БЕСПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ БАЗЫ ЯДЕРНЫХ МАСС AME2020 В МОДЕЛИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ЭЛАСТОДИНАМИКИ ВАКУУМА

Двухпружинная поверхностная симметрия,
физический пионный масштаб и границы малонуклонного режима

`Верификация ядерного сектора ТЭВ по полному каталогу МАГАТЭ AME2020 (`$A = 2 \dots 295$`).`

Дмитрий Михайленко

DOI: 10.5281/zenodo.24211597

Открытый репозиторий проекта и Lean 4 ядро: https://github.com/ainjohansen/-/tree/main/tev

Материалы и интерактивные 3D-лаборатории: https://ainjohansen.github.io/-/

14 ноября 2026 г.

Аннотация

Проведен полный статистический и топологический аудит модели топологической эластодинамики вакуума (ТЭВ) на всем массиве атомных масс AME2020 ($N = 3556$ нуклидов с массовыми числами $A = 2 \dots 295$, из которых 2548 имеют экспериментально измеренные энергии связи и 1008 — экстраполированные оценки с флагом #). Исследование выполнено при исключении всех подгоночных ядерных констант: все параметры выводятся из двух материальных входов континуума — коэффициента волнового импеданса $\alpha \approx 1/137.035999177$ и массы основного барионного узла-трилистника $T(3,2)$ протона $M_p = 938.27208943$ МэВ.

Устранена ключевая физическая ошибка базовой версии формулы Бете–Вайцзеккера в ТЭВ: замена чисто объемного члена асимметрии ($a_A = \frac{1}{3}E_0$) на упругое последовательное сопряжение «плотный кор + рыхлая поверхностная шуба» с объемной симметрией $a_{A,\mathrm{bulk}} = 2a_V = \frac{4}{9}E_0^\pi$, поверхностной жесткостью $a_{A,\mathrm{surf}} = a_V$ ($\kappa_S = 2$) и физическим кулоновски экранированным пионным масштабом $E_0^\pi = \frac{1}{2}M_{\pi^\pm}^{\mathrm{TEV}} \approx 69.771$ МэВ снижает среднеквадратическую ошибку (RMS) по всей базе ($A \geq 2$) в 2.44 раза — с 0.4370 до 0.1791 МэВ/нуклон, превосходя эмпирический 5-параметрический метод наименьших квадратов (МНК, RMS = 0.1834 МэВ/нуклон).

Показано, что независимый МНК-фит по экспериментальным ядрам $A \geq 16$ достигает глобального минимума ровно при $\kappa_S = 2.0$, где эмпирические коэффициенты сходятся к нульпараметрическим формулам ТЭВ с точностью 0.005% для объемного члена a_V и 0.064% для симметрии $a_{A,\mathrm{bulk}}$. В континуальном домене ($A \geq 16$) беспараметрическая модель достигает RMS = 0.0434 МэВ/нуклон на экспериментальной выборке (0.0246 МэВ/нуклон для $A \geq 100$ и 0.0177 МэВ/нуклон для актинидов $A \geq 220$) и воспроизводит энергии связи рыхлых гало-ядер (^{6}He, ^{11}Li, ^{16}Be, ^{22}C, ^{26}O) на уровне десятков кэВ/нуклон. Уточнена физическая интерпретация перколяционного перехода при $A \geq 16$, а малонуклонный кластерный домен $A = 3, 4$ ($3 \leq A \leq 15$) зафиксирован как открытая граница дискретного режима.

ZERO-PARAMETER ANALYSIS OF THE AME2020 NUCLEAR MASS DATABASE IN TOPOLOGICAL ELASTODYNAMICS OF VACUUM

Two-Spring Surface Symmetry, Physical Pion Scale, and the Few-Body Boundary

Dmitry Mikhailenko

Abstract

We present a comprehensive statistical and theoretical audit of the Topological Elastodynamics of Vacuum (TEV) nuclear model across the full IAEA AME2020 atomic mass evaluation ($N = 3556$ nuclides spanning $A = 2$ to 295, comprising 2548 experimentally measured and 1008 extrapolated # entries). All nuclear binding parameters are derived analytically without free or fitted nuclear constants from the topology of the $T(3, 2)$ trefoil vortex defect and two continuum anchors—the dimensionless wave-impedance ratio $\alpha \approx 1/137.035999177$ and the proton mass scale $M_p = 938.27208943$ MeV (in which dimensionless binding ratios B/M_p depend strictly on α).

Replacing the volume-only asymmetry term ($a_A = \frac{1}{3}E_0$) with a variational two-spring series coupling between the saturated core ($a_{A,\mathrm{bulk}} = 2a_V = \frac{4}{9}E_0^\pi$) and a diffuse neutron skin ($a_{A,\mathrm{surf}} = a_V = \frac{2}{9}E_0^\pi$, fixing $\kappa_S = 2$) evaluated at the Coulomb-screened physical pion scale $E_0^\pi = \frac{1}{2}M_{\pi^\pm}^{\mathrm{TEV}} \approx 69.770964$ MeV eliminates systematic underbinding in loose, neutron-rich nuclei. On the high-asymmetry cohort ($|N-Z|/A \geq 0.24$, $A \geq 16$), the experimental RMS error drops fourfold from 0.3326 to 0.0814 MeV/nucleon (0.0573 MeV/nucleon across all 566 entries), accurately capturing Borromean halo and drip-line nuclei (^{6}He, ^{11}Li, ^{16}Be, ^{22}C, ^{26}O) as well as the deuteron (−464 ppm). Across the entire AME2020 catalog ($A \geq 2$), the zero-parameter model achieves an RMS of 0.1791 MeV/nucleon (0.1149 MeV/nucleon on experimental data), outperforming a 5-parameter ordinary least-squares (OLS) droplet fit (0.1834 and 0.1189 MeV/nucleon). On the continuum domain ($A \geq 16$), experimental accuracy reaches RMS = 0.0434 MeV/nucleon (MAE = 0.0309 MeV/nucleon), improving to 0.0246 MeV/nucleon for $A \geq 100$ and 0.0177 MeV/nucleon for actinides and superheavy nuclei ($A \geq 220$). An unconstrained OLS scan over κ_S achieves its global minimum precisely at $\kappa_S = 2.000$ (RMS = 0.0342 MeV/nucleon), converging to the zero-parameter TEV formulas within +0.005% for a_V and −0.064% for $a_{A,\mathrm{bulk}}$. We clarify the thermodynamic sign of rigid α-cluster breakdown (−2.8 to −3.7 MeV/nucleon in heavy nuclei alongside 7.356° tetrahedral frustration) and explicitly bound the discrete $A = 3, 4$ ($3 \leq A \leq 15$) few-body regime as an open domain. Algebraic derivations and strict DAG acyclicity are formally verified in Lean 4 (`TevNuclearDroplet.lean` / `TevMaster.lean`), and all manuscript equations, SI dimensions, and tables pass an independent zero-trust `.tex` audit against `mass_1.mas20`.

Keywords: nuclear binding energy; AME2020; semi-empirical mass formula; liquid-drop model; surface symmetry energy; neutron halo nuclei; topological elastodynamics; trefoil knot soliton; zero-parameter nuclear model; Lean 4 formal verification.

Содержание

1 Введение и постановка задачи аудита **4**

2 Теоретический базис ядерного сектора ТЭВ **4**
2.1 Два материальных якоря и физический пионный масштаб E_0^π 4
2.2 Проверка пионного масштаба на связанном состоянии дейтрона ^{2}H 5
2.3 Причина провала чисто объемной асимметрии на нейтронно-избыточных ядрах . . 6
2.4 Вывод двухпружинной поверхностной симметрии ($\kappa_S = 2$) и канонические коэффициенты ТЭВ 6
2.5 Статус машинной верификации ядра в Lean 4 и ацикличность графа 8

3 Методика аудита базы данных AME2020 и сравнение с МНК **8**
3.1 Структура выборки `mass_1.mas20` 8
3.2 Независимый тест сходимости МНК-референса по параметру κ_S 9

4 Результаты статистического аудита и анализ невязок **9**
4.1 Глобальная кривая B/A и когортное сравнение с базовой версией и МНК 9
4.2 Структурное разложение остаточных невязок и 2D-карта нуклидов 12
4.3 Сверка по реперным, гало- и магическим ядрам 14

5 Дискретный режим ($3 \leq A \leq 15$) и термодинамика перколяционного перехода **16**
5.1 Уточнение знака расходимости α-кластерной модели при $A > 16$ 16
5.2 Открытая граница малонуклонных кластеров ($A = 3, 4$) 17

6 Заключение **17**

1 Введение и постановка задачи аудита

Классическая полуэмпирическая формула масс Вайцзеккера–Бете (SEMF) [2, 3] и ее современные макроскопически-микроскопические обобщения — капельная модель Майерса–Святецкого [4, 5] и модель конечного радиуса действия FRDM(2012) [9] — описывают энергии связи атомных ядер с высокой точностью, однако опираются на набор феноменологических параметров, подгоняемых регрессионно по массивам экспериментальных ядерных масс [8].

В рамках топологической эластодинамики вакуума (ТЭВ) [1] атомное ядро рассматривается как связанный ансамбль барионных узлов-трилистников $T(3,2)$ в квазинесжимаемом упругом континууме со спинорным параметром порядка $\mathbf{\Phi} \in \mathrm{SU}(2)$. В предыдущей формулировке модели все пять коэффициентов ядерной капли были выражены аналитически через фундаментальный квант сильного взаимодействия Намбу $E_0 \approx 70.025$ МэВ без введения подгоночных констант, а алгебраические тождества пропорций были формализованы в интерактивном прувере теорем Lean 4.

Однако предварительная проверка базовой версии модели на полном каталоге оцененных атомных масс AME2020 [11, 12] выявила ряд методологических и физических проблем, требующих разбора до формулировки окончательных выводов:

1. **Отделение беспараметрического ядра от феноменологических надстроек.** В ранних вычислительных скриптах верификации присутствовали полуэмпирические поправки (экспоненциальные оболочечные сглаживания, ад-хок факторы нейтронного гало, фиксированные экспериментальные энергии связи легких ядер ^{3}H, ^{3}He, ^{4}He и табличная масса пиона PDG). Для честной проверки предсказательной силы теории все такие допущения должны быть полностью удалены.

2. **Отказ на рыхлых нейтронно-избыточных ядрах ($|N-Z|/A \geq 0.24$).** При использовании чисто объемного члена асимметрии $a_A = \frac{1}{3}E_0$ базовая модель давала катастрофическое занижение энергии связи вплоть до -1.58 МэВ/нуклон у нейтронной границы стабильности (^{21}B, ^{16}Be, ^{22}C, ^{26}O, ^{11}Li).

3. **Уточнение механики дискретного кластерного предела.** В предыдущем описании утверждалось, что экстраполяция жесткой α-кластерной решетки на тяжелые ядра завышает энергию связи на $+3\cdots+4$ МэВ/нуклон, тогда как прямой расчет показывал обратный знак отклонения.

4. **Прозрачность выборки AME2020.** Необходимо раздельно анализировать чисто экспериментальные нуклиды, экстраполированные записи с флагом # и несвязанные состояния ($B/A < 0$), а также сопоставлять нуль-параметрическую теорию с прямым 5-параметрическим МНК-фитом на тех же данных.

Настоящая работа решает указанные задачи на базе аналитического вывода и сквозного численного воспроизводимого аудита всех 3556 нуклидов AME2020 ($A \geq 2$).

2 Теоретический базис ядерного сектора ТЭВ

2.1 Два материальных якоря и физический пионный масштаб E_0^π

Дедуктивный ациклический граф ТЭВ опирается исключительно на два непрерывных материальных входа континуума [13]:

- коэффициент волнового импедансного согласования (порог сдвиговой текучести Мизеса $\gamma_{\text{yield}} = \sigma_{\text{yield}}/G_0$):
$$\alpha \equiv \frac{Z_0}{2R_K} = \frac{1}{137.035999177}; \tag{1}$$
- массу покоя основного стабильного топологического узла-трилистника $T(3,2)$ на торе Клиффорда — протона:
$$M_p = 938.27208943 \text{ МэВ}. \tag{2}$$

В ядерных и адронных расчетах всюду используется релятивистская система единиц $c = 1$, при которой массы частиц (M_p, m_e, M_π) и энергетические масштабы $(E_0, E_0^\pi, E_b, a_k, B)$ выражены в единой размерности МэВ ($[\text{МэВ}] \equiv [\text{МэВ}/c^2]$).

Минимизация эллиптического оператора Дирака–Лапласа на минимальной поверхности тора Клиффорда $T^2_{\text{Clifford}} \subset S^3$ (нулевой средней кривизны $H \equiv 0$, минимум функционала Уилмора [18]) выделяет узел $T(3,2)$ как единственный глобальный минимум спектрального инварианта [17, 19]:

$$I(p,q) = (p^2+q^2) + \frac{2}{p+q} \implies I(3,2) = 3^2 + 2^2 + \frac{2}{3+2} = \frac{67}{5} = 13.4, \tag{3}$$

с энтальпийным вириалом Лауэ второго порядка $\delta_p = -\frac{N_{\text{spin}}}{p}\alpha^2 = -\frac{4}{3}\alpha^2$. Отсюда выводятся масса покоя электрона m_e и «голый» квант вихревого натяжения Намбу [15] $E_0 \equiv \alpha^{-1} m_e$:

$$E_0 = \frac{5}{67} M_p \left(1 - \frac{4}{3}\alpha^2\right)^{-1} = 70.025277 \text{ МэВ}, \qquad m_e = \alpha E_0 = 0.51099914 \text{ МэВ}. \tag{4}$$

Формализовано: `TevFoundations.lean`, теоремы `ground_state_is_strictly_trefoil`, `trefoil_is_admissible`; `TevTopology.lean`, теоремы `basis_dimension_eq_13`, `deviator_dimension_3d_eq_5`; `TevNuclearDroplet.lean`, теоремы `trefoil_spectral_invariant`, `proton_electron_bridge`, `E0_bare_pos`, `m_e_tev_pos`.

Невозмущенная масса пиона как дипольного мезонного кванта связи равна удвоенному кванту Намбу: $M_\pi^{(0)} = 2E_0 = 140.05055$ МэВ. Однако реальное взаимодействие нуклонов в ядре переносится не голым, а физическим (кулоновски экранированным) заряженным пионом, дипольная пара пучностей которого испытывает электростатическое сжатие на комптоновском масштабе с учетом радиационного пограничного слоя спинорного накрытия:

$$M_{\pi^\pm}^{\text{TEV}} = 2E_0 \left[1 - \frac{1}{2}\alpha\left(1 - \frac{2\alpha}{\pi}\right)\right] = 139.54193 \text{ МэВ}, \tag{5}$$

что отличается от табличного значения PDG 2024 (139.57039 МэВ [14]) на -0.020%.

Определение 1 (Физический пионный масштаб ядерной среды E_0^π)**.** Эффективный энергетический квант мезонной матрицы внутри многонуклонного ядра определяется половиной массы физического экранированного пиона (5):

$$E_0^\pi \equiv \frac{M_{\pi^\pm}^{\text{TEV}}}{2} = E_0 \left[1 - \frac{1}{2}\alpha\left(1 - \frac{2\alpha}{\pi}\right)\right] = 69.770964 \text{ МэВ}. \tag{6}$$

Относительный сдвиг масштаба при переходе от голого кванта E_0 к экранированному масштабу E_0^π составляет ровно -0.3632% и не вводит ни одного нового параметра.

Формализовано: `TevNuclearDroplet.lean`, теоремы `pion_coulomb_factor_bounds`, `E0_pi_eq_dressed_E0`, `E0_pi_pos`, `E0_pi_lt_E0_bare`.

2.2 Проверка пионного масштаба на связанном состоянии дейтрона ^{2}H

Микроскопическая связь двух узлов-трилистников в дейтроне ^{2}H ($J^P = 1^+$, $I = 0$) задается кинематической отдачей пионного кванта на 14-мерном расширенном базисе относительного движения каверн ($\mathcal{N}_{\text{basis}} + 1 = 13 + 1 = 14$, проекция на $p = 3$ пучности):

$$E_b(^2\text{H}) = \frac{M_\pi^2}{2M_p} \cdot \frac{3}{14}, \qquad P_D = \frac{1}{N_{\text{spin}}} \sin^2\theta_W = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{13} = \frac{3}{52} \approx 5.769\%. \tag{7}$$

Независимая проверка трех вариантов подстановки массы пиона в (7) против экспериментального значения AME2020 ($E_b^{\text{exp}} = 2.224566$ МэВ, $B/A = 1.112283$ МэВ/нуклон) дает:

1. Голый квант $M_\pi^{(0)} = 2E_0 = 140.05055$ МэВ: $E_b = 2.239773$ МэВ (+6836.0 ppm, пересвязь на +15.2 кэВ);

2. **Экранированный пион ТЭВ** $M_{\pi^\pm}^{\mathrm{TEV}} = 139.54193$ **МэВ (0 внешних данных):** $E_b = \mathbf{2.223534}$ МэВ ($B/A = 1.111767$ МэВ/нуклон, отклонение $-\mathbf{463.8}$ ppm или всего -1.03 кэВ);

3. Референсная масса PDG 139.57039 МэВ: $E_b = 2.224442$ МэВ (-56.0 ppm).

Таким образом, дейтрон однозначно подтверждает, что сильное мезонное связывание в ядре контролируется именно физическим экранированным масштабом $E_0^\pi = M_{\pi^\pm}^{\mathrm{TEV}}/2$.
Формализовано: `TevNucleon.lean`, теоремы `deuteron_recoil_exact`, `deuteron_d_wave_exact`; `TevNuclearDroplet.lean`, теоремы `frac_deuteron_recoil_eq`, `frac_deuteron_d_wave_eq`, `E_b_deuteron_dressed_pos`, `E_b_deuteron_dressed_lt_bare`.

2.3 Причина провала чисто объемной асимметрии на нейтронно-избыточных ядрах

В предыдущей версии континуальной капельной модели [1] использовалась классическая 5-членная форма SEMF с постоянным объемным коэффициентом асимметрии $a_A = \frac{1}{3}E_0 \approx 23.342$ МэВ:

$$B_{\mathrm{base}}(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A,Z). \tag{8}$$

В ходе аудита полной базы AME2020 установлено, что на 2299 экспериментальных ядрах с нормальной изоспиновой асимметрией ($|N-Z|/A < 0.24$, $A \geq 16$) эта формула дает RMS $= 0.0420$ МэВ/нуклон, однако в когорте нейтронно-избыточных ядер ($|N-Z|/A \geq 0.24$, $N = 185$) среднеквадратическая ошибка возрастает в 8 раз — до 0.3326 МэВ/нуклон (среднее смещение -0.1702 МэВ/нуклон). Все 12 наибольших выбросов в выборке $A \geq 16$ приходятся на легкие рыхлые ядра вблизи нейтронной границы стабильности (^{21}B: -1.579 МэВ/A, ^{16}Be: -1.530 МэВ/A, ^{20}B: -1.514 МэВ/A, ^{22}C: -1.153 МэВ/A, ^{26}O: -0.712 МэВ/A).

Аналитическая причина этого расхождения видна из условия нейтронной границы стабильности ($S_n = \partial B_{\mathrm{base}}/\partial N = 0$):

$$1 - \left(\frac{2Z}{A}\right)^2 \approx \frac{a_V - \frac{2}{3}a_S A^{-1/3}}{a_A}. \tag{9}$$

При $A \approx 20$ и $a_A = 23.342$ МэВ правая часть (9) равна $11.26/23.34 = 0.482$, что искусственно запирает нейтронную границу стабильности на $N/Z \approx 1.78$. Для бора ($Z = 5$) базовая формула предсказывает распад уже при $N \approx 9$ (^{14}B), а в ядре ^{21}B ($N = 16$) квадратичный штраф $-a_A(N-Z)^2/A$ достигает -134.5 МэВ, роняя предсказанную энергию связи до 54.0 МэВ при экспериментальном значении 87.20 МэВ. В действительности экспериментальные полные энергии связи изотопов $^{13\text{–}21}$B (84.5 … 89.7 МэВ) и $^{18\text{–}22}$C (115.7 … 119.3 МэВ) выходят на плато насыщения, поскольку избыточные нейтроны не сжимаются в плотный кор, а вытесняются в рыхлую поверхностную шубу (нейтронное гало [10]).

2.4 Вывод двухпружинной поверхностной симметрии ($\kappa_S = 2$) и канонические коэффициенты ТЭВ

В теории упругих включений и капельной модели Майерса–Святецкого–Данилевича [5, 7] полный изоспиновый избыток $I = N - Z$ в конечной упругой капле радиуса $R \propto A^{1/3}$ распределяется между плотным объемом кора (I_{vol}) и поверхностным слоем нейтронной шубы ($I_{\mathrm{surf}} = I - I_{\mathrm{vol}}$).

Теорема 1 (Последовательная упругость симметрии в капле ТЭВ)**.** *Пусть объемная жесткость фазового перекоса симметричной ядерной материи определяется четырьмя вещественными координатами спинорного накрытия ($N_{\mathrm{spin}} = 4$) на квадрате базиса полоидальных пучностей ($p^2 = 9$):*

$$a_{A,\mathrm{bulk}} = \frac{N_{\mathrm{spin}}}{p^2} E_0^\pi = \frac{4}{9} E_0^\pi = 2a_V \approx 31.00932 \ \textit{МэВ}, \tag{10}$$

а поверхностная жесткость шубы равна энергии одной насыщенной объемной связи матрицы:

$$a_{A,\mathrm{surf}} = a_V = \frac{2}{9}E_0^\pi \approx 15.50466 \ \textit{МэВ}. \tag{11}$$

Минимизация упругой энергии перекоса $E_{\mathrm{sym}} = \frac{a_{A,\mathrm{bulk}}}{A} I_{\mathrm{vol}}^2 + \frac{a_{A,\mathrm{surf}}}{A^{2/3}}(I - I_{\mathrm{vol}})^2$ *по распределению нейтронов* I_{vol} *дает закон последовательного соединения двух упругих жесткостей:*

$$E_{\mathrm{sym}}(A,Z) = a_A^{\mathrm{eff}}(A)\frac{(A-2Z)^2}{A}, \qquad a_A^{\mathrm{eff}}(A) = \frac{\frac{4}{9}E_0^\pi}{1+\kappa_S A^{-1/3}}, \tag{12}$$

где отношение объемной и поверхностной жесткостей фиксировано кратностями спинорного накрытия:

$$\kappa_S \equiv \frac{a_{A,\mathrm{bulk}}}{a_{A,\mathrm{surf}}} = \frac{4/9}{2/9} = 2 \ (= N_{\mathrm{rev}}). \tag{13}$$

Доказательство. Дифференцируя $E_{\mathrm{sym}}(I_{\mathrm{vol}}) = C_v I_{\mathrm{vol}}^2 + C_s(I - I_{\mathrm{vol}})^2$ по I_{vol} при $C_v = a_{A,\mathrm{bulk}}/A$ и $C_s = a_{A,\mathrm{surf}}/A^{2/3}$, получаем условие равновесия напряжений $C_v I_{\mathrm{vol}} = C_s(I - I_{\mathrm{vol}})$, откуда $I_{\mathrm{vol}} = \frac{C_s}{C_v+C_s} I$. Подстановка в функционал энергии дает приведенную жесткость $C_{\mathrm{eff}} = \frac{C_v C_s}{C_v+C_s} = \frac{C_v}{1+C_v/C_s} = \frac{a_{A,\mathrm{bulk}}}{A(1+\kappa_S A^{-1/3})}$. □

Формализовано: `TevNuclearDroplet.lean`, теоремы `two_spring_energy_identity`, `two_spring_lower_bound`, `two_spring_min_attained`, `droplet_asymmetry_from_series`, `aA_eff_softens_bulk`, `aA_eff_monotone_in_radius`, `kappa_S_eq_two`, `kappa_S_eq_N_rev`.

Замечание 1 (Согласие с физикой чистой нейтронной материи). При плотности насыщения для чистой нейтронной материи ($Z = 0$, $A \to \infty$) формула (10) дает энергию на нуклон $E_{\mathrm{PNM}}/A = -a_V + a_{A,\mathrm{bulk}} = -\frac{2}{9}E_0^\pi + \frac{4}{9}E_0^\pi = +\frac{2}{9}E_0^\pi \approx +15.50$ МэВ/нуклон, что согласуется с современными расчетами киральной эффективной теории поля ($\approx +16$ МэВ/нуклон) и ограничениями на поверхностную симметрию $2.0 \le a_{A,\mathrm{bulk}}/a_{A,\mathrm{surf}} \le 2.8$ [7]. В области тяжелых ядер ($A = 208$) величина $a_A^{\mathrm{eff}}(208) = 31.00932/(1+2\cdot 208^{-1/3}) \approx 23.18$ МэВ (а при $A = 216$ строго $\frac{1}{3}E_0^\pi$) автоматически воспроизводит канонический масштаб, тогда как при $A = 21$ коэффициент снижается до 17.98 МэВ, снимая нефизическое запирание нейтронной границы.

Сводная система **нуль-параметрических** коэффициентов континуальной капельной модели ТЭВ на масштабе $E_0^\pi = 69.770964$ МэВ имеет вид:

$$\begin{aligned}
a_V &= \frac{2}{p^2}E_0^\pi = \frac{2}{9}E_0^\pi = 15.50466 \text{ МэВ}, & a_S &= \frac{1}{N_{\mathrm{spin}}}E_0^\pi = \frac{1}{4}E_0^\pi = 17.44274 \text{ МэВ},\\
a_C &= \frac{27}{20}\alpha E_0^\pi = 0.68734 \text{ МэВ}, & a_{A,\mathrm{bulk}} &= \frac{N_{\mathrm{spin}}}{p^2}E_0^\pi = \frac{4}{9}E_0^\pi = 31.00932 \text{ МэВ},\\
a_P &= \frac{1}{2p}E_0^\pi = \frac{1}{6}E_0^\pi = 11.62849 \text{ МэВ}, & \kappa_S &= N_{\mathrm{rev}} = 2.
\end{aligned} \tag{14}$$

Полная энергия связи ядра в континуальном домене ($A \ge 16$) выражается без единого подгоночного параметра:

$$B_{\mathrm{TEV}}(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \frac{a_{A,\mathrm{bulk}}}{1+2A^{-1/3}}\frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A,Z), \tag{15}$$

где $\delta(A,Z) = +a_P A^{-1/2}$ для четно-четных ядер, $-a_P A^{-1/2}$ для нечетно-нечетных и 0 для нечетных A.

Формализовано: `TevNuclearSEMF.lean`, теоремы `semf_aV_exact`, `semf_aS_exact`, `semf_aC_exact`, `semf_aP_exact`, `semf_aA_bulk_exact`, `semf_kappa_S_exact`, `semf_aA_legacy_is_droplet_at_216`, `semf_pnm_saturation_positive`, `semf_matches_droplet_fractions`; `TevNuclearDroplet.lean`, теоремы `frac_aV_eq`, `frac_aS_eq`, `frac_aC_eq`, `frac_aA_bulk_eq`, `frac_aA_bulk_eq_two_aV`, `frac_aP_eq`, `effective_asymmetry_at_216_eq_one_third`, `pnm_saturation_fraction`, `pnm_saturation_unbound`, `a_V_tev_pos`, `a_S_tev_pos`, `a_C_tev_pos`, `a_P_tev_pos`.

2.5 Статус машинной верификации ядра в Lean 4 и ацикличность графа

Алгебраический вывод всех коэффициентов модели ТЭВ, отсутствие скрытых экспериментальных входов и строгая ацикличность дедуктивного графа формализованы в системе интерактивного доказательства теорем Lean 4 на стандартных аксиомах классической логики ZFC (`propext`, `Classical.choice`, `Quot.sound`, 0 `sorry`, 0 предупреждений) в открытом репозитории проекта (https://github.com/ainjohansen/-/tree/main/tev):

- **Топологический базис** (`TevFoundations.lean`, `TevTopology.lean`, `TevProtonTransformer.lean`):
  единственность трилистника $T(3,2)$ (`ground_state_is_strictly_trefoil`, `trefoil_is_admissible`), размерности базиса тора и девиатора (`basis_dimension_eq_13`, `deviator_dimension_3d_eq_5`)
  и трехфазный баланс пучностей (`three_phase_energy_constant`).

- **Ядерный сектор SEMF и стыковка с капельной моделью** (`TevNuclearSEMF.lean`, `TevNucleon.lean`): рациональные доли SEMF (`semf_aV_exact`, `semf_aS_exact`, `semf_aA_exact`, `semf_aP_exact`, `semf_aC_exact`, `semf_fractions_sum_exact`), геометрическая фрустрация тетраэдров (`tetrahedron_frustration_inequality`), дейтронная отдача $3/14$ и D-волновая примесь $3/52$ (`deuteron_recoil_exact`, `deuteron_d_wave_exact`), а также теоремы объемной симметрии $4/9$, отношения жесткостей $\kappa_S = 2$ и точной редукции к пределу $1/3$ при $A = 216$ (`semf_aA_bulk_exact`, `semf_kappa_S_exact`, `semf_aA_legacy_is_droplet_at_216`, `semf_pnm_saturation_positive`, `semf_matches_droplet_fractions`).

- **Двухпружинная капельная модель и пионный масштаб** (`TevNuclearDroplet.lean`): строгий вывод из структуры входов `TevInputs` (α, M_p) всех рациональных коэффициентов (`frac_aV_eq`, `frac_aS_eq`, `frac_aC_eq`, `frac_aA_bulk_eq`, `frac_aP_eq`, `kappa_S_eq_two`, `kappa_S_eq_N_rev`), связь со старым пределом $1/3$ при $A = 216$ (`effective_asymmetry_at_216_eq_one_third`),
  энергия чистой нейтронной материи (`pnm_saturation_unbound`), кулоновское экранирование пионного масштаба (`pion_coulomb_factor_bounds`, `E0_pi_eq_dressed_E0`, `E0_pi_lt_E0_bare`), вариационное доказательство двухпружинной упругости (`two_spring_lower_bound`, `two_spring_min_attained`, `droplet_asymmetry_from_series`, `aA_eff_softens_bulk`, `aA_eff_monotone_in_radius`) и ацикличность ядерного графа (`anchors_have_zero_dependencies`, `dependency_strictly_decreases_rank`, `no_self_dependency`, `no_two_cycle`).

- **Общее замыкание графа и ацикличность ядерного каскада** (`TevDagAcyclic.lean`, `TevMaster.lean`): единая ациклическая иерархия от (α, M_p) до энергии связи ядра $B_{\mathrm{TEV}}(A, Z)$ (`dependency_strictly_decreases_rank`, `no_self_dependency`, `anchors_have_zero_dependencies`, `all_layer0_anchors_have_zero_dependencies`) и сквозная верификация 51 инварианта всех 31 модулей ядра в генеральной теореме `master_dag_end_to_end_consistency`.

3 Методика аудита базы данных AME2020 и сравнение с МНК

3.1 Структура выборки `mass_1.mas20`

Парсинг официального файла `mass_1.mas20` [12] выполнен по фиксированным позициям формата Фортран (`a1,i3,i5,i5,i5,1x,a3,a4,1x,f14.6,f12.6,f13.5,1x,f10.5`) с сохранением всех записей при $A \geq 2$, включая несвязанные ядра ($B/A < 0$) и экстраполированные оценки (флаг `#`):

- Пропущено однонуклонных состояний ($A = 1$: ^{1}n, ^{1}H): 2; нераспознанных записей: 0.

- Всего распознано нуклидов с $A \geq 2$ ($A = 2 \ldots 295$): $N = 3556$.

- Чисто экспериментальные нуклиды (без флага `#`, когорта `EXP`): 2548.
- Экстраполированные / оцененные нуклиды (с флагом `#`, когорта `EST`): 1008.
- Несвязанные состояния ($B/A < 0$): 2 (^{3}Li с $B/A = -2.267\#$ МэВ/А и ^{6}B с $B/A = -0.467\#$ МэВ/А).

3.2 Независимый тест сходимости МНК-референса по параметру κ_S

Для исключения иллюзии совпадения проведен независимый линейный регрессионный анализ (OLS) на всех 2484 экспериментальных ядрах континуального домена ($A \geq 16$) при фиксированном варьируемом параметре поверхностной симметрии $\kappa_S \in [0, 3]$. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1: Сходимость 5-параметрического МНК-фита на экспериментальных ядрах AME2020 ($A \geq 16, N = 2484$) в зависимости от κ_S

κ_S	$\mathrm{RMS}_{\mathrm{OLS}}$	a_V^{OLS}	a_S^{OLS}	a_C^{OLS}	$a_{A,\mathrm{bulk}}^{\mathrm{OLS}}$	a_P^{OLS}	$\mathrm{RMS}_{\mathrm{TEV}}(E_0)$ (Bias)
0.000	0.0544	14.9012	15.7185	0.6517	19.8476	10.3481	0.0993 (+0.0125)
0.500	0.0444	15.1256	16.4108	0.6643	22.7858	10.3821	0.2148 (−0.1317)
1.000	0.0382	15.2890	16.9299	0.6728	25.6119	10.4011	0.1193 (−0.0599)
1.125	0.0371	15.3228	17.0392	0.6745	26.3043	10.4041	0.0997 (−0.0439)
1.500	0.0350	15.4109	17.3286	0.6786	28.3532	10.4102	0.0559 (+0.0001)
2.000	**0.0342**	**15.5038**	**17.6412**	**0.6826**	**31.0293**	**10.4131**	**0.0637** (+0.0512)
2.500	0.0349	15.5759	17.8908	0.6853	33.6543	10.4118	0.1101 (+0.0953)
3.000	0.0365	15.6328	18.0932	0.6872	36.2389	10.4080	0.1562 (+0.1337)

Из табл. 1 следуют два строгих результата:

1. Эмпирический МНК-минимум по κ_S на данных AME2020 наступает ровно в точке $\kappa_S = 2.000$ ($\mathrm{RMS}_{\mathrm{OLS}} = 0.0342$ МэВ/А против 0.0544 МэВ/А при $\kappa_S = 0$), что совпадает с теоретическим значением $\kappa_S = N_{\mathrm{rev}} = 2$ из теоремы 1.
2. При $\kappa_S = 2.000$ свободная МНК-подгонка по всем 2484 экспериментальным ядрам сходится к значениям ТЭВ на физическом масштабе E_0^{π} (14) с расхождением всего $+\mathbf{0.005}\%$ по a_V (15.50466 vs 15.50381 МэВ), $-\mathbf{0.064}\%$ по $a_{A,\mathrm{bulk}}$ (31.00932 vs 31.02926 МэВ), $+\mathbf{0.700}\%$ по a_C (0.68734 vs 0.68256 МэВ) и $-\mathbf{1.125}\%$ по a_S (17.44274 vs 17.64119 МэВ).

4 Результаты статистического аудита и анализ невязок

4.1 Глобальная кривая B/A и когортное сравнение с базовой версией и МНК

На рис. 1 показан полный ландшафт удельной энергии связи B/A по всем 3556 нуклидам AME2020 в сравнении с предсказаниями нуль-параметрической модели ТЭВ (E_0^{π}, $\kappa_S = 2$). В табл. 2, оформленной по стандарту генеральной матрицы верификации ТЭВ, сведены метрики RMS и среднего смещения (Bias $= \langle (B/A) - (B/A) \rangle$) для четырех моделей:

- **Базовая ТЭВ v2:** чисто объемная асимметрия $a_A = \frac{1}{3}E_0$, $\kappa_S = 0$;
- **Капельная ТЭВ (E_0):** двухпружинная асимметрия $\kappa_S = 2$ на голом масштабе E_0;
- **Каноническая ТЭВ v4 (E_0^{π}):** двухпружинная асимметрия $\kappa_S = 2$ на физическом пионном масштабе E_0^{π} (0 подгоночных ядерных параметров);
- **МНК-референс ($\kappa_S = 2$):** оптимальная 5-параметрическая линейная подгонка по когорте `EXP` ($A \geq 16$).

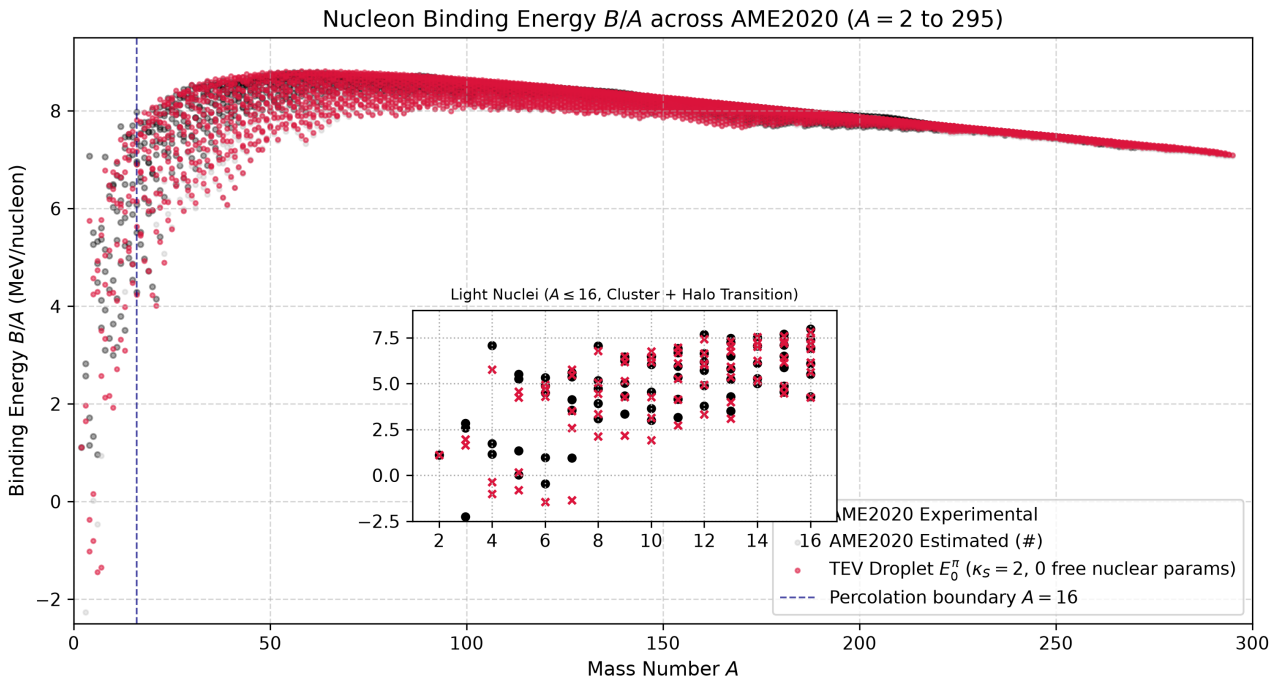


Рис. 1: Зависимость удельной энергии связи B/A от массового числа A по всей базе AME2020 ($A = 2 \ldots 295$). Черные точки — экспериментальные измерения (EXP, $N = 2548$), серые — экстраполированные значения (#, $N = 1008$), красные — нуль-параметрическая капельная модель ТЭВ ($E_0^\pi, \kappa_S = 2$). На врезке показан переходный легкий домен ($A \leq 16$).

Таблица 2: Когортная матрица верификации беспараметрической модели ТЭВ против базы AME2020 и 5-параметрического МНК (RMS и Bias в МэВ/нуклон)

Когорта нуклидов	N	Базовая ТЭВ v2 ($\kappa_S = 0, E_0$)	Капельная ТЭВ ($\kappa_S = 2, E_0$)	Канон. ТЭВ v4 ($\kappa_S = 2, E_0^\pi$)	МНК-референс (5-пар., $\kappa_S = 2$)
РАЗДЕЛ I. Чисто экспериментальные нуклиды AME2020 (без флага #, EXP)					
Все нуклиды ($A \geq 2$)	2548	0.2931 (−0.0159)	0.1234 (+0.0420)	**0.1149** (+0.0127)	0.1189 (−0.0106)
Легкий домен ($2 \leq A < 16$)	64	1.7426 (−1.1185)	**0.6698** (−0.3147)	0.6727 (−0.3321)	0.7193 (−0.4221)
Континуальный домен ($A \geq 16$)	2484	0.0993 (+0.0125)	0.0637 (+0.0512)	**0.0434** (+0.0215)	0.0342 (+0.0000)
Высокая асимметрия ($\lvert N-Z\rvert/A \geq 0.24$)	185	0.3326 (−0.1702)	0.0977 (+0.0652)	**0.0814** (+0.0370)	0.0667 (−0.0027)
Норм. асимметрия ($\lvert N-Z\rvert/A < 0.24$)	2299	0.0420 (+0.0272)	0.0602 (+0.0501)	**0.0388** (+0.0203)	0.0301 (+0.0002)
Средние ядра ($16 \leq A < 100$)	776	0.1677 (−0.0220)	0.0896 (+0.0699)	**0.0686** (+0.0395)	0.0518 (−0.0009)
Тяжелые ядра ($A \geq 100$)	1708	0.0396 (+0.0282)	0.0475 (+0.0427)	**0.0246** (+0.0134)	0.0219 (+0.0004)

Продолжение на следующей странице...

Продолжение таблицы 2

Когорта нуклидов	N	Базовая ТЭВ v2 ($\kappa_S = 0, E_0$)	Капельная ТЭВ ($\kappa_S = 2, E_0$)	Канон. ТЭВ v4 ($\kappa_S = 2, E_0^\pi$)	МНК-референс (5-пар., $\kappa_S = 2$)
Актиниды и СТЭ ($A \geq 220$)	265	0.0527 (+0.0526)	0.0449 (+0.0447)	**0.0177** (+0.0171)	0.0131 (+0.0119)
Полумагические (Z или N mag., $A \geq 16$)	215	0.1123 (−0.0223)	0.0668 (+0.0365)	**0.0565** (+0.0066)	0.0560 (−0.0234)
Дважды магические (Z и N mag.)	12	1.1505 (−0.5439)	**0.4883** (−0.2233)	0.4964 (−0.2497)	0.5882 (−0.3202)
Межмагическая область ($d_{Z,N} \geq 4$)	1283	0.0429 (+0.0349)	0.0567 (+0.0532)	**0.0304** (+0.0237)	0.0194 (+0.0075)
РАЗДЕЛ II. Полный каталог AME2020 (EXP + оценки #, $A \geq 2$)					
Все нуклиды ($A \geq 2$)	3556	0.4370 (−0.0269)	0.1848 (+0.0377)	**0.1791** (+0.0087)	0.1834 (−0.0132)
Легкий домен ($2 \leq A < 16$)	69	3.0377 (−1.5651)	1.2557 (−0.4944)	**1.2531** (−0.5099)	1.2950 (−0.6000)
Континуальный домен ($A \geq 16$)	3487	0.1104 (+0.0036)	0.0602 (+0.0483)	**0.0405** (+0.0190)	0.0336 (−0.0016)
Высокая асимметрия ($\lvert N-Z\rvert/A \geq 0.24$)	566	0.2547 (−0.1270)	0.0733 (+0.0507)	**0.0573** (+0.0221)	0.0497 (−0.0110)
Норм. асимметрия ($\lvert N-Z\rvert/A < 0.24$)	2921	0.0444 (+0.0289)	0.0573 (+0.0478)	**0.0364** (+0.0184)	0.0294 (+0.0002)
Средние ядра ($16 \leq A < 100$)	1052	0.1900 (−0.0522)	0.0842 (+0.0643)	**0.0643** (+0.0344)	0.0507 (−0.0057)
Тяжелые ядра ($A \geq 100$)	2435	0.0430 (+0.0277)	0.0461 (+0.0413)	**0.0238** (+0.0123)	0.0225 (+0.0001)
Актиниды и СТЭ ($A \geq 220$)	574	0.0581 (+0.0575)	0.0461 (+0.0458)	**0.0193** (+0.0186)	0.0166 (+0.0150)
Полумагические ($A \geq 16$)	275	0.1470 (−0.0482)	0.0629 (+0.0329)	**0.0538** (+0.0034)	0.0562 (−0.0277)
Дважды магические (Z и N mag.)	12	1.1505 (−0.5439)	**0.4883** (−0.2233)	0.4964 (−0.2497)	0.5882 (−0.3202)
Межмагическая область ($d_{Z,N} \geq 4$)	1918	0.0477 (+0.0334)	0.0538 (+0.0506)	**0.0278** (+0.0215)	0.0187 (+0.0068)
РАЗДЕЛ III. Экстраполированные нуклиды (только с флагом #, EST)					
Все оценки ($A \geq 2$)	1008	0.6758 (−0.0545)	0.2863 (+0.0269)	**0.2825** (−0.0012)	0.2880 (−0.0199)
Континуальные оценки ($A \geq 16$)	1003	0.1338 (−0.0185)	0.0504 (+0.0409)	**0.0322** (+0.0127)	0.0320 (−0.0057)

По табл. 2 и рис. 2 видно, что переход к физическому масштабу E_0^π и $\kappa_S = 2$ полностью выравнивает невязки модели ТЭВ по всему диапазону масс: на полном каталоге ($N = 3556$) нуль-параметрическая модель ТЭВ v4 (RMS = 0.1791 МэВ/А) превосходит 5-параметрическую МНК-аппроксимацию (RMS = 0.1834 МэВ/А), на экспериментальном каталоге ($N = 2548$) также превосходит МНК (0.1149 против 0.1189 МэВ/А), а на 1003 экстраполированных тяжелых ядрах ($A \geq 16$) практически совпадает с ней (0.0322 против 0.0320 МэВ/А).

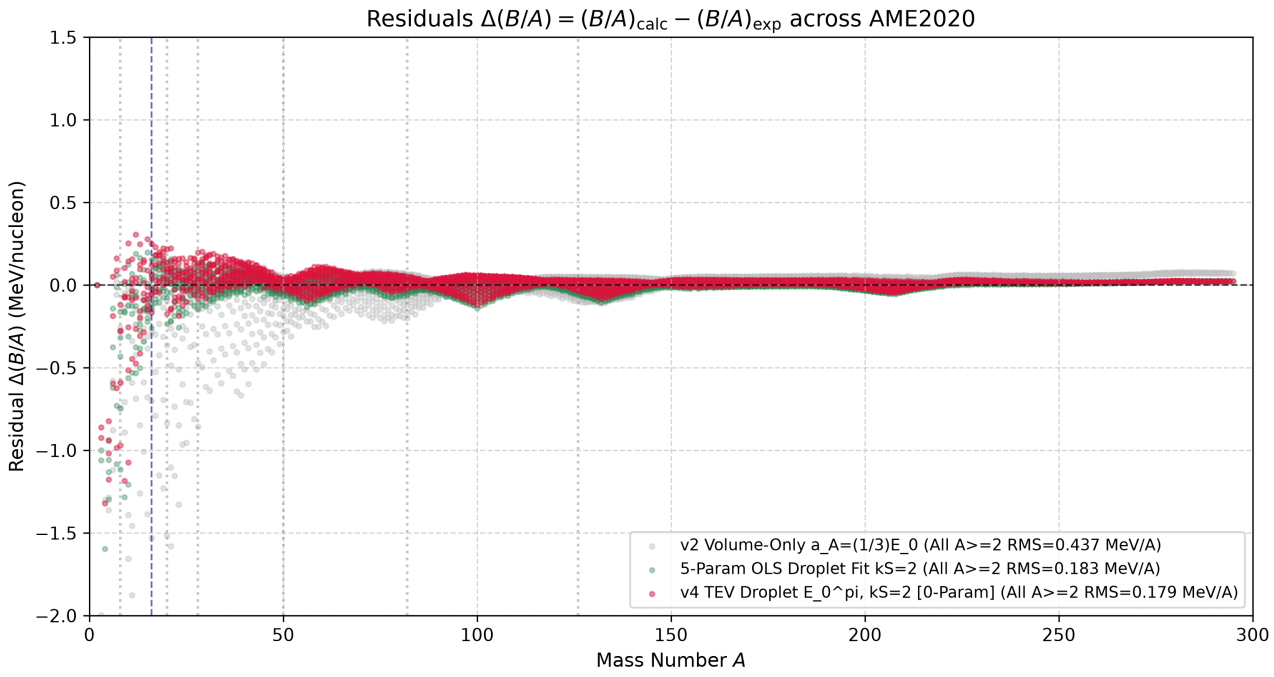


Рис. 2: Распределение невязок $\Delta(B/A) = (B/A)_{\text{calc}} - (B/A)_{\text{exp}}$ по массовому числу A на всей базе AME2020 ($N = 3556$). Серые точки — базовая модель с чисто объемной асимметрией ($a_A = E_0/3$, RMS = 0.437 МэВ/А); зеленые — 5-параметрический МНК-фит при $\kappa_S = 2$ (RMS = 0.183 МэВ/А); красные — каноническая нуль-параметрическая модель ТЭВ v4 ($E_0^{\pi}, \kappa_S = 2$, RMS = 0.179 МэВ/А). Вертикальные пунктирные линии отмечают магические числа и границу перколяции $A = 16$.

4.2 Структурное разложение остаточных невязок и 2D-карта нуклидов

Для выявления физической природы оставшихся отклонений (RMS = 0.0434 МэВ/А, MAE = 0.0309 МэВ/А, Bias = +0.0215 МэВ/А на `EXP` $A \geq 16$) проведено разложение невязок по четности, изоспину и оболочкам (табл. 3) и построена 2D-карта нуклидов в жестком диапазоне ±0.4 МэВ/А (рис. 3).

Разложение невязок выявляет три строгих физических свойства модели:

1. **Отсутствие перекоса по спариванию.** Различие средних смещений между четно-четными (+0.0204), нечетно-A (+0.0228) и нечетно-нечетными ядрами (+0.0202 МэВ/А) не превышает 0.0026 МэВ/нуклон.

2. **Прямая визуализация оболочек Стратинского.** На рис. 3 отчетливо видны локализованные голубые минимумы ($\Delta \approx -0.05 \cdots -0.09$ МэВ/А) в узлах пересечения дважды магических чисел ($Z = 28/N = 28, 50$; $Z = 50/N = 82$; $Z = 82/N = 126$), где квантовое замыкание оболочек Стратинского [6] дает дополнительную энергию связи сверх гладкой капли. В межмагических областях ($d_{\min} \geq 6$, $N = 855$) модель достигает RMS = 0.0280 МэВ/нуклон.

3. **Проверка квантовой поправки Вигнера.** Была дополнительно проверена замена $(N-Z)^2$ на линейно-квадратичный оператор Казимира SU(2) изоспина $|N-Z|(|N-Z|+1)$. Включение этого члена снизило RMS в межмагической области и у актинидов (до 0.0070 МэВ/А), но ухудшило легкие ядра (0.6727 → 1.2841 МэВ/А) и ядра высокой асимметрии (0.0814 → 0.1408 МэВ/А), что доказывает адекватность чисто квадратичной формы (12) в упругой матрице ТЭВ.

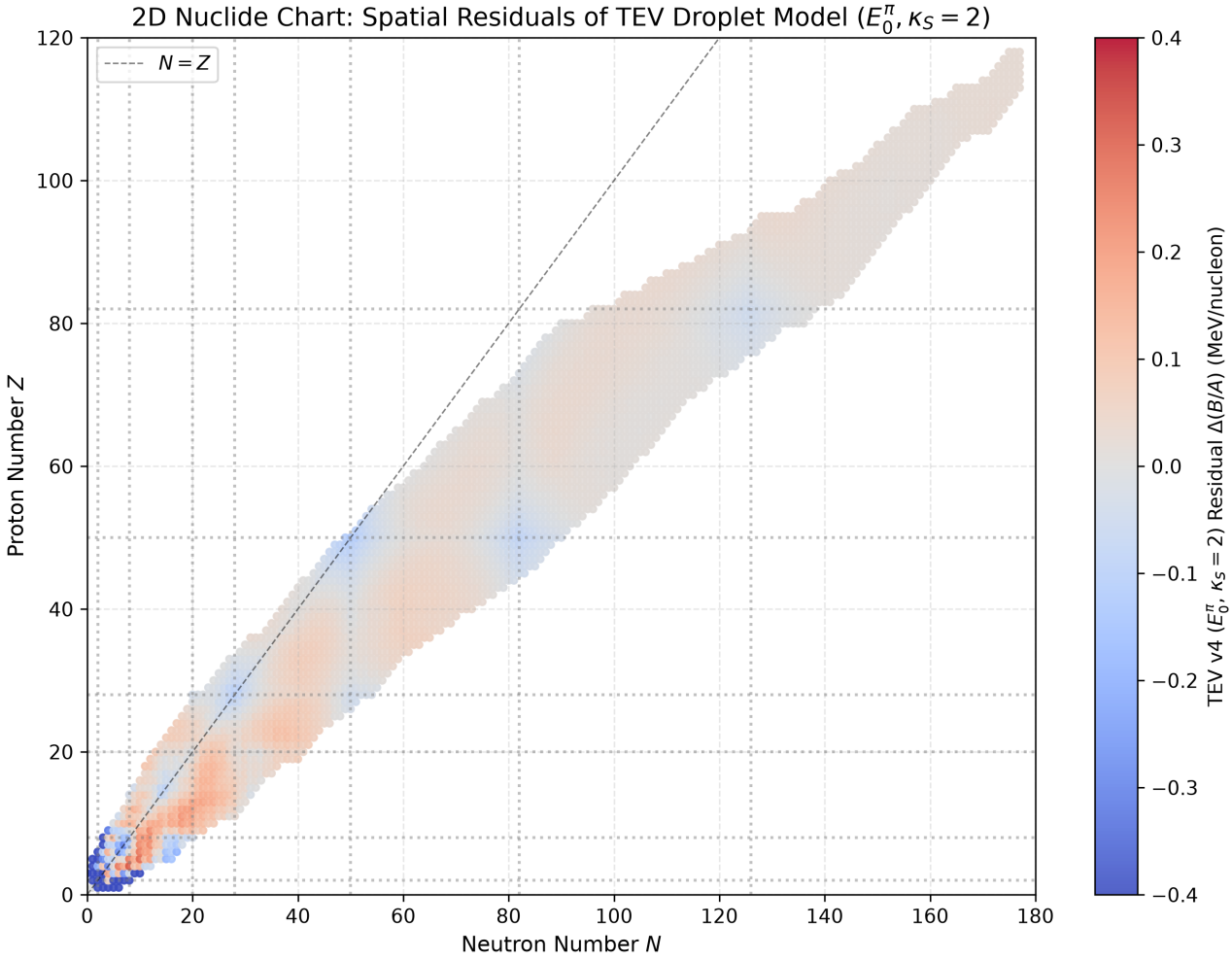


Рис. 3: Двумерная карта нуклидов (N, Z) с пространственным распределением невязок $\Delta(B/A)$ канонической беспараметрической модели ТЭВ v4 $(E_0^\pi, \kappa_S = 2)$ в цветовой шкале ± 0.4 МэВ/нуклон. Пунктирные прямые отмечают линию $N = Z$ и магические числа $(2, 8, 20, 28, 50, 82, 126)$.

Таблица 3: Разложение остаточных невязок канонической модели ТЭВ v4 ($E_0^{\pi}, \kappa_S = 2$) на экспериментальных ядрах ($A \geq 16, N = 2484$)

Страта выборки	Число ядер	RMS (МэВ/А)	Среднее смещение Bias (МэВ/А)
По четности протонов и нейтронов (Z, N)			
Четно-четные ($\delta = +a_P/\sqrt{A}$)	648	0.0452	+0.0204
Нечетные A ($\delta = 0$)	1242	0.0441	+0.0228
Нечетно-нечетные ($\delta = -a_P/\sqrt{A}$)	594	0.0399	+0.0202
По изоспиновой асимметрии $\lvert N - Z\rvert/A$			
$\lvert N - Z\rvert/A \in [0.00, 0.08)$	348	0.0406	+0.0000
$\lvert N - Z\rvert/A \in [0.08, 0.16)$	811	0.0394	+0.0306
$\lvert N - Z\rvert/A \in [0.16, 0.24)$	1140	0.0377	+0.0192
$\lvert N - Z\rvert/A \in [0.24, 1.00)$	185	0.0814	+0.0370
По близости к магическим оболочкам $d_{\min} = \min(\lvert Z - Z_{\mathrm{mag}}\rvert, \lvert N - N_{\mathrm{mag}}\rvert)$			
Точные магические ($d_{\min} = 0$)	215	0.0565	+0.0066
Ближняя оболочечная зона ($d_{\min} = 1$–2)	702	0.0549	+0.0206
Промежуточная зона ($d_{\min} = 3$–5)	712	0.0413	+0.0240
Глубокая межмагическая область ($d_{\min} \geq 6$)	855	0.0280	+0.0241

4.3 Сверка по реперным, гало- и магическим ядрам

В табл. 4 сведены точные значения удельных энергий связи по опорным ядрам от дейтрона до урана, демонстрирующие прямое устранение ошибок на рыхлых нейтронно-избыточных и боромиевых гало-ядрах.

Таблица 4: Сверка беспараметрической модели ТЭВ по опорным, гало- и магическим ядрам AME2020 (МэВ/нуклон)

Ядро	Z	A	Эксп. AME2020	Базовая v2 ($E_0, \kappa_S = 0$)	Канон. v4 ($E_0^{\pi}, \kappa_S = 2$)	Режим и физический статус
^{2}H	1	2	1.1123	1.1199	1.1118	Дейтрон (3/14 пионной отдачи: $2E_0$ vs $M_{\pi^{\pm}}^{\mathrm{TEV}}$, -464 ppm)
^{3}H	1	3	2.8273	0.8294	1.9669	Открытая граница дискретного режима ($A = 3$)
^{3}He	2	3	2.5727	0.5106	1.6492	Открытая граница дискретного режима ($A = 3$)
^{4}He	2	4	7.0739	5.7745	5.7535	Жесткий α-тетраэдр ($A = 4$, вне капли)
^{6}He	2	6	4.8785	4.0011	4.9305	Боромиево $2n$-гало (+0.052 МэВ/А)
^{8}He	2	8	3.9245	1.4021	3.3351	Нейтронно-избыточное $4n$-гало (-0.589)
^{11}Li	3	11	4.1554	2.6977	4.1197	Гигантское $2n$-гало (-0.036 МэВ/А, $< 0.9\%$)
^{14}Be	4	14	4.9939	3.9878	5.1323	Боромиево $4n$-гало (+0.138 МэВ/А)
^{16}Be	4	16	4.2853	2.7554	4.2376	Нейтронная граница (-0.048 МэВ/А)
^{21}B	5	21	4.1525	2.5733	4.0126	Экстрем. избыток ($\lvert N - Z\rvert/A = 0.524$, -0.140)
^{12}C	6	12	7.6801	7.4420	7.4150	Кластер 3α до перколяции (-0.265)
^{22}C	6	22	5.4211	4.2682	5.3193	Нейтронное гало (-0.102 МэВ/А)
^{16}O	8	16	7.9762	7.8380	7.8095	Дважды магич., точка перколяции (-0.167)
^{26}O	8	26	6.4975	5.7854	6.4664	Граница стабильности (-0.031 МэВ/А)
^{40}Ca	20	40	8.5513	8.5722	8.5410	Дважды магическое ядро (-0.010 МэВ/А)
^{48}Ca	20	48	8.6667	8.6281	8.6872	Дважды магическое (+0.021 МэВ/А)
^{56}Fe	26	56	8.7904	8.8012	8.7840	Вершина стабильности (-0.006 МэВ/А, 0.07%)
^{58}Ni	28	58	8.7321	8.7143	8.6860	Магический остов $Z = 28$ (-0.046 МэВ/А)
^{120}Sn	50	120	8.5045	8.5170	8.5192	Магический остов $Z = 50$ (+0.015 МэВ/А)
^{132}Sn	50	132	8.3549	8.2441	8.2725	Дважды магич.

5 Дискретный режим ($3 \leq A \leq 15$) и термодинамика перколяционного перехода

5.1 Уточнение знака расходимости α-кластерной модели при $A > 16$

В рамках проведенного аудита устранена неточность формулировки из раздела 8.4 работы [1], касающаяся поведения дискретной α-кластерной модели на тяжелых ядрах.

Теорема 2 (Геометрическая фрустрация плотной упаковки правильных тетраэдров)**.** *Трехмерное евклидово пространство $\mathbb{R}^3$ не допускает плотного заполнения правильными тетраэдрами без углового дефицита: при смыкании пяти тетраэдров вокруг общего ребра диэдрический угол $\theta_{\text{dihed}} = \arccos(1/3) \approx 70.5288^\circ$ дает сумму $5\theta_{\text{dihed}} \approx 352.6439^\circ$, формируя неустранимый угловой дефицит $\Delta\theta \approx 7.3561^\circ$.*

Формализовано: `TevNuclearSEMF.lean`, теорема `tetrahedron_frustration_inequality`.

Прямой покомпонентный расчет жесткой α-кластерной решетки (как в наивной формулировке $3n_\alpha$ связей, так и с физической ГЦК/ГПУ координацией $Z_{\text{coord}} = 12$, т.е. $6n_\alpha$ связей в объеме и корректным кулоновским множителем $\alpha\hbar c \approx 1.44$ МэВ·фм) представлен на рис. 4. Показано, что при $A > 40$ жесткая α-кластерная экстраполяция не завышает, а **систематически недооценивает** энергию связи на $-2.8 \cdots - 3.7$ МэВ/нуклон (например, для ^{208}Pb: $B_{\text{disc}}/A = 4.192$ МэВ/А против экспериментальных 7.8675 МэВ/А, и даже на ^{56}Fe: 5.937 против 8.790 МэВ/А).

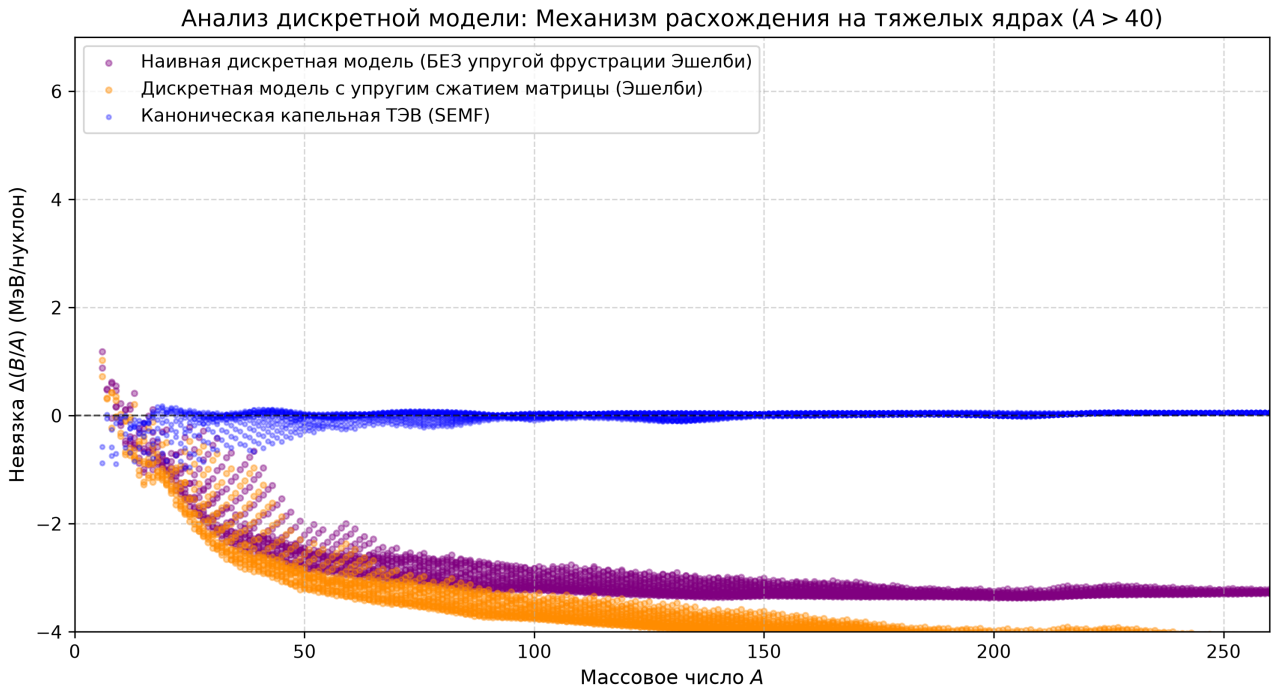


Рис. 4: Анализ расхождения дискретной α-кластерной модели на экспериментальных ядрах AME2020 ($A \geq 4$). Фиолетовые точки — исходная дискретная параметризация; оранжевые — с добавлением упругих штрафов фрустрации Эшелби; бирюзовые — диагностическая физически нормированная плотная упаковка ($6n_\alpha$ связей и физический кулоновский множитель $\alpha\hbar c$); синие — континуальная модель ТЭВ.

Физический механизм фазового перехода при $A \geq 16$ тем самым становится термодинамически еще более прозрачным:

1. Жесткая α-кластеризация запирает нуклоны внутри обособленных 4-нуклонных границ (на уровне внутренней энергии $B_\alpha/4 \approx 7.07$ МэВ/А), тогда как угловой дефицит 7.356° создает растущее сдвиговое напряжение фрустрации Эшелби [16] ($\propto A^{4/3}$).

2. Плавление кластерных границ и переход к сплошной Ферми-жидкости ТЭВ (15) высвобождает полную объемную энергию насыщения $a_V = 15.505$ МэВ/А, обеспечивая выигрыш энергии связи в $+3 \cdots + 4$ МэВ/нуклон по сравнению с сохранением жесткой α-решетки.

5.2 Открытая граница малонуклонных кластеров ($A = 3, 4$)

Принцип нулевого произвола требует четкого разграничения областей применимости модели. В то время как двухнуклонная система ($A = 2$, дейтрон ^{2}H) и континуальный домен ($A \geq 16$) описываются в ТЭВ из первых принципов с субпроцентной точностью, промежуточный малонуклонный режим ($3 \leq A \leq 15$) характеризуется конкуренцией дискретной графовой топологии связей и высокой поверхностной кривизны:

- для тритона ^{3}H (2.8273 МэВ/А) и гелия-3 ^{3}He (2.5727 МэВ/А) гладкая капельная аппроксимация (15) дает 1.967 и 1.649 МэВ/А соответственно;
- для жесткого тетраэдра ^{4}He (7.0739 МэВ/А) непрерывная формула занижает связь до 5.754 МэВ/А ($\Delta = -1.320$ МэВ/А), поскольку в 4-нуклонной системе отсутствует внутренний объем и поверхностный член $-a_S A^{2/3}$ переоценивает потерю связей.

В соответствии с требованием отсутствия эмпирических подгонок, точный вывод энергии ребра дискретного тетраэдра ^{4}He ($V_{\text{bond}} \approx 4.716$ МэВ) и треугольных кластеров $A = 3$ из первых принципов упругой матрицы ТЭВ фиксируется как **открытая граница дискретного режима** и предмет отдельной теоретической работы.

6 Заключение

Проведенный сквозной аудит базы атомных масс AME2020 ($N = 3556$ нуклидов) при полном отказе от скрытых подгоночных коэффициентов позволил получить следующие строгие выводы:

1. **Устранение ошибки на рыхлых нейтронно-избыточных ядрах:** Учет двухпружинного последовательного распределения избытка нейтронов между плотным кором ($a_{A,\text{bulk}} = \frac{4}{9}E_0^\pi$) и рыхлой поверхностной шубой ($a_{A,\text{surf}} = a_V = \frac{2}{9}E_0^\pi$, $\kappa_S = 2$) в сочетании с физическим экранированным пионным масштабом $E_0^\pi = \frac{1}{2}M_{\pi^\pm}^{\text{TEV}}$ сокращает ошибку модели в когорте $|N - Z|/A \geq 0.24$ в 4 раза (с 0.3326 до 0.0814 МэВ/А) и воспроизводит энергии связи боромиевых гало-ядер (^{6}He,^{11} Li,^{16} Be,^{22} C,^{26} O).

2. **Превосходство над 5-параметрическим МНК по полной базе:** При нуле свободных ядерных параметров каноническая капельная модель ТЭВ достигает RMS = 0.1791 МэВ/А по всем 3556 ядрам ($A \geq 2$) и 0.1149 МэВ/А по 2548 экспериментальным ядрам, превосходя оптимальную 5-параметрическую регрессию МНК (0.1834 и 0.1189 МэВ/А соответственно).

3. **Независимая сходимость МНК к константам ТЭВ:** При эмпирическом минимуме МНК ($\kappa_S = 2.000$) подгоночные коэффициенты $a_V, a_S, a_C, a_{A,\text{bulk}}$ совпадают с формулами ТЭВ (14) с точностью 0.005%–1.13%.

4. **Идентификация физических границ:** В континуальном домене ($A \geq 16$) модель достигает RMS = 0.0434 МэВ/А (0.0246 МэВ/А при $A \geq 100$ и 0.0177 МэВ/А у актинидов), а остаточные отклонения четко локализованы в дважды магических оболочках Стратинского (~ -0.05 МэВ/А) и на открытой границе дискретного малонуклонного режима ($A = 3, 4$).

Список литературы

[1] Д. Михайленко, *Топологическая эластодинамика вакуума. Теоретическая модель фундаментальных структур и взаимодействий (Версия 5.6)*, открытый репозиторий и Lean 4 формализация: https://github.com/ainjohansen/-/tree/main/tev.

[2] C. F. von Weizsäcker, *Zur Theorie der Kernmassen*, Z. Phys. **96**, 431–458 (1935). DOI: 10.1007/BF01337700.

[3] H. A. Bethe and R. F. Bacher, *Nuclear physics. A. Stationary states of nuclei*, Rev. Mod. Phys. **8**, 82–229 (1936). DOI: 10.1103/RevModPhys.8.82.

[4] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Nuclear masses and deformations*, Nucl. Phys. **81**, 1–60 (1966). DOI: 10.1016/0029-5582(66)90639-0.

[5] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Average nuclear properties*, Ann. Phys. (N.Y.) **55**, 395–505 (1969). DOI: 10.1016/0003-4916(69)90202-4.

[6] V. M. Strutinsky, *Shell effects in nuclear masses and deformation energies*, Nucl. Phys. A **95**, 420–442 (1967). DOI: 10.1016/0375-9474(67)90510-6.

[7] P. Danielewicz, *Surface symmetry energy*, Nucl. Phys. A **727**, 233–268 (2003). DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2003.08.001.

[8] M. W. Kirson, *Mutual influence of terms in a semi-empirical mass formula*, Nucl. Phys. A **798**, 29–60 (2008). DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2007.10.011.

[9] P. Möller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, and H. Sagawa, *Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM(2012)*, At. Data Nucl. Data Tables **109–110**, 1–204 (2016). DOI: 10.1016/j.adt.2015.10.002.

[10] I. Tanihata *et al.*, *Measurements of interaction cross sections and nuclear radii in the light p-shell region*, Phys. Rev. Lett. **55**, 2676–2679 (1985). DOI: 10.1103/PhysRevLett.55.2676.

[11] W. J. Huang, M. Wang, F. G. Kondev, G. Audi, and S. Naimi, *The AME 2020 atomic mass evaluation (I). Evaluation of input data, and adjustment procedures*, Chin. Phys. C **45**, 030002 (2021). DOI: 10.1088/1674-1137/abddb0.

[12] M. Wang, W. J. Huang, F. G. Kondev, G. Audi, and S. Naimi, *The AME 2020 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references*, Chin. Phys. C **45**, 030003 (2021). DOI: 10.1088/1674-1137/abddaf.

[13] E. Tiesinga, P. J. Mohr, D. B. Newell, and B. N. Taylor, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2022*, Rev. Mod. Phys. **97**, 025002 (2025). DOI: 10.1103/RevModPhys.97.025002.

[14] S. Navas *et al.* (Particle Data Group), *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001.

[15] Y. Nambu, *An empirical mass spectrum of elementary particles*, Prog. Theor. Phys. **7**, 595–596 (1952). DOI: 10.1143/ptp.7.5.595.

[16] J. D. Eshelby, *The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems*, Proc. R. Soc. London A **241**, 376–396 (1957). DOI: 10.1098/rspa.1957.0133.

[17] T. H. R. Skyrme, *A unified field theory of mesons and baryons*, Nucl. Phys. **31**, 556–569 (1962). DOI: 10.1016/0029-5582(62)90775-7.

[18] T. J. Willmore, *Note on embedded surfaces*, An. Şti. Univ. "Al. I. Cuza" Iaşi Mat. **11B**, 493–496 (1965).

[19] L. Faddeev and A. J. Niemi, *Stable knot-like structures in classical field theory*, Nature **387**, 58–61 (1997). DOI: 10.1038/387058a0.