

К вопросу о плоскостности Вселенной

Konstantin Kravtsov

01.07.2026

Оглавление

Введение	2
Глава 1. Энтропия космологического горизонта	4
1.1 Космологический горизонт, его энтропия и плотность материи	4
1.2. Модель HDE	8
Глава 2. Производство энтропии	10
2.1 Исследование поведения функции производства энтропии	10
2.2 Определение вида коэффициента производства энтро- пии $\theta(t)$	12
Заключение	14
ЛИТЕРАТУРА	15

Введение

За последние 50 лет космология стала важной и точной частью современной теоретической физики благодаря развитию высокотехнологичных инструментов наблюдения и статистических методов обработки данных, выходу на околоземную орбиту, расширению диапазона наблюдений и целому ряду открытий. В 1965-м году Пензиас и Вильсон [1] открыли реликтовое излучение. Измерение его точных параметров и анизотропии позволило сделать вывод о том, что мы живём в однородной и изотропной (с точностью до пятого знака) Вселенной, что сильно сократило произвол в возможных описательных моделях. Измерение параметра Хаббла и некоторые другие эксперименты дали результат, позволяющий утверждать, что наша Вселенная в текущий момент эволюции ещё и плоская, причём очень вероятно, что эта характеристика не меняется со временем [2]. Надо отметить при этом, что, несмотря на повышение точности наблюдений, остаётся открытым вопрос о кривизне пространства Вселенной. Имеющиеся данные не позволяют сделать однозначный вывод о плоском Универсуме и допускают наличие, хоть и небольшой, собственной кривизны [4]. Это требует при строгом рассмотрении вопросов, связанных с эволюцией Вселенной, учитывать вклад собственной кривизны в её динамику.

Круг вопросов, связанных с термодинамикой Вселенной, широк. Связь между энтропией и гравитацией была представлена в ряде работ, начиная с 1970-х годов. Бекенштейн [5] на основании результата Хокинга о неубывании абсолютного горизонта событий, отождествил энтропию ЧД с площадью поверхности этого горизонта. Впоследствии Зельдович [6] и, позже, Хокинг [7]– [9] показали, что ЧД должна излучать, как абсолютно черное тело, обладающее соответствующей температурой T , пропорциональной поверхностной гравитации ЧД. Огромная энтропия ЧД, по мнению Бекенштейна [10, 11], возникает из-за того, что состояние ЧД не дает информации о том, вследствие роста какой именно системы она образовалась. Энтропия ЧД рассматривается как максимально возможная величина энтропии для объектов данной массы. Примерно в это же время вышла работа Унру [12], в которой показано существование теплового излучения с соответствующей температурой T , пропорциональной гравитационному ускорению.

Помимо этого, в ряде работ был обоснован и разработан единый подход к рассмотрению космологических горизонтов по аналогии с ЧД [13, 14]. В них показана идентичность описания горизонта событий ЧД и космологического горизонта, как "казуальных границ". Авторы [13] доказали, что космологический горизонт обладает температурой и энтропией, так же, как и ЧД. Они показали, что наблюдатель в такой Вселенной будет детектировать тепловое излучение, исходящее от горизонта, а формула энтропии $S = A/4$, где S - энтропия горизонта, A - его площадь, сохраняет свою силу. Это приводит к тому, что во Вселенной с горизонтами, для выполнения обобщенного второго закона термодинамики, энтропия космологического горизонта обязана существовать и подчиняться закону площадей, иначе информация(и энтропия), уходящая за горизонт, просто бы исчезала из Вселенной.

В дополнении к вышесказанному можно добавить, что появился ряд работ, выводящих гравитацию из энтропии и наоборот, например, [15]– [19]. Несмотря на убедительные аргументы с обеих сторон, вопрос, кто "первичнее" остается открытым. Тем не менее, понятно, что связь энтропии и гравитации есть и эта связь носит фундаментальный характер. В этой работе мы рассматриваем взаимозависимость энтропии, пространственной кривизны и плотности Вселенной.

Глава 1. Энтропия космологического горизонта

1.1 Космологический горизонт, его энтропия и плотность материи

В современной космологии есть проблема плоскостности Вселенной. Опираясь на наблюдательные данные, можно сказать, что Вселенная плоская с высокой точностью ($\sim 10^{-5}$). И это соотношение сохраняется, как минимум, с эпохи рекомбинации, когда излучение отделилось от вещества ($z \sim 1100$). Плоскому состоянию Вселенной соответствует критическая плотность $\rho_{crit}(t)$. В текущий момент эволюции численное значение $\rho_{crit}(t)$ составляет величину $\sim 10^{-30}$ г/см³. С учетом динамики флуктуаций плотности, в первые секунды расширения значение отклонения плотности от критической $\left| \frac{\rho}{\rho_{crit}} - 1 \right|$ должны были составлять $\sim 10^{-59}$ [2, 20]. Механизм такой "тонкой настройки" параметров Вселенной мы и пытаемся понять и объяснить.

Начнем с формулы для энтропии космологического горизонта (далее в тексте горизонта). Как было сказано выше, эта формула совпадает с формулой Бекнштейна для энтропии $S(t)$ ЧД

$$S(t) = \frac{k_B c^3}{4G\hbar} A(t) \quad (1.1)$$

где k_B - постоянная Больцмана, c - скорость света в вакууме, G - гравитационная константа, $\hbar$ - приведённая постоянная Планка, $A(t)$ - площадь горизонта.

В свою очередь, площадь зависит от радиуса горизонта $R_h(t)$ как

$$A(t) = 4\pi R_h(t)^2 \quad (1.2)$$

В наших расчётах мы исходим из возможности того, что Вселенная не плоская. Поэтому в формуле для $R_h(t)$ мы в явном виде учтём пространственную кривизну $K(t) = \frac{k_0}{a(t)^2}$, где k_0 - безразмерная константа кривизны, $a(t)$ - масштабный фактор,

$$R_h(t) = \frac{c}{\sqrt{H(t)^2 + c^2 K(t)}} \quad (1.3)$$

Здесь $H(t)$ - параметр Хаббла. Это даёт нам формулу для площади горизонта

$$A(t) = 4\pi R_h(t)^2 = \frac{4\pi c^2}{H(t)^2 + c^2 K(t)} \quad (1.4)$$

Окончательно, в общем случае Вселенной произвольной кривизны, для энтропии горизонта получим

$$S(t) = \frac{\pi k_B c^5}{G \hbar} \cdot \frac{1}{H(t)^2 + c^2 K(t)} \quad (1.5)$$

А теперь обратимся к уравнениям Эйнштейна. В метрике ФРЛУ

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - k_0 r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (1.6)$$

первое уравнение Эйнштейна запишется в виде

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - c^2 K(t) \quad (1.7)$$

В $\rho(t)$ учтены все виды материи и энергий: барионная и темная материи, излучение и ТЭ. Зависимость от кривизны выражена явно и вынесена в отдельный член, поэтому $\rho(t)$ будет равняться $\rho_{crit}(t)$. Это становится понятным, если приравнять второй член в правой части (1.7) к 0 - мы получаем уравнение для

плоской Вселенной. Перепишем (1.7) с учетом изложенного

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{crit}(t) - c^2 K(t) \quad (1.8)$$

Подставим значение $H(t)^2$ из (1.8) в (1.5)

$$S(t) = \frac{3k_B c^5}{8G^2 \hbar} \cdot \frac{1}{\rho_{crit}(t)} \quad (1.9)$$

Как видно, энтропия перестала зависеть от кривизны и стала соответствовать энтропии плоской Вселенной. Т.е., энтропия горизонта изменяется, не ощущая наличие или отсутствие пространственной кривизны Вселенной. Надо добавить, что поскольку энтропия горизонта инвариант, то результат не будет зависеть от выбора системы отсчета. Проведем еще одно преобразование. Умножим обе части (1.9) на $\rho_{crit}(t)$

$$\Psi = S(t) \cdot \rho_{crit}(t) = \frac{3k_B c^5}{8G^2 \hbar} \quad (1.10)$$

Полученная величина Ψ является постоянной и она выражается только через фундаментальные константы. Это значение составляет примерно $2,66885 \cdot 10^{96}$ (в единицах $k_B \frac{kg}{m^3}$).

Выразим эту величину с помощью планковских величин. Путем несложных преобразований получаем следующую формулу

$$\Psi = \frac{3k_B c^5}{8G^2 \hbar} = \frac{3}{8} \frac{k_B M_{Pl}}{L_{Pl}^3}, \quad (1.11)$$

где M_{Pl} и L_{Pl} – планковские масса и длина соответственно. Существование такой постоянной демонстрирует глубокую связь между горизонтной термодинамикой и гравитационной динамикой, которую предполагали в работе [21]. Структура Ψ и её постоянство требует, чтобы с самого начала и в дальнейшем, в процессе эволюции, Вселенная оставалась плоской. Механизм реализации этого требования будет рассмотрен во второй главе этой работы. Также это показывает, что плотность энергии во Вселенной всегда соответствует информационной емкости её горизонта. Это соответствие было задано при возникновении Все-

ленной(скорее всего, после инфляционного раздувания) и с тех пор не меняется. Значение Ψ определилось в тот же момент, в какой произошёл отбор фундаментальных констант нашей Вселенной.

1.2. Модель HDE

В работе [22] описывается модель голографической темной энергии (*HDE*). Эта модель применяет голографический принцип для объяснения ускоренного расширения Вселенной. Основная идея заключается в том, что плотность энергии вакуума ρ_Λ определяется не квантовыми флуктуациями на планковских масштабах (что дает ошибку в 120 порядков), а максимальной энтропией, которую может вместить область пространства. Это приводит к тому, что ρ_Λ перестает быть постоянной величиной и меняется ее уравнение состояния. В этой части раздела мы будем пользоваться планковскими единицами.

Согласно голографическому принципу, энтропия S области с характерным размером L ограничена площадью её границы (аналогично (1.2))

$$S \leq \frac{\pi L^2}{L_{Pl}^2}. \quad (1.12)$$

В работе утверждается, что в квантовой теории поля, поскольку ограничение на малых расстояниях связано с ограничением на больших расстояниях из-за предела, установленного образованием черной дыры, а именно, если ρ_Λ — квантовая плотность энергии нулевых колебаний, вызванная ограничением на малых расстояниях, то полная энергия в области размером L не должна превышать массу черной дыры того же размера, следовательно, $L^3 \rho_\Lambda \leq L M_{Pl}^2$. Наибольшее допустимое L — это то, которое удовлетворяет этому неравенству, таким образом,

$$\rho_\Lambda = 3c^2 M_{Pl}^2 L^{-2}, \quad (1.13)$$

где c — безразмерная константа модели (порядка 1), M_{Pl} — приведенная планковская масса. Если в качестве L возьмем будущий горизонт и определим эффективную массу внутри этого горизонта как $M_\Lambda = \rho_\Lambda V$, где V — объем внутри этого горизонта, то вследствие линейной зависимости M_Λ от L рост массы в точности компенсирует падение объемной плотности энтропии $s_v (s_v = \frac{S}{V})$, т.е.

$$s_v M_\Lambda = const \quad (1.14)$$

Не составит никакого труда убедиться, что эта константа по величине совпадает с полученной ранее Ψ .

В работе также приведены расчеты ρ_Λ демонстрирующие, что это - динамическая величина, а не константа. В 2024 г. появились результаты обработки наблюдательных данных эксперимента *DESI*, изучавшего барионные акустические осцилляции [23]. Из результатов этой работы следует, что модель *HDE* как минимум не противоречит этим данным, а при разумных допущениях о ее параметрах, ими подтверждается.

В завершение этого раздела хочется отметить то, что результаты из [22] и результаты предыдущего раздела были получены с использованием различных подходов: рассмотрение параметров черных дыр(ЧД) в [22] и динамики Вселенной в этой работе.

Глава 2. Производство энтропии

Вернемся к основному вопросу данной работы - вопросу о плоскостности Вселенной. Тот факт, что критическая плотность ρ_{crit} «всплыла» сама собой, указывает на то, что плоскостность Вселенной — это не случайная настройка, а термодинамическое требование голографического предела. Здесь будет представлено объяснение плоскостности с точки зрения максимизации производства энтропии горизонта для Вселенной с плоской геометрией (с плотностью, равной критической).

2.1 Исследование поведения функции производства энтропии

Сформулируем задачу: необходимо показать, что производство энтропии при увеличении горизонта максимально, когда это происходит в плоской Вселенной. Проанализируем отношение изменение энтропии к изменению действия системы, приведшее к этому изменению.

Мы будем учитывать только то, как кривизна сама по себе (вклад кривизны K , обозначим его Ω_k) увеличивает действие. Рассмотрим параметр $\theta(\Omega_k)$ соответствующий отношению приращения энтропии S к приращению действия ОТО $\mathcal{S}_{GR}$

$$\theta(\Omega_k) = \frac{\Delta S}{\Delta \mathcal{S}_{GR}}. \quad (2.1)$$

Учтем следующие аспекты для анализа поведения $\theta(\Omega_k)$:

1. Избыточное действие трехмерной геометрии пропорционально энергии деформации физического вакуума.

2. На планковском масштабе метрика пространства испытывает постоянные случайные колебания.

3. Квадратичная форма превращает уравнения для малых флуктуаций в систему независимых гармонических осцилляторов.

4. Положительная определенность этой квадратичной формы гарантирует устойчивость основного (вакуумного) состояния пространства-времени.

$\Delta\mathcal{S}_{GR}$ при малых отклонений от плоскостности в квантовой геометродинамике [24, 25] включит в себя изменение "плоского" действия $\Delta\mathcal{S}_{GR}(0)$ и квадратичную форму, связанную с энергией деформации вакуума:

$$\Delta\mathcal{S}_{GR} \approx \Delta\mathcal{S}_{GR}(0) + \gamma\Omega_k^2 + O(3), \quad (2.2)$$

где γ - положительная величина, так как плоское состояние - это вакуумный минимум. Тогда, с точностью до малостей третьего порядка,

$$\theta(\Omega_k) = \frac{\Delta S}{\Delta\mathcal{S}_{GR}(0) + \gamma\Omega_k^2}. \quad (2.3)$$

Возьмем производную от $\theta(\Omega_k)$ по Ω_k с учетом того, что ни ΔS , ни $\Delta\mathcal{S}_{GR}(0)$ от кривизны не зависят:

$$\frac{d\theta(\Omega_k)}{d\Omega_k} = -\frac{2\gamma\Delta S\Omega_k}{(\Delta\mathcal{S}_{GR}(0) + \gamma\Omega_k^2)^2}. \quad (2.4)$$

Для поиска экстремума приравняем выражение (2.4) к 0:

$$-\frac{2\gamma\Delta S\Omega_k}{(\Delta\mathcal{S}_{GR}(0) + \gamma\Omega_k^2)^2} = 0. \quad (2.5)$$

Очевидно, что единственным решением (2.5) будет $\Omega_k = 0$, т.е. случай плоского пространства. Анализ показывает, что функция (2.4) – убывающая, как следствие, вторая производная – отрицательна и, значит, этот экстремум – максимум. Общий вывод из анализа - функция производства энтропии $\theta(\Omega_k)$ достигает максимального значения в плоской Вселенной.

2.2 Определение вида коэффициента производства энтропии $\theta(t)$

Мы рассмотрим сценарий расширения Вселенной из начального состояния с горизонтом R_1 в течение планковского времени T_{Pl} и вычислим отношение приращения энтропии к затраченному действию. Исходим из формул для плоского пространства ($k = 0$). Дополнительно предполагается, что T_{Pl} много меньше времени существования Вселенной в начальный момент.

Полное приращение энтропии горизонта за время T_{Pl} составит:

$$\Delta S = \frac{3\pi k_B c^5}{\hbar G H_1} \left(1 + \frac{P_1}{\rho_1 c^2} \right) T_{Pl}, \quad (2.6)$$

где P_1 - давление, ρ_1 - плотность энергии. Здесь и далее индекс 1 относится к моменту начала интегрирования.

Полное действие Эйнштейна — Гильберта $\mathcal{S}_{tot}$ под горизонтом Хаббла определяется двумя слагаемыми: объемным $\mathcal{S}_{vol}$ и поверхностным членом Гиббонса — Хокинга — Йорка $\mathcal{S}_{GHY}$

$$\mathcal{S}_{tot} = \mathcal{S}_{vol} + \mathcal{S}_{GHY} \quad (2.7)$$

Объемная составляющая:

$$\mathcal{S}_{vol} = -\frac{c^5}{2G} \int dt \frac{1}{H(t)} \quad (2.8)$$

Поверхностная часть:

$$\mathcal{S}_{GHY} = -\frac{3c^5}{2G} \int dt \frac{1}{H(t)} \quad (2.9)$$

Полное действие для Вселенной $\mathcal{S}_{tot}$ принимает вид:

$$\mathcal{S}_{tot} = -\frac{2c^5}{G} \int dt \frac{1}{H(t)} \quad (2.10)$$

а приращение этого действия за время T_{Pl} , соответственно,

$$\Delta \mathcal{S}_{tot} = \frac{2c^5}{GH_1} T_{Pl} \quad (2.11)$$

Вычислим коэффициент производства энтропии θ , поделив ΔS на $\Delta \mathcal{S}_{tot}$. После сокращений и упрощений получим

$$\theta = \frac{3\pi}{2} \frac{k_B}{\hbar} \left(1 + \frac{P_1}{\rho_1 c^2} \right) \quad (2.12)$$

Ожидаемо, в выражение входят постоянная Больцмана k_B и приведенная постоянная Планка $\hbar$ ("квант" энтропии и "квант" действия). Безразмерный коэффициент в скобках это параметр уравнения состояния $w(t)$. Скобку можно переписать, обобщив на произвольный момент времени t (конечно, помня о начальных допущениях и ограничениях). Соответственно, и коэффициент производства энтропии становится функцией времени $\theta(t)$:

$$\theta(t) = \frac{3\pi}{2} \frac{k_B}{\hbar} (1 + w(t)) \quad (2.13)$$

В итоге мы получили чистый безразмерный отклик геометрии на уравнение состояния среды. Особенностью этого выражения надо признать его зависимость *только* от параметра уравнения состояния $w(t)$.

Заключение

В работе рассмотрена зависимость энтропии космологического горизонта от плотности Вселенной произвольной кривизны. Показано, что энтропия горизонта связана с критической плотностью, что позволяет сделать вывод о том, что Вселенная - плоская. Кроме того, произведение энтропии горизонта на критическую плотность - величина постоянная, и определяется только набором фундаментальных констант. Сравнены результаты вычислений с одним из выводов модели голографической темной энергии (HDE). Показана их идентичность. Рассмотрен вопрос вязкости КГП. Выявлена термодинамическая связь между полученным результатом вычислений и вязкостью КГП. Предложен энтропийный механизм, реализующий возможность и способность поддержания плотности Вселенной, равной критической. Проанализированна и рассмотрена возможная реализация этого механизма: максимизация производства энтропии при расширении плоской Вселенной по сравнению со Вселенной с кривизной. Получено выражение для коэффициента производства энтропии через параметр уравнения состояния Вселенной.

Литература

1. A.A. Penzias , R.W. Wilson. *Astrophis. J.* **142**, 419 (1965).
2. С. Вайнберг. *Космология*. УССР , М. (2013).
3. Д. С. Горбунов, В.А. Рубаков. *Введение в теорию ранней Вселенной*. М. (2006).
4. Planck Collaboration(N. Aghanim et al.). *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*. arXiv:1807.06209. (2021).
5. J.D. Bekenstein. *Phys. Rev. D.* **7**, N 8, 2333 (1973).
6. Б.Я. Зельдович. *ЖЭТФ* **62**, 2076 (1972).
7. S.W. Hawking. *Commun. Math. Phys.* **43**, 199 (1975).
8. J.M. Bardeen, B. Carter, S.W. Hawking, *Commun.Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
9. S.W. Hawking. *Nature*. **248**, March 1, 30 (1974).
10. J.D. Bekenstein. *Lett. Nuovo Cimento.* **4**, 737 (1972).
11. J.D. Bekenstein. *Contemp. Phys.* **45**, 31 (2003).
12. W.G. Unruh. *Phys. Rew. D.* **14**, N 4, 870 (1976).
13. G. W. Gibbons, S. W. Hawking. *Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation. Physical Review D*, **15(10)**, 2738 (1977).
14. Tamara M. Davis, P. C. W. Davies, Charles H. Lineweaver. *Black hole versus cosmological horizon entropy*. arXiv:astro-ph/0305121v2 (2003).

15. T. Jacobson. *Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State*. arXiv:gr-qc/9504004v2. (1995).
16. E. Verlinde. *On the Origin of Gravity and the Laws of Newton*. arXiv:1001.0785. (2010).
17. F. Porcelli, G. Scibona. *On the Black Hole's Thermodynamics and the Entropic Origin of Gravity*. arXiv: 1011.0895. (2010).
18. Yun Soo Myung, Hyung Won Lee, Yong-Wan Kim. *Entropic force versus temperature force*. arXiv:1006.1922v1 [hep-th]. (2010).
19. А.В. Белинский, М.Х. Шульман. *Энтропия гравитирующего тела*. ВМУ. Серия 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. №5, 104–107 (2020).
20. А.Д. Линде. *Физика элементарных частиц и инфляционная космология*. Наука, М. (1990).
21. T. Padmanabhan. *Thermodynamical Aspects of Gravity: New insights*. arXiv: 0911.5004 v.2 [gr-qc]. (2010).
22. Miao Li. *A Model of Holographic Dark Energy*. arXiv:hep-th/0403127v.4 . (2004).
23. *DESI 2024 VI: Cosmological Constraints from Baryon Acoustic Oscillations*. arXiv:2404.03002. (2024).
24. Дж. Уиллер, К. Торн, Ч. Мизнер. *Гравитация*, т.3. Издательство "МИР" М. (1977).
25. Дж. Уиллер. *Гравитация, нейтрино и вселенная*. Издательство иностранной литературы. М. (1962).