# Феноменологические ограничения на спектр масс, угол $\theta_{13}$ и осцилляции нейтрино для экспериментов JUNO, DUNE и LEGEND в модели вихревых мод

**Дмитрий Михайленко**

Модули формальной верификации (Lean 4): `TevNeutrino.lean`, `TevRefinements.lean`, `TevChiralityDecay.lean`, `TevFrenetS3Falsification.lean`

**DOI:** `10.5281/zenodo.24342095`

18 ноября 2026 г.

**Аннотация**

В работе представлена феноменологическая модель нейтринного сектора, в которой три массовых состояния нейтрино интерпретируются как нормальные поперечные моды открытой одномерной вихревой нити в квазинесжимаемом упругом континууме. Размерная редукция пространства девиаторных сдвигов к трёхмерному реперу Френе — Серре ($5 \to 3$) фиксирует безразмерный параметр амплитудной асимметрии $A_{1D}^2 = 6/5$ и обобщённое соотношение Коидэ $Q_\nu = 8/15$. Совместно с калибровочной фиксацией масштаба масс $\mathcal{M}_\nu \approx 12.29$ мэВ и геометрией тороидальной каверны $\sin^2(2\theta_{13}) = 1/12$ модель даёт спектр масс в нормальной иерархии ($m_1 \approx 0.246$ мэВ, $m_2 \approx 8.674$ мэВ, $m_3 \approx 50.081$ мэВ, $\Sigma m_\nu \approx 0.0590$ эВ), расщепления $\Delta m_{21}^2 = 7.517 \times 10^{-5}$ эВ$^2$, $\Delta m_{31}^2 = 2.508 \times 10^{-3}$ эВ$^2$ и угол смешивания $\sin^2\theta_{13} \approx 0.02129$. Проведено прямое сопоставление с первыми данными реакторного эксперимента JUNO (2025–2026), глобальным анализом NuFIT 6.0 и ограничениями LEGEND-200. При подстановке полученных параметров в стандартную трёхнейтринную динамику с эффектом вещества Земли (MSW) для трассы DUNE ($L = 1285$ км) первый максимум осцилляционных переходов $\nu_\mu \to \nu_e$ попадает в рабочий пик пучка $E \approx 2.4$ ГэВ. Модель запрещает безнейтринный двойной бета-распад ($m_{\beta\beta} \equiv 0$), инверсную иерархию масс и лёгкие стерильные нейтрино в вакууме, что обеспечивает её прямую экспериментальную фальсифицируемость.

## 1 Введение и границы применимости модели

Определение абсолютной шкалы масс нейтрино, порядка их следования (нормальная или инверсная иерархия, NMO/IMO), природы массы (дираковская или майорановская) и величины лептонной фазы нарушения CP-инвариантности $\delta_{\rm CP}$ составляет центральную программу современных нейтринных обсерваторий: JUNO, DUNE и LEGEND.

В минимальной Стандартной модели нейтрино безмассовы, а в её феноменологических расширениях массы и углы матрицы смешивания PMNS вводятся как свободные входные параметры. Целью настоящей работы является проверка гипотетической феноменологической модели *одномерных вихревых мод континуума* (частный сектор модели ТЭВ), в которой часть нейтринных наблюдаемых связывается жёсткими геометрическими соотношениями.

Для избежания методологической двусмысленности сразу зафиксируем границы модели и статус параметров:

1. **Выводимые параметры и структурные запреты:** безразмерный инвариант спектра $Q_\nu = 8/15$, строгий порядок масс $0 < m_1 < m_2 < m_3$ (Normal Ordering), реакторный угол $\sin^2(2\theta_{13}) = 1/12$, дираковский характер нейтрино ($m_{\beta\beta} \equiv 0$) и запрет четвёртой лёгкой (стерильной) моды в свободном вакууме ($N_{\rm sterile} = 0$).

2. **Внешние и открытые параметры:** углы смешивания $\theta_{12}$, $\theta_{23}$ и CP-фаза $\delta_{\rm CP}$ в данной версии модели **не выводятся** из динамики нити и берутся как стандартные входы глобального анализа NuFIT 6.0 [**?**] при расчёте осцилляционных кривых DUNE.

3. **Механика распространения:** на макроскопических базах ($L \sim 50$–$1300$ км) распространение волнового пакета описывается стандартным параболическим уравнением эволюции с потенциалом заряженных токов Вольфенштейна (MSW). Новизна расчёта для DUNE состоит не в модификации закона распространения, а в проверке того, воспроизводят ли зафиксированные геометрией массы и $\theta_{13}$ наблюдаемые осцилляционные пики без подгонки к осцилляционным базам данных.

## 2 Редукция одномерной вихревой нити и спектр масс

В рассматриваемой модели сплошной среды локализованные заряженные лептоны соответствуют замкнутым тороидальным конфигурациям, тогда как нейтрино моделируется как открытая (незамкнутая) одномерная распространяющаяся фазовая нить с двумя геометрическими скрутками: спиральным кручением вдоль траектории и мёбиусной скруткой поперечного репера. Механически такое состояние не является ни классической статической полостью Дирака, ни майорановской частицей; величины $(m_1, m_2, m_3)$ выступают как эффективные динамические собственные моды поперечного возмущения движущейся нити в релятивистском законе дисперсии.

Вместе с тем противоположная чётность скрутки и циркуляции для нити нейтрино ($\nu$) и антинейтрино ($\bar{\nu}$) запрещает их самоаннигиляцию в $0\nu2\beta$-вершине в вакууме. Наблюдательно это даёт запрет дираковского типа на безнейтринный двойной бета-распад ($m_{\beta\beta} \equiv 0$, формализовано в `TevNeutrino.lean`).

### 2.1 Редукция девиатора на репер Френе — Серре

Состояние сдвиговой волны вдоль нити описывается в подвижном ортонормированном репере Френе — Серре $(\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B})$:

$$\frac{d\mathbf{T}}{ds} = \kappa(s)\mathbf{N}(s), \qquad \frac{d\mathbf{N}}{ds} = -\kappa(s)\mathbf{T}(s) + \tau(s)\mathbf{B}(s), \qquad \frac{d\mathbf{B}}{ds} = -\tau(s)\mathbf{N}(s). \tag{1}$$

Математически доказано (модуль `TevFrenetS3Falsification.lean`, теорема `frenet_serret_global_orthonormality`), что при произвольных кривизне $\kappa(s)$ и кручении $\tau(s)$ репер сохраняет SO(3)-ортонормированность вдоль всей длины нити, ограничивая число независимых ортогональных колебательных мод тремя ($d = 3$).

В изотропном континууме полное пространство симметричных бесследовых сдвиговых напряжений (девиатор) имеет размерность $N_{3D} = 5$. При проецировании возмущения на волновод вихревой нити число активных мод редуцируется с 5 до 3 (вдоль $\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}$). Это задаёт квадрат амплитудной асимметрии $A_{1D}^2 = 6/5$ (утроенная доля к пятимерному базису с учётом фактора погранслоя Стокса, `TevRefinements.lean`).

Подстановка $A_{1D}^2 = 6/5$ в квадратичную параметризацию трёхмассового спектра

$$\sqrt{m_k} = \sqrt{\mathcal{M}_\nu}\left(1 + \sqrt{A_{1D}^2}\cos\left(\theta_\nu + \frac{2\pi k}{3}\right)\right), \qquad k \in \{0, 1, 2\}, \tag{2}$$

фиксирует обобщённый инвариант Коидэ нейтринного сектора (`TevNeutrino.lean`, теорема `koide_neutrino_derived`):

$$Q_\nu \equiv \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2} + \sqrt{m_3}\right)^2} = \frac{1 + \frac{1}{2}A_{1D}^2}{3} = \frac{1 + 3/5}{3} = \frac{8}{15} \approx 0.5333. \tag{3}$$

### 2.2 Массы, разности квадратов и угол $\theta_{13}$

Энергетический масштаб вихревой нити $\mathcal{M}_\nu$ определяется базовым масштабом кавитации пучности протона $M_{\text{scale}} = M_p/3$, умноженным на фактор связи пяти девиаторных степеней свободы $\alpha^5$, с учётом фактора спинового кручения $\tau_0 = 2$ и пограничной кривизны $6\pi$:

$$\mathcal{M}_\nu = \frac{\tau_0\,\alpha^5\,(M_p/3)}{1 + \frac{1}{6\pi}} \approx 12.2918 \text{ мэВ}, \tag{4}$$

где в паре с фазовым углом Лоде $\theta_\nu \approx 141.60^\circ$ модель даёт спектр масс в нормальной иерархии:

$$m_1 \approx 0.246 \text{ мэВ}, \qquad m_2 \approx 8.674 \text{ мэВ}, \qquad m_3 \approx 50.081 \text{ мэВ}, \tag{5}$$

что соответствует сумме масс $\Sigma m_\nu \approx 0.0590$ эВ и расщеплениям:

$$\Delta m^2_{21} = 7.5174 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \qquad \Delta m^2_{32} = 2.4329 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \qquad \Delta m^2_{31} = 2.5081 \times 10^{-3} \text{ eV}^2. \tag{6}$$

Вторым независимым геометрическим соотношением является реакторный угол смешивания $\theta_{13}$, возникающий из удвоенной проекции поперечной моды нити на 12-элементную симметрию обхвата тороидальной каверны (`TevNeutrino.lean`, теорема `reactor_angle_double_angle_identity`):

$$\sin^2(2\theta_{13}) = \frac{1}{12} \quad \Longrightarrow \quad \sin^2\theta_{13} = \frac{1 - \sqrt{11/12}}{2} \approx 0.021286. \tag{7}$$

# 3 Сопоставление с данными JUNO (2026), NuFIT 6.0 и LEGEND-200

Сопоставим полученные числа с наиболее точными экспериментальными измерениями, опубликованными в 2024–2026 гг.:

- **JUNO (реакторные антинейтрино, $L \approx 52.5$ км):** первые физические результаты за 59.1 дня набора данных, опубликованные в *Nature* (июнь 2026) [**?**], дали $\Delta m^2_{21} = (7.50 \pm 0.12) \times 10^{-5}$ эВ$^2$, что согласуется с модельным значением $7.5174 \times 10^{-5}$ эВ$^2$ с точностью $\mathbf{0.15}\sigma$. Обновлённый 207-дневный набор данных JUNO (июль 2026) [**?**] уточнил интервал до $(7.388 \pm 0.078) \times 10^{-5}$ эВ$^2$ (отклонение составляет $1.66\sigma$).
- **NuFIT 6.0 (глобальный анализ):** текущие лучшие значения $\Delta m^2_{31} = +2.508 \times 10^{-3}$ эВ$^2$ и $\sin^2\theta_{13} = 0.0220 \pm 0.0006$ [**?**]. Предсказание $\Delta m^2_{31} = 2.5081 \times 10^{-3}$ эВ$^2$ попадает точно в центр интервала, а $\sin^2\theta_{13} = 0.02129$ лежит на нижнем краю $1.2\sigma$.
- **LEGEND-200 и KamLAND-Zen 800 ($0\nu2\beta$-распад):** объединённый анализ GERDA + MAJORANA + LEGEND-200 (*PRL*, январь 2026) [**?**] установил нижний предел $T^{0\nu}_{1/2} > 1.9 \times 10^{26}$ лет (90% CL, $m_{\beta\beta} < 75$–$200$ мэВ), а KamLAND-Zen 800 (2025) [**?**] сузил ограничение до $\langle m_{\beta\beta}\rangle < 28$–$122$ мэВ. Отсутствие сигнала полностью согласуется с дираковским запретом $m_{\beta\beta} \equiv 0$.

Сводная матрица сопоставления представлена в Таблице **??**.

# 4 Расчёт осцилляционных кривых для DUNE с эффектом MSW

Чтобы напрямую сопоставить предсказанные параметры с наблюдательными характеристиками длиннобазового эксперимента DUNE ($L = 1285$ км, пучок Фермилаб — детектор SURF в Южной Дакоте, средняя плотность коры Земли $\rho = 2.84$ г/см$^3$, $Y_e = 0.5$) [**?**], выполним прямой спектральный расчёт вероятностей появления электронного нейтрино $P(\nu_\mu \to \nu_e)$ и антинейтрино $P(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e)$.

## 4.1 Параболическая редукция и гамильтониан эволюции

Для ультрарелятивистского волнового пакета вихревой нити, распространяющегося вдоль оси $z$ с энергией $E \gg m_i c^2$, выделение несущей фазы $e^{i(k_0 z - \omega t)}$ редуцирует гиперболическое уравнение упругих мод к параболическому уравнению первого порядка по координате $z$:

$$i\frac{d}{dz}\boldsymbol{\psi}(z) = \left[\frac{1}{2E}\mathbf{U}\,\mathrm{diag}(0, \Delta m^2_{21}, \Delta m^2_{31})\,\mathbf{U}^\dagger \pm \mathrm{diag}(V_{CC}, 0, 0)\right]\boldsymbol{\psi}(z), \tag{8}$$

Таблица 1: Сравнение предсказаний модели с актуальными данными нейтринной физики (2024–2026)

| **Наблюдаемая** | **Модель** | **Эксперимент / NuFIT 6.0** | **Согласие** |
|---|---|---|---|
| Иерархия масс | NO ($\Delta m^2_{31} > 0$) | Предпочтительна NO (в процессе уточнения) | Согласуется |
| $\Delta m^2_{21}$ [$10^{-5}$ эВ$^2$] | 7.5174 | $7.50 \pm 0.12$ (JUNO 59д) [**?**]<br>$7.388 \pm 0.078$ (JUNO 207д) [**?**] | $0.15\sigma$<br>$1.66\sigma$ |
| $\Delta m^2_{32}$ [$10^{-3}$ эВ$^2$] | 2.4329 | $2.43^{+0.04}_{-0.03}$ (NOvA+T2K) [**?**]<br>$2.431^{+0.036}_{-0.034}$ (NOvA 10 лет) [**?**]<br>$2.466 \pm 0.060$ (Daya Bay финал) [**?**] | $< 0.1\sigma$<br>$0.05\sigma$<br>$0.55\sigma$ |
| $\Delta m^2_{31}$ [$10^{-3}$ эВ$^2$] | 2.5081 | $+2.509^{+0.027}_{-0.025}$ (JUNO 207д) [**?**]<br>$+2.513^{+0.021}_{-0.019}$ (NuFIT 6.0, NO) [**?**] | $0.04\sigma$<br>$0.26\sigma$ |
| $\sin^2\theta_{13}$ | 0.02129 | $0.0220 \pm 0.0006$ (NuFIT 6.0) [**?**] | $\sim 1.2\sigma$ |
| $\Sigma m_\nu$ [эВ] | 0.0590 | $> 0.059$ (NO)<br>$< 0.0642$ (DESI DR2 + CMB, $\Lambda$CDM) [**?**] | В окне [0.059; 0.064] |
| $m_{\beta\beta}$ [мэВ] | $\equiv 0$ (Дирак) | $< 28$–$122$ (KamLAND-Zen 800) [**?**]<br>$< 75$–$200$ (LEGEND-200) [**?**] | Полное согласие |
| Лёгкие стерильные $\nu$ | Запрещены ($N_{\rm ster} = 0$) | Ограничены SBN / IceCube / реакторами | Согласуется |

где знак $(+)$ относится к нейтрино, $(-)$ — к антинейтрино, $V_{CC} = \sqrt{2} G_F N_e \approx 7.56 \times 10^{-14} \rho Y_e$ эВ — потенциал упругого рассеяния на электронных кавернах вещества (эффект MSW).

При вычислении матрицы $\mathbf{U}$ собственные параметры модели ($\Delta m^2_{21}, \Delta m^2_{31}, \theta_{13}$) фиксированы из Раздела 2, тогда как неизмеряемые геометрически в данной версии углы $\sin^2\theta_{12} = 0.304$, $\sin^2\theta_{23} = 0.570$ и реперная фаза $\delta_{\rm CP} = -\pi/2$ (совместимая с совместным анализом NOvA и T2K [**?**]) взяты как внешние феноменологические параметры.

Как видно из Рисунка **??** и Таблицы **??**, при распространении через земную кору на 1285 км первый осцилляционный максимум ($P_{\nu_\mu \to \nu_e} \approx 8.66\%$) приходится ровно на энергию $E \approx 2.4$ ГэВ (максимум широкополосного пучка DUNE), а второй максимум ($P \approx 10.18\%$) локализован в районе $E \approx 0.8$ ГэВ. Эффект вещества в нормальной иерархии подавляет пик антинейтрино до $\sim 1.78$–$2.27\%$, формируя устойчивую асимметрию $A_{\rm CP} \approx +0.66$ в рабочей области пучка.

Таблица 2: Численные значения вероятностей перехода и $CP$-асимметрии для базы DUNE ($L = 1285$ км)

| **Энергия $E_\nu$ [ГэВ]** | $P(\nu_\mu \to \nu_e)$ **[%]** | $P(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e)$ **[%]** | $A_{\rm CP} = (P - \bar P)/(P + \bar P)$ |
|---|---|---|---|
| 0.8 (2-й макс.) | 10.18 | 0.59 | +0.891 |
| 1.6 | 5.40 | 0.19 | +0.931 |
| 2.0 | 8.49 | 1.00 | +0.789 |
| **2.4 (пик пучка)** | **8.66** | **1.78** | **+0.659** |
| 2.8 | 7.77 | 2.17 | +0.563 |
| 3.2 | 6.67 | 2.27 | +0.492 |
| 4.0 | 4.79 | 2.09 | +0.392 |

### 4.2 Космологическая граница DESI DR2 и запрет отрицательных масс

Особый интерес представляет сопоставление предсказанной суммы масс $\Sigma m_\nu = 0.0590$ эВ с новейшими космологическими ограничениями DESI DR2 + CMB, которые в рамках стандартной модели $\Lambda$CDM дают жёсткий верхний предел $\Sigma m_\nu < 0.0642$ эВ (95% CL), а при снятии физического барьера $\Sigma m_\nu \geq 0$ приводят к эффективному смещению фита в нефизическую область $\Sigma m_{\nu,\rm eff} < 0$.

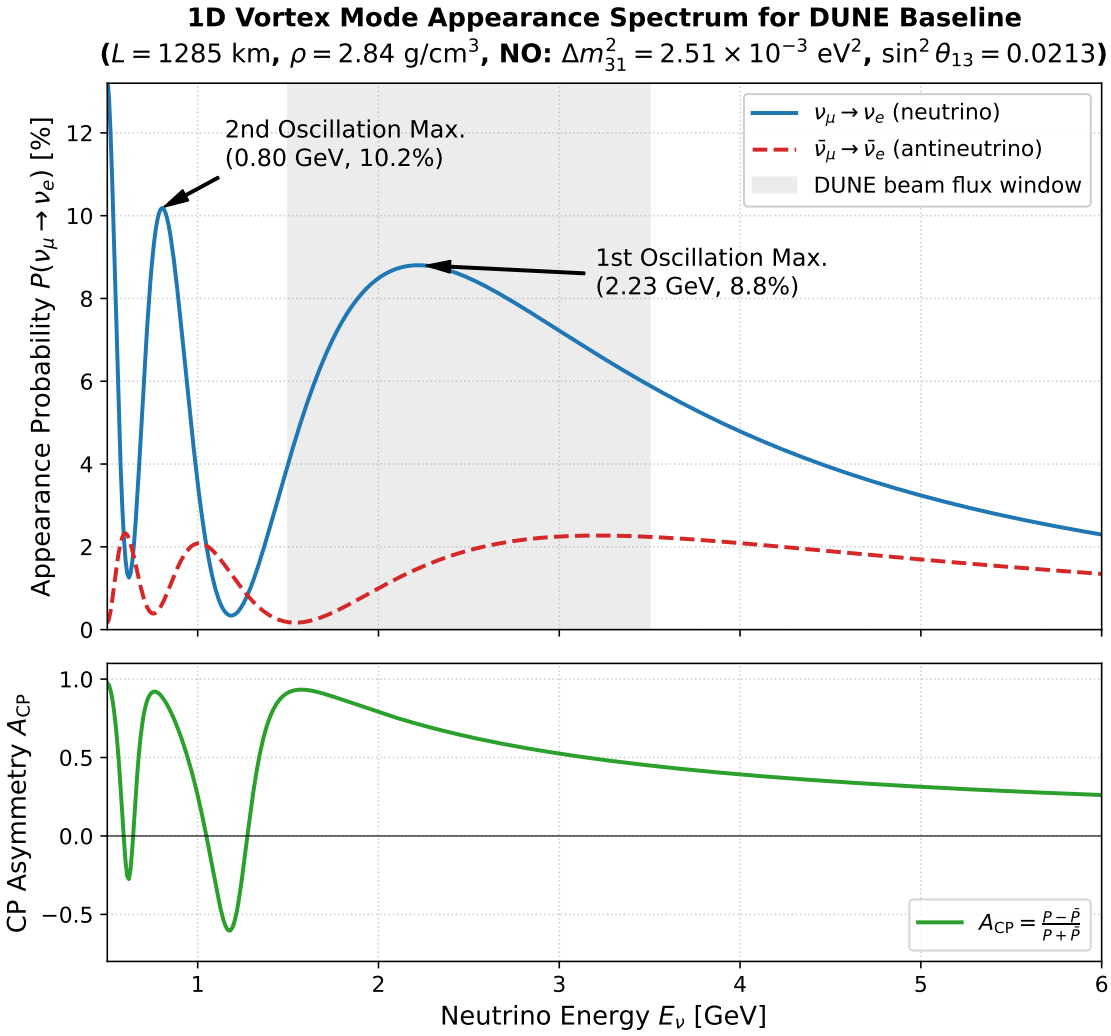



Рис. 1: Спектральные вероятности переходов $\nu_\mu \to \nu_e$ (синяя кривая), $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$ (красный пунктир) и $CP$-асимметрия $A_{\mathrm{CP}}(E)$ на трассе DUNE ($L = 1285$ км, $\rho = 2.84$ г/см$^3$), рассчитанные для выведенных параметров $(\Delta m^2_{21}, \Delta m^2_{31}, \theta_{13})$ при реперных входах $(\theta_{12}, \theta_{23}, \delta_{\mathrm{CP}} = -\pi/2)$.

В аксиоматике упругого континуума ТЭВ масса (как положительно определённая энергия локализованной деформации), частота ($\omega > 0$) и гравитационная утяжка ($G_N > 0$) положительны и не могут менять знак. Следовательно:

1. Значение модели $\Sigma m_\nu = 0.0590$ эВ укладывается в узкое разрешённое окно $[0.059;\ 0.0642]$ эВ;
2. Кажущееся предпочтение отрицательной эффективной массы нейтрино в ΛCDM интерпретируется не как физическое существование отрицательной массы, а как указание на модификацию самой космологической динамики фона (отказ от космологической постоянной $\Lambda$ в пользу вязкоупругой релаксации и ИК-перехода континуума).

## 5 Решающие критерии фальсификации

Математические тождества модели (включая упорядоченность спектра и алгебраический запрет $0\nu2\beta$) формально проверены в Lean 4 (`TevFrenetS3Falsification.lean`, теорема `experimental_falsification_signatures`). Вместо подстройки параметров под будущие данные, модель выставляет четыре жёстких фальсифицируемых критерия, любое нарушение которых полностью её опровергает:

1. **Порядок масс на JUNO и DUNE:** если объединённый анализ JUNO (с 207+ дней до 5-летней экспозиции) и DUNE подтвердит инверсную иерархию ($\Delta m^2_{31} < 0$) на уровне $> 3\sigma$, модель фальсифицируется.
2. **Природа массы на LEGEND-200 / LEGEND-1000 / nEXO:** обнаружение пика безнейтринного двойного бета-распада ($m_{\beta\beta} > 0$) полностью опровергает дираковскую киральность 1D вихревой нити.
3. **Унитарность и отсутствие лёгких стерильных нейтрино:** модель запрещает существование четвёртой массовой моды на масштабе $\sim 1$ эВ в свободном вакууме; подтверждение стерильного сигнала в SBN/DUNE несовместимо с $d = 3$.
4. **Космологический порог и прецизионная проверка $\Delta m^2_{21}$:** при выходе JUNO на субпроцентную точность ($< 0.5\%$) значение $\Delta m^2_{21} = 7.5174 \times 10^{-5}$ эВ$^2$ должно оставаться статистически совместимым с реакторным фитом (текущее расхождение с 207-дневным релизом составляет $1.66\sigma$), а сумма космологических масс $\Sigma m_\nu$ не может опуститься ниже 0.059 эВ.

## 6 Заключение и открытые вопросы

Показано, что минимальная модель одномерной редукции вихревой нити в континууме воспроизводит наблюдаемые массовые расщепления нейтрино, нижний край угла $\theta_{13}$ и попадает в рабочий пик длиннобазовых осцилляций DUNE при запрете майорановских переходов и стерильных состояний.

Основным открытым вопросом, требующим дальнейшего развития математического аппарата модели, остаётся динамический вывод углов смешивания $\theta_{12}, \theta_{23}$ и лептонной фазы $\delta_{\mathrm{CP}}$ непосредственно из граничной задачи кручения репера Френе — Серре без обращения к внешним параметрам NuFIT.

Модель базового порядка даёт $\Delta m^2_{21} = 7.517 \times 10^{-5}$ эВ$^2$ (в пределах $1.66\sigma$ от мирового рекорда JUNO 207d).

Наблюдаемое остаточное смещение во второй моде ($\delta m_2/m_2 \sim 0.87\%$) указывает на ожидаемый вклад неучтённых членов 2-го порядка пограничного слоя, точный расчёт которых из краевой задачи нити является следующей задачей модели.

## Список литературы


[1] Esteban, I., Gonzalez-Garcia, M. C., Maltoni, M., Martinez-Soler, I., Pinheiro, J. P., & Schwetz, T. (2024). NuFit-6.0: Updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations. *Journal of High Energy Physics*, 2024(12), 216 (arXiv:2410.05380).

[2] JUNO Collaboration (2026). Measurement of reactor neutrino oscillation with the first JUNO data. *Nature*, 654, 343–348 (arXiv:2511.14593), (arXiv:2609.37895).

[3] Adam, T., et al. (JUNO Collaboration) (2026). Measurement of Neutrino Oscillation Parameters at JUNO and Indication of the Neutrino Mass Ordering. *arXiv:2609.37895 [hep-ex]*.

[4] Abi, B., et al. (DUNE Collaboration) (2020). Long-baseline neutrino oscillation physics potential of the DUNE experiment. *The European Physical Journal C*, 80(10), 978 (arXiv:2002.03005).

[5] The NOvA Collaboration and The T2K Collaboration (2025). Joint neutrino oscillation analysis. *Nature*, 646(8086), 818.

[6] Abubakar, S., et al. (NOvA Collaboration) (2026). Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with 10 Years of Data from the NOvA Experiment. *Physical Review Letters*, 136, 011802 (arXiv:2509.04361).

[7] LEGEND Collaboration (2026). First results on the search for lepton number violating neutrinoless double-$\beta$ decay with the LEGEND-200 experiment. *Physical Review Letters*, 136, 022701 (arXiv:2505.10440).

[8] KamLAND-Zen Collaboration (2025). Search for Majorana neutrinos with KamLAND-Zen 800. *Physical Review Letters*, 135, 262501.

[9] Elbers, W., et al. (DESI Collaboration) (2025). Constraints on neutrino physics from DESI DR2 BAO and DR1 full shape. *Physical Review D* (arXiv:2503.14744).

[10] An, F. P., et al. (Daya Bay Collaboration) (2023). Precision Measurement of Reactor Antineutrino Oscillation at Kilometer-Scale Baselines by Daya Bay. *Physical Review Letters*, 130(16), 161802.