические дефекты → массивное возбуждение теневых полей → вклад в реликтовое излучение.

10.4. Энергетический баланс

В статике $T_{tt} = 0$, $T_{ij} \neq 0$ — «упругие напряжения» без плотности энергии покоя. При переходе в динамику часть T_{ij} конвертируется в T_{tt} (электромагнитная энергия). Система сходит со светового конуса — $T_{tt} > 0$, но полный $T_{\mu\nu}$ сохраняется.

Аналогия: натянутая струна (напряжения без массы покоя). Отпустил — колеблется, появляется кинетическая энергия. Энергия берётся из напряжений.

11. Обратная связь геометрии и калибровочной структуры

11.1. Замкнутый цикл

Модель реализует двустороннюю связь:

© Максимов М. В. 2026

1. Топология → теневые потенциалы: дефект создаёт многосвязность → голономия → анзац для A^1, A^2.
2. Теневые потенциалы → геометрия: коммутатор → Неабелева кривизна → $T_{\mu\nu}$ → искривление метрики.
3. Геометрия → теневые потенциалы: искривление меняет допустимые голономии и граничные условия → стабилизация или подавление теневых полей → в динамическом режиме — возбуждение реальных E/B.

11.2. Механизмы обратной связи

Изменение голономии: в искривлённом пространстве длины и углы контуров меняются, что меняет допустимую голономию.

Эффективные источники: ковариантная производная в искривлённом пространстве содержит связность Γ, что модифицирует структуру решений.

Топологические ограничения: кривизна может менять фундаментальную группу пространства, разрешая или запрещая определённые голономии.

11.3. Предсказание: электромагнитный отклик на гравитационную волну

Прохождение гравитационной волны через область с топологическим дефектом должно модулировать голономию → возбуждать колебания теневых полей → через обратную проекцию порождать электромагнитный сигнал. Это прямой проверяемый предсказание, доступное существующим детекторам.

12. Обсуждение

12.1. Что такое теневые поля

Теневые поля A^1, A^2 — это Неабелевы калибровочные поля, соответствующие некомпактным генераторам K_1, K_2 группы SO(2,1). Они не являются электромагнитными полями и не взаимодействуют с U(1)-заряженной материей. Их единственное проявление в статическом режиме — вклад в тензор энергии-импульса, искривляющий пространство-время. В динамическом режиме они могут порождать реальные электромагнитные поля через механизм обратной проекции.

© Максимов М. В. 2026

12.2. Аналогия с КХД

Структура «материя не видит, гравитация видит» не является произвольной гипотезой. Это стандартная структура неабелевых калибровочных теорий: в КХД цветовые синглеты не взаимодействуют с глюонным полем напрямую, хотя глюонное поле имеет энергию и искривляет пространство. Аналогично, U(1)-заряженная материя в нашей модели не взаимодействует с теневыми секторами, но гравитация чувствует полную Неабелеву кривизну.

12.3. Роль формы Киллинга

Форма Киллинга $\kappa_{ab} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1)$ — не формальность. Она определяет знаки, с которыми вклады секторов входят в тензор энергии-импульса. Выбор SO(2,1) вместо SU(2) делает возможной компенсацию $(F^3)^2 = (F^1)^2 + (F^2)^2$ и, следовательно, $T_{tt} = 0$. В SU(2) все знаки положительны, и компенсация невозможна.

12.4. Бикватернионы как альтернативный формализм

Бикватернионы ($q = q_R + i \cdot q_I$, где q_R, q_I — кватернионы) обладают свойством нулевой нормы при ненулевых компонентах — аналогично светоподобному вектору. Упаковка $F^3 + i \cdot F_{shadow}$ в один бикватернион даст условие $T_{tt} = 0$ как условие нулевой нормы. В текущей модели SO(2,1) делает всю работу самостоятельно, и бикватернионы избыточны. Однако при квантовании модели (где некомпактная сигнатура даёт состояния с отрицательной нормой — «призраки») бикватернионный формализм может оказаться полезным как естественный способ работы с такими состояниями. Это направление оставлено для будущих исследований.

12.5. Ограничения и перспективы

- Модель не квантована; вопрос о статусе состояний с отрицательной нормой открыт.
- Анзац выбран минимальным; возможны более общие конфигурации.
- Численные оценки эффективности требуют знания константы связи g и угла α.
- Экспериментальная проверка через электромагнитный отклик на гравитационные волны требует оценки чувствительности.

13. Выводы

© Максимов М. В. 2026

1. Калибровочная модель на основе SO(2,1) с топологическим дефектом порождает Неабелеву самокривизну через коммутатор теневых потенциалов.
2. Эта самокривизна не является электромагнитным полем — материя (U(1)-заряд) её не чувствует, но гравитация чувствует через тензор энергии-импульса.
3. Форма Киллинга diag(+1, −1, −1) обеспечивает световой конус во внутреннем пространстве: $T_{tt} = 0$ при ненулевых T_{ij} — безэнергетическое искривление метрики.
4. В динамическом режиме обратная проекция колеблющихся теневых полей порождает реальные электромагнитные поля E/B.
5. Модель предсказывает электромагнитный отклик на прохождение гравитационной волны через область с топологическим дефектом — прямой проверяемый сигнал.

14. Перспективы и гипотезы

В настоящем разделе представлены возможные следствия модели, выходящие за рамки строго доказанных утверждений. Все приведённые ниже сценарии следует рассматривать как экстраполяцию базовых принципов модели SO(2,1) с топологическим дефектом. Их статус — гипотетический; они задают направления для дальнейших исследований и возможных экспериментальных проверок.

14.1. Теневые кванты как кандидат на тёмную материю

Из структуры модели следует, что теневые потенциалы A1, A2 (соответствующие некомпактным генераторам K1, K2) являются полноценными динамическими полями, удовлетворяющими Неабелевым уравнениям Янга–Миллса. При квантовании эти поля должны иметь собственные возбуждения — условно называемые «теневыми фотонами» (S-фотоны).

Ключевые свойства S-фотонов:

- **Отсутствие взаимодействия с обычной материей.** Поскольку материя несёт только U(1)-заряд (связанный с генератором K3), она не взаимодействует напрямую с A1 и A2. Это делает S-фотоны «невидимыми» для электромагнитных детекторов.
- **Гравитационное проявление.** S-фотоны вносят вклад в тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ через полную Неабелеву напряжённость поля.

© Максимов М. В. 2026

Следовательно, они искривляют пространство-время и проявляют себя гравитационно.

- **Самодействие.** В отличие от обычных фотонов (абелев случай), S-фотоны взаимодействуют друг с другом через коммутатор в напряжённости поля. Это открывает возможность формирования связанных состояний, конденсатов и протяжённых структур.
- **Безмассовость.** Как калибровочные бозоны, S-фотоны не имеют массы покоя, но обладают энергией и импульсом.

Таким образом, S-фотоны представляют собой принципиально новый тип тёмной материи: не массивные частицы с очень слабым взаимодействием, а безмассовые калибровочные кванты, которые гравитируют, но не взаимодействуют с обычной материей. Их самодействие позволяет формировать устойчивые конфигурации (аналоги цветовых трубок в КХД), которые могут объяснять наблюдаемую структуру тёмного вещества.

Космологический сценарий: в ранней Вселенной топологические дефекты (космические струны, доменные стенки) могли возбуждать теневые поля. В процессе расширения Вселенной эти поля «размывались», но благодаря самодействию образовывали стабильные крупномасштабные структуры, проявляющиеся сегодня, как тёмная материя.

14.2. Почти светоподобные конфигурации как источник тёмной энергии

Модель допускает существование конфигураций полей, лежащих на световом конусе внутреннего пространства: $(F^3)^2-(F^1)^2-(F^2)^2=0$. В этом режиме плотность энергии $T_{tt}=0$, но пространственные напряжения $T_{ij}\neq 0$.

В космологическом контексте такие конфигурации интерпретируются, как источники отрицательного давления. Если конфигурация лишь приближённо лежит на световом конусе (например, из-за космологического расширения или квантовых поправок), то $T_{tt}=\varepsilon>0$ (малая плотность энергии), а T_{ij} остаются конечными. Тогда уравнение состояния:

$w=p/\rho\approx T_{ij}/T_{tt}\gg 1$ (по модулю, с отрицательным знаком)

может принимать значения $w\ll -1$, характерные для фантомной тёмной энергии.

© Максимов М. В. 2026

Гипотеза: наблюдаемая тёмная энергия может быть обусловлена глобальным фоном теневых полей, находящихся в состоянии, близком к светоподобному. Чем ближе конфигурация к световому конусу, тем больше |w|. В пределе $w \to -\infty$, что соответствует «суперкосмологической постоянной».

Это даёт естественное объяснение ускоренного расширения Вселенной без введения дополнительных полей или модификаций гравитации — достаточно существования теневого сектора с некомпактной сигнатурой формы Киллинга.

14.3. Управление гравитацией через топологические дефекты

Поскольку искривление метрики в модели порождается не массой-энергией (T_{tt}), а пространственными напряжениями (T_{ij}) теневых полей, открывается принципиально новый канал управления гравитацией.

Возможные сценарии:

- **Гравитационный щит.** Топологический дефект (например, соленоид с большим магнитным потоком) создаёт вокруг себя область с нетривиальными пространственными напряжениями. Это может приводить к частичной компенсации Ньютоновского гравитационного потенциала за счёт дополнительного вклада в метрику. Важно: это не нарушает принцип эквивалентности, а добавляет дополнительный источник кривизны через тензор энергии-импульса теневых полей.
- **Генерация гравитационных волн.** Осциллирующие теневые поля (возбуждаемые переменным потоком, вращением дефекта или проходящей гравитационной волной) создают переменные пространственные напряжения $T_{ij}(t)$, которые сами по себе являются источником гравитационных волн. Такой источник принципиально отличается от классических (движение массивных тел) и может иметь уникальные спектральные характеристики.
- **«Теневая линза».** Пространственные напряжения вокруг топологического дефекта вызывают локальное искривление метрики, приводя к гравитационному линзированию без видимой массы. Это может объяснять наблюдаемые эффекты линзирования в областях, где обычная материя отсутствует.

© Максимов М. В. 2026

Управление параметрами дефекта (угол наклона голономии α, АВ-фаза θ, константа связи g) позволяет регулировать величину и пространственное распределение напряжений, а значит, и степень искривления метрики.

14.4. Теневая физика: оптика, конфайнмент и астрофизика

Если теневые фотоны существуют, они должны обладать собственной «физикой»:

- **Теневая оптика.** Самодействие S-фотонов приводит к нелинейным эффектам: рассеянию S-фотонов на S-фотонах, формированию когерентных состояний («теневой лазер») и возможным солитонным решениям.
- **Возможный конфайнмент.** Из-за Неабелевой структуры и некомпактной сигнатуры возможно формирование связанных состояний S-фотонов — аналогично адронам в КХД. Такие состояния были бы безмассовыми или лёгкими, стабильными, гравитирующими и невидимыми для обычных детекторов — идеальный кандидат на тёмную материю.
- **Теневые гало вокруг астрофизических объектов.** Звёзды и чёрные дыры могут возбуждать теневые поля через топологические дефекты в их структуре или в окружающем пространстве. Это привело бы к появлению дополнительных гравитационных эффектов, не учитываемых стандартной моделью. Например, чёрные дыры могли бы «испускать» S-фотоны (аналог излучения Хокинга, но для теневого сектора).
- **Крупномасштабные теневые структуры.** Галактические струны и другие топологические дефекты могли бы служить каркасом для теневых полей, формируя гигантские «теневые структуры», определяющие крупномасштабную структуру Вселенной.

14.5. Экспериментальные и наблюдательные проверки

Для проверки гипотез, изложенных в данном разделе, возможны следующие направления:

1. **Поиск электромагнитного отклика на гравитационные волны.** Прохождение гравитационной волны через область с топологическим дефектом должно модулировать голономию и возбуждать колебания теневых

© Максимов М. В. 2026

полей, что приведёт к генерации электромагнитных сигналов. Существующие детекторы гравитационных волн могут быть адаптированы для поиска таких сигналов.

2. **Изучение гравитационного линзирования.** Поиск областей с сильным линзированием, но без видимой массы, может указывать на наличие теневых напряжений.
3. **Космологические наблюдения.** Уточнение параметров тёмной энергии (в частности, проверка $w<-1$) может подтвердить или опровергнуть гипотезу о почти светоподобных конфигурациях теневых полей.
4. **Лабораторные эксперименты с топологическими дефектами.** Создание искусственных дефектов (например, в сверхпроводниках или метаматериалах) и измерение вызванных ими гравитационных или электромагнитных эффектов.

Заключение к разделу

Представленные в данном разделе гипотезы являются логическим продолжением базовой модели SO(2,1) с топологическим дефектом. Они демонстрируют потенциал модели для объяснения ряда наблюдаемых явлений (тёмная материя, тёмная энергия) и открывают новые возможности для управления гравитацией и изучения фундаментальных свойств пространства-времени. Однако все эти сценарии требуют дальнейшего теоретического анализа и экспериментальной проверки.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на:

- квантование теневого сектора и изучение свойств S-фотонов;
- анализ стабильности и динамики теневых конфигураций в расширяющейся Вселенной;
- разработку конкретных экспериментальных схем для проверки предсказаний модели.

Список литературы

1. Yang, C.N., Mills, R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // Physical Review. 1954. Vol. 96. P. 191–195.

© Максимов М. В. 2026

2. Aharonov, Y., Bohm, D. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory // Physical Review. 1959. Vol. 115, No. 3. P. 485–491.

3. Wu, T.T., Yang, C.N. Concept of Nonintegrable Phase Factors and Global Formulation of Gauge Fields // Journal of Mathematical Physics. 1975. Vol. 12, No. 6. P. 964–968.

4. Vilenkin, A. Gravitational Field of Vacuum Domain Walls and Strings // Physical Review D. 1981. Vol. 23. P. 852–857.

5. Vilenkin, A., Shellard, E.P.S. Cosmic Strings and Other Topological Defects. Cambridge University Press, 1994.

6. Killing, W. (историческая справка) — форма Киллинга как симметричная билинейная форма на алгебре Ли. См.:
Cahn, R.N. Semi-Simple Lie Algebras and Their Representations. Benjamin/Cummings, 1984.

7. Nakahara, M. Geometry, Topology and Physics. 2nd ed. Institute of Physics Publishing, 2003.

8. Rubakov, V.A. Classical Theory of Gauge Fields. Princeton University Press, 2002.

© Максимов М. В. 2026