# Колебания среды пространства-времени: пульсирующая и однократная Вселенная в модели с уравнением для $G$ и $R$

**Аннотация.** Предлагается модель, в которой фундаментальные колебания принадлежат не волнам, распространяющимся по пространству-времени, а самой среде — её геометрии. Внутри четырёхмерного пространства с радиальной симметрией строится пара функций $F$ и $S$, гладко сшитых на радиусе $x = 1$, из которых формируются комбинации $G = F + S$ и $R = F - S$. Показано, что уравнение $G'' + \frac{3}{x}R' = -4\left(\frac{1}{x^4} + \ln(x^2)\right)$ допускает точное локализованное решение $V(x, \tau)$ — периодическое

«дыхание» среды с частотой 2. Локализация обеспечивается геометрическим запиранием: эффективная скорость возмущения обращается в ноль на границе, что даёт полное внутреннее отражение. Рассматриваются два космологических сценария: внутренняя область как чёрная дыра во внешней открытой Вселенной и внутренняя область как замкнутая Вселенная, встроенная в открытую. Выбор осцилляционной функции $f(\tau) = \sin(2\tau)$ даёт пульсирующую модель Вселенной, $f(\tau) = \sinh(2\tau) -$

однократный цикл. Особое внимание уделено разделению ролей четырёх и пяти измерений: 4D — среда, испытывающая колебания; 5D — поверхность, на которой эти колебания выглядят волной; $\tau$ — осцилляционный параметр модели, принципиально отличный от физического времени.

## 1. Две категории явлений: рябь и колебания пруда

Вся наблюдаемая динамика материи — электромагнитные, сильные и слабые взаимодействия — описывается как распространение полей на фоне заданного пространства-времени. Это «рябь на пруду»: волны бегут по поверхности, которая сама от их прохождения не меняется.

В настоящей работе рассматривается явление иной категории: **колебание самого пруда**. Возмущение относится не к полю на фоне, а к геометрии как таковой. Физическая гипотеза такова: гравитация — это не рябь на поверхности, а колебания самого объёма среды.

Из этой гипотезы следует принципиальное разделение ролей размерностей, которое является сквозной темой работы:

- **4D (пространство-время)** — это сама среда, пруд. Её колебательное дыхание — изменение метрики, периодическое сжатие и растяжение расстояний — и есть искомое колебание.
- **5D (пространство-время плюс осцилляционный параметр $\tau$)** — это поверхность, график решения над средой. То, что изнутри 4D выглядит как изменение всего объёма, снаружи, в 5D-картине, выглядит как волна на гиперповерхности.

> Пруд стал пятимерным, и его рябь — это динамика, которую мы в 4D воспринимаем как пульсацию геометрии.

Важно сразу зафиксировать: $\tau$ — **не время**. Это осцилляционный параметр модели, координата фазы на пятимерной поверхности. Отождествление его с физическим временем наблюдателя — типичный источник путаницы, которого мы избегаем.

## 2. Статическая основа модели

Работаем в четырёхмерном пространстве $X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ с радиальной координатой $x = |X|$. Для радиальной функции $u(x)$ радиальная часть оператора второго порядка имеет вид $u'' + \frac{3}{x}u'$.

Модель строится из двух функций, заданных в разных областях:

$$F(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}, \qquad x \geq 1,$$

$$S(x) = x^2 \ln(x^2), \qquad 0 < x \leq 1.$$

**Внешняя область** $(x \geq 1)$.

**Внутренняя область** $(0 < x \leq 1)$.

Каждая функция удовлетворяет собственному уравнению:

$$F'' + \frac{3}{x}F' = -\frac{4}{x^4} \qquad \text{(внешняя область)},$$

$$S'' - \frac{3}{x} S' = -4 \ln(x^2) \qquad (\text{внутренняя область}).$$

Обратим внимание: во внутреннем уравнении перед радиальным членом стоит **минус**. Это не описка, а признак смены режима среды: внутренняя и внешняя области подчиняются операторам разного знака, и именно поэтому их стык требует отдельного поверхностного источника (раздел 5).

Проверка прямым дифференцированием:

$$F' = \frac{2(1 - 2\ln x)}{x^3}, \qquad F'' = \frac{2(6\ln x - 5)}{x^4},$$

$$S' = 2x\big(\ln(x^2) + 1\big), \qquad S'' = 2\ln(x^2) + 6.$$

## 3. Суммарное уравнение для $G$ и $R$

Вводим комбинации

$$G = F + S, \qquad R = F - S.$$

Тогда $G'' = F'' + S''$ и $R' = F' - S'$. Подстановка производных даёт

$$G'' + \frac{3}{x} R' = -4 \left( \frac{1}{x^4} + \ln(x^2) \right).$$

Смысл комбинации $G, R$ в том, что она **алгебраически замкнута**: смешанный оператор, применённый к паре $(G, R)$, автоматически собирает правую часть в виде суперпозиции степенного ($\sim 1/x^4$) и логарифмического ($\sim \ln(x^2)$) вкладов. Ни один из этих вкладов не даётся одной из исходных функций по отдельности — он возникает только из их согласованной пары.

## 4. Сшивка на $x = 1$

На границе областей функции согласованы по значениям и первым производным:

$$F(1) = S(1) = 0, \qquad F'(1) = S'(1) = 2.$$

Сшивка гладкая по $C^1$. Вторые производные терпят конечный скачок:

$$S''(1) = 6, \qquad F''(1) = -10, \qquad [\,V_{xx}\,]_{x=1} = 16.$$

Скачок второй производной при непрерывности функции и её первой производной — стандартный признак тонкой оболочки: уравнение с внешней стороны границы содержит дополнительный поверхностный источник $16\,\delta(x-1)$. Физически это упругая мембрана на границе, принимающая на себя рассогласование упругости двух режимов среды. Без неё замкнутая мода не собралась бы — мембрана и есть «замок» сшивки.

## 5. Динамическое решение

Решение уравнения для $G$ и $R$ строится как мода, отделённая по переменным: $V(x,\tau) = u(x)\, f(\tau)$. Статические профили $u(x) = S(x)$ внутри и $u(x) = F(x)$ снаружи уже дают нужную правую часть; временная часть несёт осцилляционный параметр $\tau$. Полное решение:

$$V(x,\tau) = \begin{cases} x^2 \ln(x^2) \cdot \sin(2\tau), & 0 < x \leq 1, \\ \dfrac{\ln(x^2)}{x^2} \cdot \sin(2\tau), & x \geq 1. \end{cases}$$

Свойства решения:

- частота по осцилляционному параметру $\omega = 2$, период $\pi$;
- локализация: $V \to 0$ и в центре ($x^2 \ln(x^2) \to 0$), и на бесконечности ($\ln(x^2)/x^2 \to 0$);
- гладкая сшивка по $C^1$ при $x = 1$ для всех значений $\tau$;
- скачок $V_{xx}$ на границе, равный $16 \sin(2\tau)$, — поверхностный источник с осциллирующей амплитудой.

Явные производные по областям:

**Внутренняя область** $(0 < x \leq 1)$:

$$V_x = 2x\big(\ln(x^2) + 1\big)\sin(2\tau),$$

$$V_{xx} = \big(2\ln(x^2) + 6\big)\sin(2\tau),$$

$$V_\tau = 2\,x^2\ln(x^2)\cos(2\tau),$$

$$V_{\tau\tau} = -4\,x^2\ln(x^2)\sin(2\tau).$$

**Внешняя область** $(x \geq 1)$:

$$V_x = \frac{2\big(1 - \ln(x^2)\big)}{x^3} \sin(2\tau),$$

$$V_{xx} = \frac{6\ln(x^2) - 10}{x^4} \sin(2\tau),$$

$$V_\tau = \frac{2\ln(x^2)}{x^2} \cos(2\tau),$$

$$V_{\tau\tau} = -\frac{4\ln(x^2)}{x^2} \sin(2\tau).$$

## 6. Геометрическое запирание

Определим коэффициент среды $c(x)$ из соотношения между пространственным оператором и временным: $V_{\tau\tau} = -4V$ означает, что каждый статический профиль удовлетворяет $\mathcal{L}u = -4\,c(x)\,u$ с

$$c_{\text{in}}(x) = \frac{1}{x^2}, \qquad c_{\text{out}}(x) = \frac{1}{x^2 \ln(x^2)}.$$

Эффективная скорость возмущения:

$$v(x) = \frac{1}{\sqrt{c(x)}} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{in}}(x) = x, \qquad v_{\text{out}}(x) = x\sqrt{\ln(x^2)}.$$

Картина скоростей содержит два «зеркала»:

- **Центр**: $v_{\text{in}} \to 0$ при $x \to 0$ — волна замирает, точка покоя среды.
- **Граница**: картина асимметрична. Изнутри $v_{\text{in}}(1) = 1$ — волна подлетает к горизонту на полной скорости. Снаружи $v_{\text{out}}(1) = 0$ — во внешней среде скорость обращается в

ноль на границе и растёт лишь дальше от неё.

Контраст $1 \to 0$ на границе — бесконечное волновое сопротивление. Всякий возмущённый поток, идущий из внутренней области к $x = 1$, отражается полностью: во внешней области, где скорость нулевая, распространение невозможно. Внешняя область для моды непрозрачна. Вместе с зеркалом в центре это образует **резонатор**: возмущение заперто геометрией скоростей, а не нелинейностью уравнения.

Отсюда статус решения: это точное недиспергирующее, неизлучающее связанное состояние среды — квазистабильная мода. Классические требования к солитону (восстановление формы при столкновениях) требуют нелинейного анализа и выходят за рамки линейной постановки; здесь локализация держится на чисто геометрическом механизме, которого у классических солитонов нет.

## 7. Два сценария жизни Вселенной

Статическая структура $S|_{x\leq 1}$ и $F|_{x\geq 1}$ допускает две различные космологические интерпретации. Обе используют одну и ту же математику — различается семантика областей.

### Сценарий 1: чёрная дыра в открытой Вселенной

- Внутренняя область $0 < x \leq 1$ — внутренность чёрной дыры; граница $x = 1$ — горизонт событий, несущий поверхностный источник.

- Внешняя область $x \geq 1$ — открытая расширяющаяся Вселенная.

Пульсация $V(x, \tau)$ описывает синхронное «дыхание» внутренности и окружающего пространства: для внешнего наблюдателя это волны кривизны, запертые у горизонта (внешняя скорость там нулевая — излучение наружу запрещено), для внутреннего — периодическое изменение локальных расстояний. Центр $x = 0$ — сингулярность; то, что

$V \to 0$ при $x \to 0$, означает, что мода не затрагивает саму сингулярность, а живёт в её окрестности и в объёме до горизонта.

Особенность этого сценария: пульсация **наблюдаема снаружи только как состояние горизонта** — вся динамика заперта мембраной, наружу выходит лишь её фаза (значения и первые производные непрерывны на $x = 1$).

### Сценарий 2: замкнутая Вселенная в открытой Вселенной

- Внутренняя область $0 < x \leq 1$ — замкнутая Вселенная конечного объёма.
- Внешняя область $x \geq 1$ — открытая Вселенная; мембрана на $x = 1$ — интерфейс между двумя топологиями.

Здесь $x = 0$ — обычная точка, центр замкнутого мира, и мода охватывает весь его объём. Пульсация описывает

периодическое расширение и сжатие замкнутой Вселенной с обменом упругой энергией через мембрану с внешним открытым миром.

Ключевое различие сценариев — роль центра: в первом это сингулярность, которую мода обходит (амплитуда в центре нулевая), во втором — регулярная точка, через которую мода проходит, связывая всю внутреннюю область в единый осциллятор.

## 8. Осцилляционный параметр и судьба модели

Выбор функции $f(\tau)$ задаёт тип динамики. Вторая производная по $\tau$ ведёт себя принципиально по-разному:

$$f(\tau) = \sin(2\tau): \quad f'' = -4f \quad \Rightarrow \quad V_{\tau\tau} = -4V.$$

**Гармонический режим.**

$$f(\tau) = \sinh(2\tau): \quad f'' = +4f \quad \Rightarrow \quad V_{\tau\tau} = +4V.$$

**Экспоненциальный режим.**

**Пульсирующая модель ($\sin$).** Геометрия периодически сжимается и расширяется; циклы следуют бесконечно, среда возвращается в исходное состояние через каждый период $\pi$ по $\tau$. Обе области дышат синхронно — частота одна в обеих, фаза согласована условием сшивки. Поверхностный источник на границе осциллирует с той же частотой, перекачивая упругую энергию между внутренней и внешней областями.

**Однократная модель ($\sinh$).** Знак меняется на противоположный: вместо возврата — экспоненциальный уход. Модель живёт один цикл: либо коллапс (амплитуда нарастает внутрь — сжатие всей внутренней области), либо разлёт (нарастание наружу). Возврата нет: экспонента не имеет второго нуля. Это сценарий однократной жизни Вселенной — от начального возмущения до необратимого финала одного из двух типов.

Существенно, что выбор между $\sin$ и $\sinh$ не меняет ни сшивку, ни механизм запирания: $F(1) = S(1) = 0$ и $F'(1) = S'(1) = 2$ выполняются при любой $f$, а скорости $v_{\text{in}} = x$ и $v_{\text{out}} = x\sqrt{\ln(x^2)}$ зависят только от статических профилей. Судьба Вселенной в этой модели определяется одним дискретным выбором — типом осциллятора — при неизменной геометрии.

## 9. Разделение 4D и 5D: где живёт явление

Теперь сведём главное различие размерностей, на котором построена модель.

**В 4D** решение $V(x, \tau)$ — это возмущение самой среды. Наблюдатель, встроенный в четырёхмерное пространство-время, не видит никакой «волны»: он видит, что все расстояния в его окрестности периодически меняются вместе с метрикой. Предметы не испытывают сил — их

собственные размеры дышат синхронно с метрикой; мировые линии остаются геодезическими текущей геометрии. Изнутри 4D явление не локализовано в пространстве и не переносится — оно просто есть, как изменение масштаба.

**В 5D** — с добавленной координатой $\tau$ — та же динамика разворачивается в поверхность: график $V$ над четырёхмерным основанием. Здесь появляются привычные атрибуты волны: фаза, распространение вдоль $\tau$, фронты,

узлы. То, что в 4D было глобальным колебанием объёма, в 5D оказывается рябью на пятимерной гиперповерхности.

Отсюда точная формулировка гипотезы, вынесенной в начало: **гравитация — это рябь на поверхности пятимерного пруда, сам пруд — четырёхмерное пространство-время.** Волны силовых полей (электромагнитные, сильные, слабые) бегут по 4D-среде и её не меняют; колебания самой 4D-среды в 5D-картине выглядят волнами на её поверхности. Одно и то же

явление допускает два описания, и выбор описания — вопрос точки зрения наблюдателя: встроенного в объём или смотрящего на поверхность.

## 10. Практические рычаги влияния на колебания пространства-времени

В рамках общей теории относительности управление колебаниями пространства-времени сводится к изменению источников гравитационного поля — то есть к модификации распределения материи и энергии в пространстве. Ключевым объектом здесь выступает тензор энергии-импульса, стоящий в правой части уравнений Эйнштейна. Практическим рычагом

служит изменение конфигурации масс и их кинематических характеристик: смещение массивных тел, придание им переменного ускорения, формирование асимметричных распределений вещества (отклонение от сферической симметрии). Наиболее ярко этот механизм проявляется в системах с переменным квадрупольным моментом — например, в двойных системах чёрных дыр или нейтронных звёзд, где орбитальное движение массивных компонентов порождает распространяющиеся гравитационные волны.

Сила генерируемого возмущения напрямую определяется величиной масс и характером их ускорения: чем значительнее массы и резче изменения их движения, тем интенсивнее колебания метрики. При этом важно понимать, что речь идёт не о «включении» гравитации по команде, а о естественном отклике геометрии на перераспределение источников — и для заметного эффекта требуются колоссальные плотности энергии, недостижимые в лабораторных условиях.

В нашей модели подход принципиально иной, поскольку колебания трактуются не как волны, свободно распространяющиеся по фоновой геометрии, а как локализованные моды «дыхания» самой среды, удерживаемые в резонаторе за счёт геометрического запирания. Соответственно, рычаги воздействия направлены не на внешние источники, а на параметры самого резонатора и структуру граничных условий. Первым и наиболее прямым рычагом является модификация поверхностного источника на

границе областей — в точке $x = 1$. Поскольку скачок второй производной на этой границе интерпретируется как упругая мембрана с осциллирующей амплитудой ($[V_{xx}]_{x=1} = 16\sin(2\tau)$), изменение силы, фазы или временной зависимости этого источника позволяет напрямую управлять перекачкой энергии между внутренней и внешней областями, усиливая или подавляя моду. Вторым рычагом служит смещение положения границы $x = 1$ либо изменение её отражающих свойств: поскольку условие полного

внутреннего отражения обеспечивается обращением в ноль эффективной скорости возмущения во внешней области ( $v_{\mathrm{out}}(1) = 0$), любая подстройка этого параметра меняет спектр допустимых мод и условия локализации. Третьим рычагом является трансформация статических профилей $F(x)$ и $S(x)$, определяющих геометрию скоростей $v(x)$: модификация логарифмических и степенных вкладов в эти функции напрямую влияет на условие запирания и может привести к исчезновению связанной моды либо к изменению

её частоты и амплитуды. Четвёртым рычагом выступает выбор типа осциллятора $f(\tau)$: переход от гармонической функции $\sin(2\tau)$ к гиперболической $\sinh(2\tau)$ радикально меняет глобальную динамику системы, переключая её с бесконечного пульсирующего режима на однократный экспоненциальный цикл (коллапс или разлёт). Пятым рычагом служит введение дополнительных вкладов в правую часть основного уравнения, что эквивалентно добавлению новых источников и позволяет возбуждать или подавлять определённые моды за счёт

изменения баланса степенного и логарифмического слагаемых. Наконец, шестым рычагом является варьирование эффективной размерности $n$ в коэффициенте $\frac{n-1}{x}$ радиального оператора: поскольку этот параметр определяет структуру спектра собственных мод, его изменение (в том числе в рамках рассмотрения кватернионного пространства) позволяет настраивать резонансные свойства системы.

Таким образом, если в ОТО ключевым рычагом служит перераспределение материи и энергии как внешнего источника кривизны, то в нашей модели управление осуществляется через тонкую настройку внутренних параметров резонатора — граничных условий, профилей функций, типа осцилляции и алгебраической структуры. Это отражает фундаментальное различие в трактовке природы колебаний: в первом случае — как отклика среды на внешние воздействия, во втором — как собственных мод среды,

определяемых её внутренней геометрией и симметрией.

---

## 11. Заключение

В работе предложена модель, в которой гравитационные колебания интерпретируются не как волны, распространяющиеся по пространству-времени, а как собственные моды «дыхания» самой геометрической среды.

Ключевым отличием подхода является переход от описания возмущений на фоне фиксированной метрики к рассмотрению динамики самой метрики как связанной моды, локализованной в резонаторе благодаря геометрическому запиранию. Математическим фундаментом модели служит основное уравнение $G_{xx} + \frac{n-1}{x} R_x = -4\,\frac{1+Sx^2}{x^4}$, в котором комбинация функций $G = F + S$ и $R = F - S$ обеспечивает алгебраическую замкнутость и точное согласование степенного и логарифмического вкладов в правой части.

Построенная пара функций $F(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$ (внешняя область) и $S(x) = x^2 \ln(x^2)$ (внутренняя область) не только удовлетворяет индивидуальным уравнениям в каждой области, но и формирует гладкую сшивку по $C^1$ на границе $x = 1$, где скачок второй производной трактуется как поверхностный источник — упругая мембрана, выполняющая роль «замка» для локализации моды.

Динамическое решение $V(x, \tau)$, отделённое по переменным и основанное на осцилляционном параметре $\tau$,

демонстрирует два принципиально различных сценария эволюции: пульсирующий режим, задаваемый гармонической функцией $f(\tau) = \sin(2\tau)$, и однократный цикл, соответствующий гиперболическому выбору $f(\tau) = \sinh(2\tau)$. Различие в судьбе Вселенной в этих сценариях определяется исключительно типом осциллятора при неизменной геометрии резонатора, что подчёркивает роль фазовой структуры модели в определении глобальной динамики. Механизм геометрического запирания, основанный

на контрасте эффективных скоростей возмущения (обращение в ноль скорости во внешней области на границе и наличие «зеркала» в центре), обеспечивает полную локализацию моды без привлечения нелинейных эффектов, выделяя модель среди классических солитонных решений.

Разделение ролей 4D и 5D пространств позволяет дать двойственную интерпретацию явления: изнутри четырёхмерной среды колебания воспринимаются как глобальное изменение масштаба расстояний, тогда как в

пятимерной картине они предстают как волны на гиперповерхности. Эта двойственность отражает предложенную гипотезу о природе гравитации как «ряби на поверхности пятимерного пруда», где сам пруд — это четырёхмерное пространство-время. Два космологических сценария (чёрная дыра в открытой Вселенной и замкнутая Вселенная как конечный объём) демонстрируют универсальность математического аппарата модели и возможность его применения к различным физическим

интерпретациям.

Анализ практических рычагов влияния на колебания показал принципиальное различие между стандартной ОТО и предложенным подходом: если в ОТО управление сводится к изменению внешних источников (распределения материи и энергии), то в нашей модели оно осуществляется через настройку параметров самого резонатора (граничных условий, профилей функций, типа осцилляции, алгебраической структуры). Это открывает новые

перспективы для исследования собственных мод геометрической среды и условий их устойчивости.

Дальнейшее развитие модели может быть связано с анализом нелинейных поправок, изучением взаимодействия нескольких мод, а также с поиском возможных наблюдательных

следствий, вытекающих из предложенной картины локализованных колебаний пространства-времени. Особое внимание следует уделить связи алгебраической замкнутости модели с симметриями пространства и возможным проявлениям этих симметрий в наблюдаемой физике.