УДК 511.32

Глобальная теорема о n–мерных близнецах

В. П. Воеводов

Аннотация

В работе предлагается новый подход к исследованию структуры множества натуральных чисел на основе концепции связанных числовых множеств, одним из которых является множество простых чисел. Описан метод динамических сит. С помощью предложенной кинематической модели и теории связанных множеств доказывается теорема о бесконечности множеств n–мерных простых близнецов произвольной длины и конфигурации.

Ключевые слова: простые близнецы, простые квадруплеты, альтернативные множества, связанные множества, связующий код, метод динамических сит.

Keywords: twin primes, prime quadruplets, alternative sets, connected sets, binding code, dynamic sieve method.

1 Концепция связующего кода и альтернативных множеств

Каждое натуральное число при своем вхождении в числовой ряд однозначно проецируется на бесконечную систему вычетов по всем простым модулям.

Определение 1. ***Связующим кодом*** *(СК) числа x называется бесконечная последовательность его вычетов по модулю всех простых чисел, взятых в порядке их возрастания:*

$$CK(x) = (r_1, r_2, r_3, \dots), \tag{1}$$

где $r_i \equiv x \pmod{p_i}$, а p_i — i-е простое число ($p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots$).
Причём: Пересечение двух СК возможно тогда и только тогда, когда имеет место одновременное равенство их значений и индексов.

Рассмотрим начальный отрезок СК по базису первых четырех простых чисел: $P = \{2, 3, 5, 7\}$. Произведение этих модулей задает праймориал интервала $P_4\# = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7 = 210$. Согласно Китайской теореме об остатках, на любом интервале величиной 210 существует ровно 210 уникальных вариантов СК. Покажем фундаментальную гармонию натурального ряда на данном интервале:

1. Количество СК в диапазоне 210, не содержащих вычета 0 (не делящихся на 2, 3, 5, 7), равно: $210 \cdot 1/2 \cdot 2/3 \cdot 4/5 \cdot 6/7 = 48$. Это прототип множества простых чисел.

2. Количество СК, которые принципиально не содержат вычета 1 на тех же позициях, рассчитывается аналогично: $210 \cdot 1/2 \cdot 2/3 \cdot 4/5 \cdot 6/7 = 48$.

3. Общий закон непересекаемости: для любого произвольно выбранного фиксированного СК на интервале 210 существует ровно 48 других СК, которые не пересекают его ни по одному элементу (вычету). Эти правила инвариантны для любого интервала величиной 210.

Простые числа отличаются лишь тем, что их СК не пересекается с СК, состоящего из одних нулей. Однако такому множеству противостоит бесконечный класс подмножеств, чьи СК не пересекаются с любым (произвольно выбранным) СК.

Определение 2. *Множества называются **альтернативными**, если они определены в общей области связующих кодов, имеют равные мощности, но обладают смещенными областями свободы или ограничения в этой общей структуре.*

2 Концепция связанных множеств

Определение 3. *Два бесконечных подмножества называются **связанными**, если их мощности (плотности) на любом инвариантном интервале числовой прямой соотносятся через постоянный конечный коэффициент $k > 0$.*

Такие множества работают как шестерни единого механизма: они не могут существовать или исчезнуть поодиночке. Например, числа, делящиеся на 5, и числа, делящиеся на 101, связаны конечным коэффициентом $k = 101/5$. В рамках регулярных кортежей простых чисел:

- Пары близнецов с шагом две единицы $(a, a+2)$ и пары с шагом восемь $(a, a+8)$ имеют одинаковую структуру запретов по малым модулям, обладают равной мощностью ($k = 1$) и являются связанными. Чтобы для различных (по внутреннему интервалу) пар чисел были равные условия для «старта», необходимо в начале включить в диапазон часть отрицательных чисел для пар с большим внутренним интервалом.

- Пары с шагом два $(a, a + 2)$ и пары с шагом шесть $(a, a + 6)$ имеют разную плотность. Модуль 3 блокирует одну фазу для шага 2:
доля выживания $(3-2)/3 = 1/3$, но для шага 6 элементы одновременно делятся на 3, оставляя свободными $(3-1)/3 = 2/3$ вариантов. Их мощности отличаются ровно в конечное число раз ($k = 2$). Они жестко связаны в редукторе числовой прямой.

- n–мерные близнецы произвольной конфигурации могут иметь очень различные коэффициенты. Но они всегда конечны. Ведь любой интервал между любыми двумя числами может иметь только конечное число множителей. Так как число элементов в n–мерном кортеже конечно, то и вычисляемый коэффициент будет конечным числом. Поэтому все подобные множества будут отличаться конечными коэффициентами(этот пункт имеет очень важное значение–смотрите следующую главу).

3 Метод динамических сит

Рассмотрим регулярное множество пар $A_k = \{k, k+2\}$. Представим две числовые прямые, расположенные вертикально и со смещением по вертикали на две единицы друг относительно друга. Для множества из n элементов строятся n смещенных и совмещенных между собой вертикальных прямых. При этом каждая пара из множества A_k примет строго горизонтальное положение. Представим, что эти прямые жестко связаны в единый блок и синхронно движутся вниз мимо горизонтального и неподвижного луча-детектора(рис.1). Луч мгновенно проверяет пробегающие кортежи чисел на делимость по последовательному базису простых чисел $2, 3, 5, 7, \ldots$

При делении на число 7: левое число из 7 случаев делится только в одном, в 6 других — не делится. Правое число также в 6 случаях из 7 не делится. Но так как из-за взаимно простого сдвига они не могут делиться на 7 одновременно, запрет правого числа попадает на один из благоприятных случаев левого. Из 6 вариантов правое число не делится в 5 случаях. То есть в 5 случаях из 7 оба числа одновременно не делятся на 7.

Для пары доля «выживания» сквозь фильтры луча составляет:

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{9}{11} \cdots = \frac{1}{6} \prod_{i=3}^{\infty} \frac{p_i - 2}{p_i} \tag{2}$$

Для квадруплетов: при прохождении через фильтры простых чисел одна из 5 четвёрок просеивается через модуль 5, 3 из 7 четвёрок просеиваются через модуль 7, 7 из 11 — через модуль 11. Общий поток вычисляется бесконечным произведением:

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{9}{13} \cdots\cdot = \frac{1}{30} \prod_{i=4}^{\infty} \frac{p_i - 4}{p_i} \tag{3}$$

Подобным образом вычисляется и для больших размерностей. Но нам не требуются конкретные вычисления. Достаточно понять, что дробь перед знаком произведения будет отличаться для разных конфигураций одной размерности, но правая часть за знаком произведения будет создавать одинаковые условия для всех различных конфигураций одинаковой размерности.

В силу неразрывного единства альтернативных и связанных множеств, данные бесконечные произведения описывают плотность всей связанной системы фаз натурального ряда. Этот сквозной поток принципиально не может обратиться в абсолютный ноль, так как альтернативные пространства гарантированно непрерывны и бесконечны.

10		12
9		11
8		10
7		9
6		8
5		**7**
4		6
3		5

Рис.1
Демонстрация метода динамических сит

4 Глобальная теорема о простых близнецах

Теорема 1 (В. П. Воеводов)**.** *Для любого упорядоченного кортежа из n произвольно выбранных простых чисел(или из чисел, принадлежащих к альтернативному множеству по отношению к множеству простых чисел), удовлетворяющего условию $n < P_1 < P_2 < \cdots < P_n$, задаваемый им шаблон расстояний повторяется в натуральном ряду бесконечное число раз.*

Доказательство. Допустим противное: предположим, что для некоторого фиксированного числа элементов n заданный регулярный кортеж имеет конечное число двойников и полностью прекращает свое существование на дальних участках числовой прямой.

1. Всё пространство натуральных чисел жестко зацеплено системой связанных и альтернативных множеств, работающих как единый механизм шестерен.

2. Поскольку за любой наперед заданной границей простые числа продолжают рождаться бесконечно, из этого бесконечного океана элементов всегда можно отыскать любые два, три или n (например, 23) простых чисел, принадлежащих конкретному связанному множеству.

3. Так как альтернативные и связанные мощности отличаются друг от друга только в конечное количество раз, рождающиеся простые числа неизбежно, автоматически и бесконечно будут заполнять свободные фазы связанных шаблонов, формируя точные геометрические копии исходного кортежа.

Предположение о конечности кортежа полностью разрушает жесткую связь между бесконечным базисом простых чисел и структурой связанных множеств, задаваемых числом n. Из полученного противоречия следует, что любой кортеж, удовлетворяющий условию $n < P_1 < P_2 < \cdots < P_n$, повторяется бесконечно. □