

Парадоксальный эффект упругости натурального ряда или ещё одно общее доказательство бесконечности простых близнецов

В. П. Воеводов

Аннотация

В работе рассматривается реальное смещение множества простых чисел в пространстве актуальной бесконечности натурального ряда. Так как натуральный ряд (в отличие от прогрессивной бесконечности) не может удлиняться, а смещённое множество не может деформироваться, то происходит саморегуляция смещённого множества. Та часть множества, которая должна выйти за пределы натурального ряда или деформироваться, оказывается в противоположной стороне от направления смещения. В процессе описания эффекта получаем ещё одно общее доказательство бесконечности простых близнецов. Всё это демонстрируется с помощью инвариантных альтернативных множеств, одним из которых является множество простых чисел.

Ключевые слова: простые близнецы, простые кортежи, альтернативные множества, связующий код.

1 Введение

В системе альтернативных множеств множество простых чисел теряет свой особый статус и становится гармоничной частью альтернативных множеств, подчиняющихся единым законам. Монолит этих множеств позволяет увидеть иногда то, что ускользает от привычного взора при локальном изучении простых чисел.

То, что описывается в этой работе, вызвало у меня крайнее удивление и восхищение одновременно. Это подобно закону сохранения энергии или выравниванию уровней поверхности жидкости в сообщающихся сосудах. При этом привычное воображение сталкивается с парадоксом: натуральный ряд не удлиняется, выполняя наши желания, а оказывает упругое сопротивление, возвращая нас к реальности.

2 Концепция альтернативных множеств

Каждое натуральное число при своем вхождении в числовой ряд однозначно проецируется на бесконечную систему вычетов по всем натуральным модулям.

Определение 1 (Связующий код числа). *Связующим кодом (СК) натурального числа x называется бесконечная последовательность его вычетов по модулю всех*

натуральных чисел, взятых в порядке их возрастания:

$$CK(x) = (r_1, r_2, r_3, \dots), \quad (1)$$

где $r_n \equiv x \pmod{n}$ для каждого натурального модуля $n = 1, 2, 3, \dots$.

При этом вычет $r_1 \equiv 0 \pmod{1}$ задает начальную координату, а вычет $r_x \equiv 0 \pmod{x}$ определяет пространственную координату самого числа x .

Выбор СК в пользу натуральных чисел позволяет дать равные условия простым и составным числам при делении на самих себя.

Определение 2. Пересечение двух связующих кодов

$CK(A) = (a_n)$ и $CK(B) = (b_n)$ не является пустым тогда и только тогда, когда существует хотя бы один общий индекс $n \in \mathbb{N}$, для которого значения координат совпадают:

$$CK(A) \cap CK(B) \neq \emptyset \iff \exists n \in \mathbb{N} : (a_n = b_n) \quad (2)$$

Простые числа отличаются лишь тем, что их СК пересекается с $CK(0)$, состоящего из одних нулей, только в двух базовых координатах. Однако такому множеству противостоит бесконечный класс множеств, чьи СК пересекаются с любым (произвольно выбранным) СК только в двух координатах (включая начальную).

Назовём связующий код **СК(0)–альтернативой (СК–ограничителем)** множества простых чисел

Определение 3. (СК множества) Связующим кодом множества A ($CK(A)$) называется множество, состоящее из связующих кодов элементов этого множества:

$$CK(A) = \{CK(a) \mid a \in A\} \quad (3)$$

Определение 4. (Условие пересечения СК множества и СК числа). Связующий код множества A пересекается со связующим кодом конкретного числа ω , если в множестве A существует по крайней мере один элемент a_n , индивидуальный связующий код которого имеет непустое пересечение с кодом числа ω :

$$CK(A) \cap CK(\omega) \neq \emptyset \iff \exists a_n \in A : (CK(a_n) \cap CK(\omega) \neq \emptyset) \quad (4)$$

Определение 5. (Альтернативные множества). Числовые множества называются альтернативными, если их связующие коды определены в общей области СК, обладают равными пространствами вариантов, но ограничены индивидуальными для каждого множества СК-альтернативами:

$$CK(A) \cap CK(\omega) = \emptyset, \quad \text{где } CK(\omega) \text{ — альтернатива множества } A. \quad (5)$$

Так как каждое число натурального ряда имеет свой индивидуальный СК, который задаёт своё альтернативное множество, то весь натуральный ряд состоит из этих равноправных множеств, плотности которых равны между собой на всей их протяжённости.

3 История возникновения парадокса упругости

Всё началось с доказательства глобальной теоремы о бесконечности множества упорядоченных кортежей из n простых чисел. Ниже приводится сама теорема и полное её доказательство.

Теорема 1. *(В. П. Воеводов). Для любого упорядоченного кортежа из n произвольно выбранных простых чисел (или из чисел конкретного заданного альтернативного множества), удовлетворяющего условию $n < P_1 < P_2 < \dots < P_n$, задаваемый им фиксированный шаблон расстояний повторяется в множестве простых чисел бесконечное число раз.*

Доказательство. Допустим, что заданный регулярный кортеж имеет лишь конечное число подобных себе кортежей. В силу конечности этого подмножества, число альтернативных кортежей с подобной конфигурацией в каждом альтернативном множестве также будет конечным. Поскольку пространство комбинаторных вариантов и плотность распределения связующих кодов инвариантны для всего семейства альтернативных множеств, ограничение на существование кортежей с фиксированной конфигурацией накладывает единую верхнюю грань на координаты таких кортежей во всех множествах. Таким образом, существует единая верхняя граница (координата) на числовой оси, выше которой данные кортежи отсутствуют во всей системе альтернативных множеств.

Рассмотрим дискретный шаг трансляции исходного кортежа в сторону увеличения координат на единицу ($x \rightarrow x + 1$). Данное преобразование индуцирует динамическую перестройку всей системы: смещение элементов кортежа влечет за собой синхронный сдвиг его связующего кода, что приводит к трансформации соответствующей СК-альтернативы.

Поскольку объём комбинаторного пространства на конечном интервале $V = \text{const}$, а объём связующего кода кортежа на данном интервале $V(\text{СК}) = \text{const}$, разность $V - V(\text{СК}) = \text{const}$ также является инвариантной. Из условия $n < P_1$ следует, что на оставшемся бесконечном пространстве вариантов мощность множества свободных позиций строго положительна. Таким образом, при операторе сдвига всегда существует непустое вакантное пространство для трансформированной СК-альтернативы. Наличие данной альтернативы гарантированно определяет своё альтернативное множество, содержащее трансформированный кортеж, так как связующий код кортежа и СК-альтернативы не пересекаются. В результате мы получили кортеж с заданными параметрами за пределами установленной верхней границы, что противоречит предположению о его максимальной удалённости во всей системе альтернативных множеств.

Полученное противоречие доказывает ложность предположения о конечности числа кортежей. Следовательно, мощность множества кортежей с заданным числом элементов n и фиксированной конфигурацией бесконечна. Данное утверждение инвариантно для любого альтернативного множества, включая множество простых чисел.

□

Когда в доказательстве указывалась общая грань для всех альтернативных множеств, то сначала появилось сомнение – не уходит ли эта грань в бесконечность (так как $СК$ каждого натурального числа является альтернативой для своего альтернативного множества). Затем это сомнение ушло ввиду того, что все альтернативные множества инвариантны в плане пространства вариантов, что соответствует инвариантности их плотности распределения. Но вопрос сдвига кортежей заинтересовал и привёл к неожиданному результату.

4 Парадокс упругости или ещё одно доказательство глобальной теоремы

Допустим, что число кортежей с заданными параметрами конечно. Для наглядности пусть $n = 4$, а сам начальный кортеж состоит из чисел 11, 13, 17, 19. Возьмём альтернативу $СК(30)$. Рассмотрим альтернативное множество, образованное этой альтернативой. Заметим, что все простые числа трансформировались в альтернативные: $2 \mapsto 32$; $3 \mapsto 33$; $5 \mapsto 35$; $7 \mapsto 37$; $11 \mapsto 41$...Каждый сдвиг на единицу синхронно прибавляет эту единицу по каждому модулю как для самой альтернативы, так и для каждого элемента альтернативного множества. Сдвиг (или трансформация) альтернативы вызывает синхронный сдвиг (или трансформацию) элементов альтернативного множества. Таким образом, мы получили все альтернативные простые числа. Следовательно, мы также получили все альтернативные четвёрки простых чисел (41, 43, 47, 49), (131, 133, 137, 139)...

Парадокс заключается в том, что числа 11, 13, 17, 19 также являются элементами данного альтернативного множества. То есть получается, что количество альтернативных простых четвёрок больше количества простых четвёрок. Если взять альтернативу с $СК(210)$, то разница составит уже две простых четвёрки. Если допустить, что множество простых четвёрок конечно, то нарушается равновесие между множеством простых чисел и альтернативными множествами. Такого быть не должно ввиду инвариантности альтернативных множеств, одним из которых является множество простых чисел.

Единственное объяснение всему этому – бесконечность множества простых четвёрок. Сдвиг простых чисел (и всей части натуральных чисел, находящейся за числом 30 (или 210) в сторону увеличения на величину интервала не может быть полным. Часть чисел в конце выходят за пределы натурального ряда на величину сдвига, чего быть не должно. Удлинять натуральный ряд мы не можем, так как он самодостаточен и это не прогрессивная бесконечность. Получается эффект упругости или компенсации, что и приводит к появлению простых четвёрок в начале. Если допустить конечность множества простых четвёрок, то при сдвиге они не могут выйти за границу натурального ряда, так как плотность распределения альтернативных четвёрок равна плотности распределения простых четвёрок ввиду инвариантности пространства вариантов. При дополнительных простых четвёрках мы получаем нарушение симметрии между альтернативными множествами, что противоречит их

инвариантности. Таким образом, множество простых четвёрок бесконечно. Подобным образом доказывается для любого кортежа любой конфигурации. Например, кортеж находится на интервале, верхняя граница которого меньше 1000000. Берём квадратный корень этого числа, то есть 1000. Теперь умножаем все простые числа, которые меньше 1000 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... Получаем число x . $СК(x)$ это альтернатива для альтернативного множества, которое включает в себя наш кортеж, так как $СК(x)$ состоит из начальных нулей (что соответствует альтернативе простых чисел).

5 Настоящая бесконечность или круговорот альтернативных множеств в натуральном ряду

В процессе написания статьи родилась модель натурального ряда, где смешённое множество напоминает змею, которая кусает свой хвост. Если весь натуральный ряд изобразить в виде бесконечной окружности, выходящей из точки 0 и заканчивающейся в той же точке, то при смещении натуральных чисел на 30 в сторону увеличения отрицательные числа также смещаются в том же направлении на эту величину ($-29 \mapsto 1, -23 \mapsto 7, -19 \mapsto 11, -17 \mapsto 13, -13 \mapsto 17, -11 \mapsto 19, -7 \mapsto 23, -5 \mapsto 25, -3 \mapsto 27, -2 \mapsto 28$). То есть смешённое множество не выходит за пределы натурального ряда, а остаётся в нём. Это всего лишь модель.

Следует отметить, что $СК(2)$, $СК(3)$ и $СК(5)$ пересекают $СК(30)$ по три раза (например, $СК(3)$ пересекает по модулям 1, 3, 27). Поэтому числа 2, 3, 5 не принадлежат альтернативному множеству с альтернативой $СК(30)$. А $СК(25)$, $СК(27)$, $СК(28)$ пересекают $СК(30)$ только по два раза ($СК(25)$ – по модулям 1 и 5), поэтому числа 25, 27, 28 являются альтернативными.

Список литературы

- [1] Яковлев В. И., Скачкова Е. А. Введение в комбинаторику и теорию множеств: Учебное пособие. — Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 2012. — 114 с.

References

Список литературы

- [1] V. I. Yakovlev, E. A. Skachkova, *Vvedenie v kombinatoriku i teoriyu mnozhestv: Uchebnoe posobie* [Introduction to Combinatorics and Set Theory: A Textbook], Perm: Perm State University, 2012, 114 p. (in Russian).