

О втором пришествии Ферма или триумф конструктивизма

В.П.Воеводов

23 июля 2026 г.

Аннотация

Если различные водоемы имеют один и тот же химический состав, то и фауна в них закономерно окажется идентичной, однако ее популяция окажется строго пропорциональной физическому объему конкретного водоема. В контексте теории чисел «химический состав» — это неизменные законы делимости числовой прямой, а «объем» — асимптотическая плотность высших степеней, которая при $n \geq 3$ становится слишком мала для возникновения целочисленных решений.

Ключевые слова: Великая теорема Ферма, пропорциональное распределение, конструктивизм.

Abstract

On the Second Coming of Fermat, or the Triumph of Constructivism If different bodies of water share the exact same chemical composition, their fauna will consistently be identical by law; however, its population will remain strictly proportional to the physical volume of each specific body of water. In the context of number theory, the "chemical composition" represents the invariant laws of divisibility governing the number line, whereas the "volume" represents the asymptotic density of higher powers, which, for $n \geq 3$, becomes too critically small to allow the emergence of any integer solutions.

Keywords: Fermat's Last Theorem, proportional distribution.

1 Введение

Великая теорема Ферма (ВТФ), утверждающая отсутствие нетривиальных целочисленных решений уравнения $x^n + y^n = z^n$ при $n > 2$, была строго доказана Эндрю Уайлсом с использованием тяжелого аппарата теории эллиптических кривых и модулярных форм. Однако поиск элементарных или теоретико-числовых эвристик остается актуальным.

2 Краткая теория метода плотностей

Рассмотрим свойство регулярности числовой прямой $\mathbb{N}$. Каждое второе число делится на 2, каждое третье — на 3, и в общем виде плотность чисел, делящихся на прайм-фактор p , равна $1/p$. Это фундаментальное свойство натуральных чисел—своего рода их «генотип» или их «химический состав».

2.1 Законы регулярной делимости степеней

Случай нечётных степеней. Докажем, что для любого нечётного $n \geq 3$ выражение $x^n + y^n$ делится на $x + y$ без остатка ($x + y \neq 0$). Разложим исходную сумму степеней с помощью следующего тождества:

$$x^n + y^n = x^2(x^{n-2} + y^{n-2}) - y^{n-2}(x + y)(x - y) \quad (1)$$

Второе слагаемое $-y^{n-2}(x + y)(x - y)$ содержит множитель $(x + y)$, а значит, делится на него. Чтобы всё выражение делилось на $x + y$, необходимо и достаточно, чтобы первое слагаемое также делилось на $x + y$. Задача сводится к доказательству делимости суммы с меньшим нечётным показателем: $(x^{n-2} + y^{n-2}) : (x + y)$. Повторяя этот шаг спуска, за конечное число шагов мы дойдём до базового случая $n = 1$, где $x^1 + y^1 = x + y$, что завершает доказательство.

Случай чётных степеней. Для чётных показателей регулярность выполняется для разности степеней. Докажем, что $z^n - y^n$ кратно $z - y$ для любого чётного $n \geq 2$, используя аналогичный спуск:

$$z^n - y^n = z^2(z^{n-2} - y^{n-2}) + y^{n-2}(z + y)(z - y) \quad (2)$$

Шаг за шагом мы приходим к базовому случаю $n = 2$, где $z^2 - y^2 = (z + y)(z - y)$

Общая «химия» сумм и разностей степеней. Используя предыдущие доказательства, докажем что суммы и разности степеней подчиняются общей «химии» множества натуральных чисел:

1+2 1+3 1+4 1+5 1+6 1+7 1+8 1+9 1+10.....

2+2 2+3 2+4 2+5 2+6 2+7 2+8 2+9 2+10.....

Легко заметить, что закон делимости на 2, на 3, на 4 ...сохраняется. Также и с разностью степеней, если начинать от самых больших Z:

Z-1 Z-2 Z-3 Z-4 Z-5 Z-6 Z-7 Z-8 Z-9 Z-10.....

(Z-1)-1 (Z-1)-2 (Z-1)-3 (Z-1)-4 (Z-1)-5.....

2.2 Плотность распределения и математическое ожидание

Соответственно, асимптотическая доля (плотность) n -х степеней в общем массиве натурального ряда $\mathbb{N}$ составляет величину:

$$\mu = \frac{N^{1/n}}{N} = \frac{1}{N^{\frac{n-1}{n}}} \quad (3)$$

Для частного случая кубов ($n = 3$) данная формула плотности принимает максимально простой и прозрачный вид:

$$\mu = \frac{1}{N^{2/3}} \quad (4)$$

При исследовании парных комбинаций (x, y) , чьи n -е степени в сумме ограничены пределом N , мы переходим к анализу суммарного объёма «числового водоёма» $V(N)$ в пространстве возможных сумм $x^n + y^n \leq N$. Этот объём равен примерно величине $N^{2/n}$.

Перемножая совокупный объём парных комбинаций $V(N)$ на долю кубов в натуральном ряду, мы получаем теоретическое математическое ожидание количества целочисленных решений:

$$M(N) = V(N) \cdot \mu \approx N^{2/3} \cdot \frac{1}{N^{2/3}} = 1 \quad (5)$$

Если учесть что максимальные суммы степеней выходят за пределы N (чего не должно быть), то реальный результат получим ещё меньше. А это равносильно 0.