

Борис В. Васильев

# О ПРИРОДЕ ЯДЕРНЫХ СИЛ

2024

### **Аннотация**

После открытия протонно-нейтронного состава ядер проблема природы ядерных сил стала особенно актуальной.

В настоящее время ядерные силы принято объяснять действием особого взаимодействия, называемого сильным. Считается, что оно возникает при обмене ядерных нуклонов особыми частицами - глюонами.

В этой работе доказывается, что притяжение между ядерными нуклонами может быть объяснено хорошо известным квантово-механическим эффектом, который был впервые описан около ста лет назад. Это притяжение между двумя протонами, возникающее при обмене электроном (в данном случае релятивистским). Это позволяет, отказавшись от глюонов, количественно оценить дефекты масс как легких, так и тяжелых ядер, получив согласие с данными измерений.

# Оглавление

|            |                                                               |           |
|------------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>I</b>   | <b>Предисловие</b>                                            | <b>7</b>  |
| <b>II</b>  | <b>Принципы построения корректной микроскопической теории</b> | <b>13</b> |
| <b>1</b>   | <b>Корректность теоретических моделей</b>                     | <b>15</b> |
| 1.1        | Общие соображения . . . . .                                   | 15        |
| 1.2        | Постулат Гилберта . . . . .                                   | 18        |
| 1.3        | Достоверность микроскопической теории . . . . .               | 19        |
| <b>III</b> | <b>Свойства нейтрона</b>                                      | <b>23</b> |
| <b>2</b>   | <b>Модели нейтрона</b>                                        | <b>25</b> |

|       |                                                                                      |    |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1   | Кварковая модель нейтрона . . . . .                                                  | 25 |
| 2.2   | Электромагнитная модель нейтрона . . . . .                                           | 27 |
| 2.2.1 | Равновесие в системе релятивистский электрон + протон . . . . .                      | 28 |
| 2.2.2 | Теорема Лармора . . . . .                                                            | 31 |
| 2.2.3 | Квантование устойчивой орбиты . . . . .                                              | 32 |
| 2.2.4 | Кинетическая энергия вращающегося электрона . . . . .                                | 33 |
| 2.2.5 | Кулоновское взаимодействие в системе релятивистский электрон + протон . . . . .      | 35 |
| 2.2.6 | Магнитное взаимодействие вращающегося релятивистского электрона с протоном . . . . . | 36 |
| 2.2.7 | Равновесная электронная орбита . . . . .                                             | 37 |
| 2.3   | Основные свойства нейтрона . . . . .                                                 | 39 |
| 2.3.1 | Спин нейтрона . . . . .                                                              | 39 |
| 2.3.2 | Масса нейтрона . . . . .                                                             | 40 |
| 2.3.3 | Магнитный момент нейтрона . . . . .                                                  | 42 |
| 2.4   | Возбужденные состояния нейтрона . . . . .                                            | 43 |
| 2.5   | Обсуждение . . . . .                                                                 | 44 |

|            |   |
|------------|---|
| Оглавление | 5 |
|------------|---|

|                               |           |
|-------------------------------|-----------|
| <b>IV Природа ядерных сил</b> | <b>49</b> |
|-------------------------------|-----------|

|                               |           |
|-------------------------------|-----------|
| <b>3 Проблема ядерных сил</b> | <b>51</b> |
|-------------------------------|-----------|

|                                              |           |
|----------------------------------------------|-----------|
| <b>4 Одноэлектронная связь двух протонов</b> | <b>55</b> |
|----------------------------------------------|-----------|

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| 4.1 Эффект Гайтлера-Лондона . . . . . | 55 |
|---------------------------------------|----|

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 4.2 Ион молекулы водорода . . . . . | 60 |
|-------------------------------------|----|

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 4.3 Дейтрон . . . . . | 63 |
|-----------------------|----|

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| <b>5 Энергия связи легких ядер</b> | <b>67</b> |
|------------------------------------|-----------|

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| 5.1 Изотопы гелия . . . . . | 67 |
|-----------------------------|----|

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 5.2 Изотопы бериллия . . . . . | 70 |
|--------------------------------|----|

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| <b>6 Дефекты масс тяжелых ядер</b> | <b>75</b> |
|------------------------------------|-----------|

|                                                   |    |
|---------------------------------------------------|----|
| 6.1 Кристаллическая модель тяжелых ядер . . . . . | 75 |
|---------------------------------------------------|----|

|                                                   |    |
|---------------------------------------------------|----|
| 6.2 Учет поправки на кулоновское взаимодействие . | 78 |
|---------------------------------------------------|----|

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| <b>V Заключение</b> | <b>81</b> |
|---------------------|-----------|



# Часть I

## Предисловие



Предлагаемая вниманию читателей книга «О природе ядерных сил» написана выдающимся советским и российским физиком, доктором физ. - мат. наук Борисом Васильевичем Васильевым. Книга безусловно заслуживает самого пристального внимания по многим причинам. С одной стороны, Б.В. Васильев не только является автором более 100 научных работ, опубликованных в российских и зарубежных высокорейтинговых журналах, но так же он является автором нескольких монографий по различным разделам современной физики. С другой стороны данная книга является результатом исследований и долгих размышлений автора. Она основана на ряде опубликованных оригинальных работ Б.В. Васильева, и предлагает новый и перспективный подход в описании физики атомного ядра, основанный на последовательном описании электрон - протонного взаимодействия. Следует подчеркнуть, что в отличие от многих применяемых моделей ядра, подход, изложенный в этой книге, логически следует из квантовой механики, в сущности являясь попыткой учёта релятивистских поправок при описании квантовых систем высоких энергий. Это означает, что после корректного учёта всех релятивистских поправок, результаты расчётов должны согласовываться с экспериментом столь же хорошо, как и в случае нерелятивистской кван-

товой теории.

На основе развитого подхода, в книге приводятся примеры расчётов магнитных моментов нейтрона и гиперонов, рассчитаны массы этих частиц. Автор так же вычисляет значения дефектов масс лёгких ядер, которые прекрасно согласуются с лабораторно измеряемыми величинами (см. рис. 6.5). Восхищение так же вызывает расчёт значений дефектов масс, представленный на рис. 7.3, который превосходно согласуется с экспериментом.

Особо следует подчеркнуть, что в рамках подхода предложенного Б.В. Васильевым, органично и естественным путём (без аксиоматического введения) появляется экспоненциальное обрезание, характеризующее так называемое сильное взаимодействие (см. раздел 5 настоящей книги). В сущности автор доказывает, что более не требуется постулирование сильного взаимодействия для описания ядерных сил. Этот факт (наряду с вышеупомянутым прекрасным согласованием расчётов с экспериментом) является очень важным аргументом свидетельствующим о физичности и перспективности предлагаемого автором подхода. Более того, учитывая недавние результаты свидетельствующие о том, что постоянная Планка является адиабатическим инвариантом поперечного электромагнитного

поля (что позволило построить полную электродинамику описывающую весь круг явлений включая квантовые), можно уверенно говорить о том, что Теория Великого Объединения близка к завершению, а данная книга является одним из основных кирпичиков будущего здания ТВО.

Несмотря на то, что работа по построению полной модели всё ещё не завершена, уже сейчас можно с уверенностью утверждать, что эта книга безусловно будет интересна как аспирантам, так и научным работникам занимающимся моделями атомного ядра и интересующимся приложениями квантовой механики. Можно выразить уверенность, что книга займет достойное место в ряду современных работ по физике высоких энергий.

Профессор Антон Липовка.

Университет Соноры, Мексика.

28 января 2024.



## Часть II

Принципы построения корректной  
микроскопической теории



# Глава 1

## Корректность теоретических моделей

### 1.1 Общие соображения

Подавляющее большинство физических теорий, созданных учеными в XX веке, совершенно адекватно описывает объекты фи-

зического мира и явления, в нем происходящие. Даваемые ими описания базовых свойств исследуемых объектов и явлений согласуются с данными измерений.

Однако с некоторыми теоретическими моделями возникают проблемы. Характерная черта ошибочных теорий на первый взгляд выглядит просто как некая неполнота описания объектов исследований. Какие-то свойства объектов эти теории описывают, а какие-то нет.

Конечно теоретическая модель не может охватить необъятного, она может описывать только часть свойств исследуемых объектов. Но здесь иногда происходит подмена описания реально измеримых и нуждающихся в объяснении свойств объектов на некие приписываемые им признаки.

Так наиболее развитая и общепринятая в настоящее время оболочечная модель приписывает ядрам некий порядок в заполнении нуклонами и периодичность изменения их стабильности. У самых легких ядер энергия связи реально зависит от заполнения нуклонами, но при переходе к более тяжелым ядрам эта зависимость сходит на нет. В результате важное предсказание, выведенное на основе оболочечной модели, которое предполагало существование "острова стабильности" среди трансурановых ядер и которое послужило теоретическим обоснова-

нием для долговременных и очень затратных поисков этого "острова" , оказалось просто ошибочным.

В физике элементарных частиц общепринятой является кварковая теория. На низшем уровне она успешно объясняет превращение нейтрона в протон и на этом основании рассматривается как база для систематизации всех частиц. При этом такая систематизация не претендует на объяснение экспериментально измеримых свойств, например, масс частиц, заменяя их признаками систематизации, такими как, например, изотопический спин или странность.

Науки, описывающие сверхпроводимость и сверхтекучесть, не описывают самого главного - критических температур изучаемых объектов, заменяя их вычислениями термодинамических параметров.

Поэтому можно говорить об ошибочности этих теорий и о необходимости их замены такими, которые дают количественное описание первостепенно важных свойств изучаемых объектов. Для этих новых теорий основной вопрос должен сводиться к тому насколько точно их предсказания соответствуют экспериментальным данным, т.е. насколько они согласуются с главным принципом естественных наук.



Рис. 1.1: Сэр Уильям Гилберт (1544—1603) — английский физик, предложил первую модель земного магнетизма, ввел в научный обиход понятия электрического и магнитного полей.

## 1.2 Постулат Гилберта

Постулат, ставший со временем главным принципом естественных наук, был сформулирован более 400 лет назад сэром Уильямом Гилбертом (1544-1603) [1].

Его формулировка проста:

**все теоретические построения, претендующие быть научными, должны быть подтверждены экспериментально.**

В наши дни экспериментальная физика создала надежный фундамент для построения теоретических моделей, и постулат Гилберта стал основным принципом физики.

Только изредка могут возникнуть неоднозначные ситуации из-за того, что прямые опыты не указывают пути их решения.

Такова была причина, вызвавшая многолетнюю дискуссию физиков начала прошлого века. Они обсуждали имеют ли явления микромира вероятностный характер.

В настоящее время в физическом сообществе принято думать, что радиоактивный распад является истинно случайным процессом. Однако голосованием такой вопрос решаться не должен. В соответствии с принципом В. Гилберта решение возможно только на основе данных эксперимента.

## **1.3 Достоверность микроскопической теории**

Наше время требует уточнить средневековую формулировку принципа Гилберта. Необходимость уточнения вызвана тем,

что некоторые новые теоретические построения создаются на базе части существующих экспериментальных фактов. Они обобщают эти факты и поэтому автоматически с ними согласуются. При этом могут существовать другие экспериментальные данные, которые можно отнести к первостепенно важным, но они просто выпадают из теоретического рассмотрения. Теоретическая модель избегает их исследования, и непонятно согласуется ли она с ними или нет.

Поэтому для проверки правильности современной теоретической модели нужно сформулировать дополнительный критерий, дающий ей оценку с принципиально другой точки зрения.

В прикладной физике важную роль играют феноменологические теории, однако речь не о них. Для понимания сути физических объектов и явлений необходимо развивать фундаментальные теории, дающие их микроскопическое теоретическое описание [2],[3].

В силу того, что объекты микромира подчиняются квантовым законам, современные микроскопические теории должны формулироваться в терминах квантовой механики и по ее правилам.

Поскольку коэффициентами в квантово-механических уравнениях служат мировые константы, то главные базовые ра-

венства современных микроскопических теорий должны выражаться соотношениями только этих мировых постоянных.

Других решений у уравнений квантовой физики нет.

В качестве примера можно привести модель атома Бора, в которой все основные параметры выражаются только мировыми константами.

Конечно нельзя ставить знак тождества между микроскопической теорией и квантово-механической теорией. Здесь могут быть исключения. Так микроскопическая теория броуновского движения не должна быть квантовой. Однако в подавляющем большинстве случаев эти два термина можно считать совпадающими.

Поэтому современная формулировка требований к микроскопической физической теории должна учитывать это обстоятельство:

**корректная микроскопическая теория должна опираться на базовые соотношения, которые состоят только из мировых констант и подтверждаются данными измерений.**



# Часть III

## Свойства нейтрона



## Глава 2

# Модели нейтрона

### 2.1 Кварковая модель нейтрона

Существует несколько теоретических построений XX века, которые должны быть пересмотрены из-за их неполноты или несогласия с данными измерений [4]. По-видимому, кварковая модель элементарных частиц может быть заменена описанием их возбужденных состояний [5].

Формирование кварковой модели в цепочке наук о строении материи кажется вполне последовательным: все вещества

состоят из молекул и атомов. Центральными элементами атомов являются ядра. Ядра состоят из протонов и нейтронов, которые в свою очередь состоят из кварков.

Кварковая модель предполагает, что из кварков состоят почти все элементарные частицы. Особый интерес представляет при этом кварковая структура нуклонов.

Создается впечатление, что специалисты по физике элементарных частиц сначала исходили из предположения, что при сотворении мира каждой элементарной частице индивидуально подбирались подходящие параметры: заряд, спин, масса, магнитный момент и т.д.

Гелл-Манн несколько упростил эту работу. Он разработал правило, согласно которому набор кварков определяет суммарный заряд и спин формируемой элементарной частицы. Но массы и магнитные моменты этих частиц под это правило не подпадают.

Кварковая модель Гелл-Манна предполагает, что кварки, из которых состоят все элементарные частицы (за исключением самых легких), должны обладать дробным (равным  $1/3$   $e$  или  $2/3$   $e$ ) электрическим зарядом.

В 60-е годы после формулирования этой модели многие экспериментаторы пытались найти частицы с дробным заря-

дом. Но безуспешно.

Для того, чтобы это объяснить было предположено, что для кварков характерен конфайнмент, т.е. свойство, запрещающее им как-либо проявлять себя в свободном состоянии. При этом понятно, что конфайнмент выводит кварки из подчиненности принципу Гилберта-Галилея. В таком виде модель кварков с дробными зарядами претендует на научность без подтверждения данными измерений.

Следует отметить, что модель кварков удачно описывает некоторые эксперименты по рассеянию частиц при высоких энергиях, например, образование струй или особенность рассеяния частиц высоких энергий без разрушения. Однако этого кажется мало для того, чтобы признать реальным существование кварков с дробным зарядом.

## 2.2 Электромагнитная модель нейтрона

В 30-е годы прошлого века у физиков-теоретиков из-за отсутствия необходимых экспериментальных данных сложилось мнение, что нейтрон, подобно протону, является элементарной

частицей [6]. В кварковой модели Гелл-Манна нейтрон также предполагается элементарной частицей в том смысле, что он состоит из другого набора кварков, чем протон.

Однако тот факт, что нейтрон нестабилен и распадается на протон и электрон (+ антинейтрино), дает основание относить его к неэлементарным составным частицам.

Кварковая модель не ставит перед собой цель предсказать основные свойства нейтрона, такие как его масса, магнитный момент, энергия распада. Успешно оценить эти параметры дает возможность электромагнитная модель нейтрона [7].

Предположим, что нейтрон, так же как и боровский атом водорода, состоит из протона, вокруг которого на очень малом расстоянии от него вращается электрон. Вблизи протона движение электрона должно быть релятивистским.

### 2.2.1 Равновесие в системе релятивистский электрон + протон

Рассмотрим составную частицу, в которой вокруг протона по окружности радиуса  $R_e$  со скоростью  $v \rightarrow c$  вращается частица с массой покоя  $m_e$  и зарядом  $-e$  (рис.(2.1)).

Поскольку мы изначально предполагаем, что движение элек-

трона вероятно окажется релятивистским, то необходимо учесть релятивистский эффект роста его массы:

$$m_e^* = \gamma m_e, \quad (2.1)$$

здесь релятивистский фактор

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2.2)$$

и  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Вращение тяжелого электрона  $m_e^*$  не позволяет упрощенно рассматривать протон покоящимся. Протон также будет двигаться, вращаясь вокруг общего с тяжелым электроном центра масс .

Введем параметр, характеризующий отношение массы релятивистского электрона к массе протона:

$$\vartheta = \frac{\gamma m_e}{M_p / \sqrt{1 - \beta_p^2}}. \quad (2.3)$$

Из условия равенства импульсов следует, что  $\beta_p = \vartheta$  поэтому радиусы орбит электрона и протона могут быть записаны в виде:

$$R_e = \frac{R_{ep}}{1 + \vartheta}, \quad R_p = \frac{R_{ep}\vartheta}{1 + \vartheta}, \quad (2.4)$$

Здесь  $R_{ep} = R_e + R_p$ .

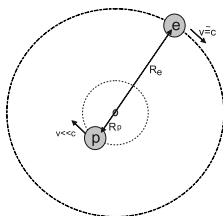


Рис. 2.1: Система, состоящая из протона и тяжелого (релятивистского) электрона, вращающихся вокруг общего центра масс.

Релятивистский фактор, характеризующий электрон при этом равен

$$\gamma = \frac{\vartheta}{\sqrt{1 - \vartheta^2}} \frac{M_p}{m_e}. \quad (2.5)$$

### 2.2.2 Теорема Лармора

Чтобы описать характерную особенность движения протона по окружности радиуса  $R_p$  можно использовать теорему Лармора [8]. Согласно этой теореме, в системе отсчета, вращающейся вместе с протоном с частотой  $\Omega$ , к нему приложено магнитное поле, определяющееся гиромагнитным отношением частицы

$$H_L = \frac{\Omega}{\xi \frac{e}{2M_p c}}. \quad (2.6)$$

Здесь  $\xi = 2.79$  - магнитный момент протона в единицах магнетонов Бора.

В результате действия этого поля магнитный момент протона оказывается ориентированным перпендикулярно плоскости вращения. Иными словами можно сказать, что за счет взаимодействия с этим полем вращение электрона должно происходить в плоскости "экватора" протона.

### 2.2.3 Квантование устойчивой орбиты

Можно предполагать, что так же как и при формировании устойчивой орбиты в атоме водорода, орбита релятивистского электрона в нашем случае получится устойчивой, если на окружности электронного кольца  $2\pi R_e$  будет укладываться целое число длин волн де Бройля  $\lambda_{dB}$ , т.е. будет выполняться условие:

$$2\pi R_e = n\lambda_{dB}. \quad (2.7)$$

Здесь  $n$  - целое число  
и

$$\lambda_{dB} = \frac{2\pi\hbar}{\gamma m_e c}. \quad (2.8)$$

То есть в соответствии с этим предположением, условие устойчивости электронной орбиты приобретает вид:

$$\frac{\lambda_c}{R_e} = \frac{v}{n\sqrt{1-v^2}} \frac{M_p}{m_e} = \frac{\gamma}{n} \quad (2.9)$$

Здесь  $\lambda_c = \hbar/m_e c$  - приведенная комптоновская длина.

### 2.2.4 Кинетическая энергия вращающегося электрона

Кинетическая энергия релятивистского электрона записывается равенством:

$$\mathcal{E}_{kin}^e = (\gamma - 1) \cdot m_e c^2 \quad (2.10)$$

В силу того, что мы предполагаем электрон ультрарелятивистским ( $\gamma \gg 1$ ), можем записать

$$\mathcal{E}_{kin}^e \approx \gamma \cdot m_e c^2 \quad (2.11)$$

При этом на электрон действует центробежная сила:

$$\mathcal{F}_1 = \gamma m_e [\omega[\omega, R_e]] = \left( \frac{\gamma m_e c^2}{2n R_e} \right) \cdot 2n \quad (2.12)$$

Кинетическая энергия протона при этом оказывается равной:

$$\mathcal{E}_{kin}^p = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \vartheta^2}} - 1 \right) \cdot M_p c^2 \quad (2.13)$$

Дополнительный вклад в кинетическую энергию электрона создаст магнитное поле, которое возникает при его вращении. Энергия этого поля, стремящегося разорвать токовое электронное кольцо, равна

$$\mathcal{E}_\Phi = \frac{\Phi I}{2c}, \quad (2.14)$$

В силу того, что движение электрона по орбите квантовано, магнитный поток, пронизывающий кольцо радиуса  $R_e$  должен быть равен кванту магнитного потока  $\Phi_0$ :

$$\Phi = \Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e}. \quad (2.15)$$

Так как ток в электронном кольце

$$I = \frac{ec}{2\pi R_e}, \quad (2.16)$$

то

$$\mathcal{E}_{\Phi_e} = \frac{e^2}{R_e} \frac{1}{2\alpha} \frac{\lambda_c}{R_e} = \frac{1}{2n} \gamma m_e c^2. \quad (2.17)$$

Возникающая при этом сила, стремящаяся разорвать токовое кольцо, оказывается равной

$$\mathcal{F}_2 = \left( \frac{\gamma m_e c^2}{2n R_e} \right). \quad (2.18)$$

Магнитная энергия, связанная с вращением протона, много меньше:

$$\mathcal{E}_{\Phi_p} = \frac{\sqrt{2} \cdot \vartheta^2}{\sqrt{1 - \vartheta^2}} \cdot M_p c^2. \quad (2.19)$$

Соответствующая сила приложена к протону и прямо не воздействует на равновесную электронную орбиту.

Таким образом суммарная кинетическая энергия электрона с учетом энергии магнитного поля, которое он создает при

вращающении:

$$\mathcal{E}_{kin}^{\Sigma} = \mathcal{E}_{kin}^e + \mathcal{E}_{\Phi_e} = \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \gamma m_e c^2. \quad (2.20)$$

### 2.2.5 Кулоновское взаимодействие в системе релятивистский электрон + протон

Энергия кулоновского притяжением между протоном и электроном из-за его релятивизма имеет величину [8], §24:

$$\mathcal{E}_C = -\gamma \frac{e^2}{R_{ep}} = -\gamma \frac{\alpha \lambda_c}{R_e(1 + \vartheta)} m_e c^2. \quad (2.21)$$

Здесь  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$  - постоянная тонкой структуры.

Поэтому сила кулоновского притяжения, действующая между этими частицами, равна

$$\mathcal{F}_3 = -\gamma \frac{e^2}{R_{ep}^2} = -\left(\frac{\gamma m_e c^2}{2n R_e}\right) \frac{2\vartheta}{(1 + \vartheta)^2 \cdot \sqrt{1 - \vartheta^2}} \frac{\alpha M_p}{m_e}. \quad (2.22)$$

### 2.2.6 Магнитное взаимодействие вращающегося релятивистского электрона с протоном

Протон в рассматриваемом случае обладает двумя магнитными моментами - собственным моментом<sup>1</sup>

$$\mu_p = \frac{\xi e \hbar}{2M_p c} \quad (2.23)$$

и орбитальным, который возникает за счет того, что протон вращается по орбите радиуса  $R_p$ :

$$\mu_{0p} = \frac{e \vartheta R_p}{2} \quad (2.24)$$

Для того, чтобы энергия системы была меньше магнитные моменты  $\mu_p$  и  $\mu_{0p}$  должны быть направлены встречно.

Сила, которая действует на вращающийся электрон, может

---

<sup>1</sup>Здесь, как и ранее,  $\xi = 2.79$  - магнитный момент протона в единицах магнетона Бора.

быть записана в виде:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_4 &= \gamma e \beta \left( \frac{\mu_{0p}}{R_e^3} - \frac{\mu_p}{R_{ep}^3} \right) = \\
 &= -\gamma e \left( \frac{\mu_{0p}}{R_e^3} - \frac{\mu_p}{R_e^3(1+\vartheta)^3} \right) = \\
 &= -\left( \gamma \frac{m_e c^2}{2nR_e} \right) \left( \frac{\vartheta^3}{\sqrt{1-\vartheta^2}} - \frac{\xi}{(1+\vartheta)^3} \frac{\vartheta^2}{n(1-\vartheta^2)} \right) \frac{\alpha M_p}{m_e}.
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Магнитный момент электрона не входит в рассмотрение потому, что, как это будет показано ниже, момент обобщенного импульса (спин) электронной орбиты равен нулю и в системе не существует направления для выделенной ориентации электронного магнитного момента.

### 2.2.7 Равновесная электронная орбита

Условие равновесия электронной орбиты имеет вид:

$$\sum_{i=1}^4 \mathcal{F}_i = 0. \tag{2.26}$$

Суммируя равенства (2.12), (2.22) и (2.25) после упрощающих преобразований с учетом (2.9) получаем:

$$\left( \frac{2\vartheta}{(1+\vartheta)^2\sqrt{1-\vartheta^2}} + \frac{\vartheta^3}{\sqrt{1-\vartheta^2}} - \frac{\xi}{n(1+\vartheta)^3} \cdot \frac{\vartheta^2}{1-\vartheta^2} \right) \frac{\alpha M_p}{m_e} = (2n+1). \quad (2.27)$$

Основное состояние, в котором может существовать пара электрон+протон, реализуется при  $n = 1$ . В этом случае уравнение равновесия приобретает вид:

$$\left( \frac{2\vartheta}{(1+\vartheta)^2\sqrt{1-\vartheta^2}} + \frac{\vartheta^3}{\sqrt{1-\vartheta^2}} - \frac{\xi}{(1+\vartheta)^3} \cdot \frac{\vartheta^2}{1-\vartheta^2} \right) \frac{\alpha M_p}{m_e} = 3. \quad (2.28)$$

В результате решения этого уравнения получаем

$$\vartheta = 0.1993 \quad (2.29)$$

и

$$R_e = \lambda_c \frac{m_e}{M_p} \frac{\sqrt{1-\vartheta^2}}{\vartheta} \approx 1.03 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad (2.30)$$

Эта величина согласуется с оценкой, полученной раньше [7]:

$$R_e = \lambda_c \sqrt{\frac{\alpha \xi}{2} \frac{m_e}{M_p}} \approx 9.09 \cdot 10^{-14} \text{ cm} \quad (2.31)$$

## 2.3 Основные свойства нейтрона

### 2.3.1 Спин нейтрона

Спин нейтрона составляется из спина протона, момента обобщенного импульса электронного токового кольца и момента обобщенного импульса протона.

Момент обобщенного импульса электрона можно записать в виде

$$S_0 = \left[ R \times \left( p - \frac{e}{c} A \right) \right], \quad (2.32)$$

здесь  $A = \frac{[\mu \times R]}{R^3}$  - вектор-потенциал магнитного поля, создаваемого магнитным моментом  $\mu$ .

Поэтому в скалярной форме

$$S_{0e} = \left\{ R_e \cdot \gamma \left\{ \frac{3}{2} m_e c - \frac{e}{c} \left( \frac{e}{R_{ep}} + \frac{\mu_p}{R_{ep}^2} - \frac{\mu_{0e}}{R_e^2} - \frac{\mu_{0p}}{R_e^2} \right) \right\} \right\}. \quad (2.33)$$

Здесь  $\mu_p, \mu_{0e}, \mu_{0p}$  - собственный магнитный момент протона, магнитный момент кругового тока электрона и магнитный момент кругового тока протона.

После несложных преобразований

$$S_{0e} = \gamma m_e c R_e \left\{ \frac{3}{2} - X \left( \frac{1}{1 + \vartheta} + \frac{\vartheta^2}{2} - X \frac{\xi}{2(1 + \vartheta)^2} \frac{m_e}{\alpha M_p} \right) \right\}. \quad (2.34)$$

Здесь  $X = \frac{\alpha \lambda_c}{R_e}$ .

Подставляя в это равенство вычисленные выше значения  $\vartheta$  и  $R_e$ , приходим к выводу, что

$$S_{0e} = 0. \quad (2.35)$$

и, таким образом, спин нейтрона оказывается равным спину протона.

Равенство нулю спина токового электронного кольца (2.35) играет важную роль в формировании равновесного состояния этой системы. Из-за того, что  $S_{0e} = 0$  собственный спин электрона и его магнитный момент лишены направления ориентации в пространстве и выпадают из уравнений баланса, а потому и вообще из рассмотрения в этой задаче.

### 2.3.2 Масса нейтрона

Масса составной частицы определяется суммой масс покоя частиц, их релятивистской кинетической энергии и дефектом массы, возникающем из-за наличия потенциальной энергии их внутреннего взаимодействия. Вычислим эти вклады.

### Кинетическая энергия электрона и протона

Суммируя равенства (2.11),(2.13),(2.17),(2.19) получаем

$$\mathcal{E}(\text{kin}) = \left[ 1 + \left( \frac{1}{\sqrt{1-\vartheta^2}} - 1 \right) \frac{\sqrt{1-\vartheta^2}}{\vartheta} + \left( \frac{1}{2n} + \sqrt{2}\vartheta \right) \right] \cdot \frac{\vartheta \cdot M_p c^2}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \quad (2.36)$$

### Потенциальная энергия электрона и протона

Потенциальная энергия электрона и протона есть результат их кулоновского и магнитного взаимодействий:

$$\mathcal{E}(\text{pot}) = \frac{\alpha M_p}{n m_e} \left[ \frac{1}{1+\vartheta} + \frac{\vartheta^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{(1+\vartheta)^3} \cdot \frac{\xi}{n \cdot \vartheta \sqrt{1-\vartheta^2}} \right) \right] \cdot \left( \frac{\vartheta}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \right)^2 \cdot M_p c^2. \quad (2.37)$$

### Масса нейтрона

Суммарная масса протона и электрона равна:

$$\mathcal{M}^{e+p} = m_e + M_p + \frac{E_0}{c^2} \quad (2.38)$$

Здесь  $E_0$  - суммарная энергия, которой обладают релятивистский

электрон+протон

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \mathcal{E}(kin) - \mathcal{E}(pot) = \\
 &= \frac{\vartheta}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\sqrt{1-\vartheta^2}} - 1 \right) \frac{\sqrt{1-\vartheta^2}}{\vartheta} + \left( \frac{1}{2n} + \sqrt{2}\vartheta \right) \right] \cdot M_p c^2 - \\
 &- \frac{\alpha M_p}{nm_e} \left[ \frac{1}{1+\vartheta} + \frac{\vartheta^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{(1+\vartheta)^3} \cdot \frac{\xi}{n \cdot \vartheta \sqrt{1-\vartheta^2}} \right) \right] \left( \frac{\vartheta}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \right)^2 \cdot M_p c^2
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Отсюда при  $n = 1$  и  $\vartheta = 0.1993$  мы получаем:

$$E_0 \approx 1.9 \cdot m_e c^2. \tag{2.40}$$

Полученная таким образом сумма кинетической и потенциальной энергии должна соответствовать энергии, выделяющейся при распаде частицы. Эта оценка согласуется с данными измерений.

### 2.3.3 Магнитный момент нейтрона

Магнитный момент нейтрона складывается из магнитного момента протона и магнитных моментов токов электрона и протона.

Суммарный магнитный момент, создаваемый круговыми токами с учетом (2.30):

$$\mu_0 = -\frac{e\beta_e R_e}{2} + \frac{e\beta_p R_p}{2} = \frac{eR_e}{2}(1-\vartheta^2) = \frac{e\hbar}{2M_p c} \cdot \frac{(1-\vartheta^2)^{3/2}}{\vartheta}. \tag{2.41}$$

Если выразить этот момент в магнетонах Бора  $\mu_B$  при  $\vartheta = 0.1993$ , получим

$$\xi_0 = \frac{\mu_0}{\mu_B} = -\frac{(1-\vartheta^2)^{3/2}}{\vartheta} \approx -4.7216. \tag{2.42}$$

Суммирование этой величины с магнитным моментом протона ( $\xi_p = 2.792847$ ) дает

$$\xi_N = \xi_0 + \xi_p \approx -1.929. \quad (2.43)$$

Это значение согласуется с измеренной величиной магнитного момента нейтрона ( $\xi_n = -1.913042$ ):

$$\frac{\xi_n - \xi_N}{\xi_n} \approx 10^{-2}. \quad (2.44)$$

## 2.4 Возбужденные состояния нейтрона

Так же как атом Бора, нейтрон, в дополнение к основному состоянию, имеет возбужденные состояния, которые реализуются при  $n > 1$ .

Для сравнения результаты вычисления массы нейтрона и его возбужденных состояний и данные измерений сведены в Таблицу(2.1).

В этой таблице:

$M_{calc}$  - вычисленная масса частицы,

$M_{meas}$  - измеренная масса частицы.

В последней строке таблицы приведена оценка массы возбужденного состояния, которое или не существует, или еще экспериментально не обнаружено.

Исходя из согласия результатов вычислений масс частиц с экспериментом, можно сделать вывод о том, что нейтральные  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  и  $\Xi$  гипероны являются возбужденными состояниями нейтрона [5].

| <b>n</b>   | <b><math>\vartheta</math></b> | <b><math>M_{calc}</math><br/><math>m_e</math></b> | <b>частица</b> | <b><math>M_{meas}</math><br/><math>m_e</math></b> | <b><math>\frac{M_{meas} - M_{calc}}{M_{meas}}</math></b> |
|------------|-------------------------------|---------------------------------------------------|----------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <b>n=1</b> | <b>0.1993</b>                 | <b>1838.1</b>                                     | $n_0$          | <b>1838.7</b>                                     | <b>0.0003</b>                                            |
| <b>n=2</b> | <b>0.3457</b>                 | <b>1969</b>                                       | $\Lambda$      | <b>2183</b>                                       | <b>0.1</b>                                               |
| <b>n=3</b> | <b>0.4659</b>                 | <b>2219</b>                                       | $\Sigma^0$     | <b>2335</b>                                       | <b>0.05</b>                                              |
| <b>n=4</b> | <b>0.5533</b>                 | <b>2536</b>                                       | $\Xi^0$        | <b>2183</b>                                       | <b>0.014</b>                                             |
| <b>n=5</b> | <b>0.6187</b>                 | 2882                                              | ?              | ?                                                 | -                                                        |

Таблица 2.1: Сравнение вычисленных значений масс частиц с данными измерений.

## 2.5 Обсуждение

Полученное согласие теоретических оценок и экспериментальных данных указывает на то, что нейтрон нельзя рассматривать как элементарную частицу [9].

Его особенность заключается в том, что масса нейтрона больше суммы масс покоя протона и электрона, несмотря на наличие дефекта массы. Это происходит потому, что протон и электрон, образующие нейтрон, являются релятивистскими, и их массы намного выше, чем их массы покоя.

В результате распад нейтронов происходит с выделением энергии.

Главным достоинством рассмотренной выше электромагнитной модели нейрона является то, что это единственная теория, которая дает согласующиеся с экспериментом предсказания основных свойства нейтрона.

Постулат Гилберта позволяет не рассматривать другие модели (и в частности кварковую модель нейтрона) поскольку они не могут описать измеримых свойства нейтрона.

Наиболее важным, необходимым и вполне достаточным аргументом достоверности рассмотренной выше электромагнитной модели нейтрона

является то, что измерения полностью ее подтверждают.

Тем не менее, для понимания важно, что для ее построения использовался стандартный теоретический аппарат.

Методология, которая была использована для проведения оценок при поверхностном взгляде может не способствовать восприятию результатов для тех ученых, которые привыкли к языку релятивистской квантовой физики.

Принято думать, что влияние релятивизма на поведение электрона в кулоновском поле нужно проводить на основе теории Дирака.

Однако в этом нет необходимости при получении оценок величины магнитного момента нейтрона и энергии его распада.

Все релятивистские эффекты, которые в этом случае описываются членами с релятивистским фактором  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$  компенсируют друг друга и в результате полностью выпадают.

Поскольку в нашей модели радиус нейтрона  $R_0$  пропорционален постоянной Планка  $\hbar$ , сам нейтрон можно считать квантовым объектом.

Но так как коэффициент  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$  не входит в определение радиуса  $R_0$ , нейтрон нельзя рассматривать как релятивистскую частицу.

Это позволяет найти равновесие системы из баланса сил, как это может быть сделано в случае нерелятивистских объектов и провести таким образом расчет магнитного момента нейтрона и энергии его распада.

При оценке времени жизни нейтрона возникает другая ситуация и получить правильную оценку этого времени таким путем не удастся.

Современные представления о частицах опираются на предположение о том, что нейтрон является базовой элементарной частицей. Такая гипотеза возникла еще на ранней стадии изучения атомного ядра, когда свойства нейтрона еще не были изучены.

Вопрос о том можно ли считать нейтрон фундаментальной частицей обсуждался в физическом сообществе неоднократно в прошлом веке и был решен без опоры на данные измерений, которых на ранней стадии изучения атомного ядра просто не было.

Одна из первых попыток, рассматривать нейтрон как составную частицу, построенную из протона и электрона, была предпринята И.Е.Таммом [10]. Однако эта попытка окончилась неудачей. По понятным теперь причинам из протона и нерелятивистского электрона сконструировать нейтрон невозможно.

Для того, чтобы теоретическое рассмотрение объяснило образование составной корпускулы, обладающей свойствами нейтрона, необходимо рассматривать объединение протона с релятивистским электроном [9].

Эта модель позволяет с высокой точностью вычислить все основные параметры, характеризующие нейтрон: его магнитный момент, массу, спин. При этом механизм распада нейтрона не требует сложного объяснения, но модель позволяет вычислить энергию этого распада.

Кроме того, этот подход дает возможность объяснить природу ядерных сил на основе стандартной квантовой механики, исключив из рассмотрения глюоны [11], [12].

Дополнительно эта модель предсказывает существование у нейтрона возбужденных состояний.

Наличие возбужденных состояний электронной оболочки является характерной чертой модели атома Бора. При описании возбужденных состояний электронной оболочки атома предполагается, что степень возбуждения определяется тем, сколько волн де Бройля электрона укладывается на окружности электронной орбиты.

Используя тот же принцип образования возбужденных состояний, удается найти их у нейтрона. Оказывается, что среди частиц, классифициру-

емых в настоящее время как элементарные, есть такие, которые таковыми не являются, поскольку их параметры соответствуют возбужденным состояниям нейтрона.



# Часть IV

## Природа ядерных сил



## Глава 3

# Проблема ядерных сил

Проблема ядерных сил возникла сразу после открытия протонов и нейтронов. Экспериментальные исследования показали, что эти силы имеют необычный характер. Они крайне близкодействующие - исчезают уже на расстояниях больше  $10^{-13}$  см.

Ядерные силы имеют неэлектромагнитный характер - они связывают заряженные протоны с нейтральными нейтронами.

Они зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Так нейтрон и протон удерживаются вместе, образуя дейтрон, только в том случае, когда их спины параллельны друг другу.

Ядерные силы обладают свойством насыщения (это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом других нуклонов).

В 1935 г. японский физик Х. Юкава высказал гипотезу о том, что в природе должны существовать пока не обнаруженные частицы, масса которых в  $200 \div 300$  раз большей массы электрона, и эти частицы выполняют роль переносчиков ядерного взаимодействия.

В 1936 г. Андерсон и Неддермейер обнаружили в космических лучах частицы с массой покоя, равной  $207m_e$ . Вначале полагали, что эти частицы, получившие название мюонов, и есть переносчики взаимодействия, предсказанные Юкавой. Однако впоследствии выяснилось, что они очень слабо взаимодействуют с нуклонами, так что не могут быть ответственными за ядерные взаимодействия. Только в 1947 г. Окиаилини и Пауэлл открыли в космическом излучении еще один тип мезонов - так называемые пионы, свойства которых оказались близки к тем, которые предсказал Х.Юкава.

Одновременно с этим делались попытки дать другое объяснение природе ядерных сил. Впервые внимание на возможность объяснения ядерных сил на основе эффекта обмена электроном обратил видимо И.Е.Тамм [10] в 30-е годы прошлого века. Но для объяснения величины и радиуса действия ядерных сил нужна частица с большой массой и малой собственной длиной волны. Нерелятивистский электрон для этого не подходит. Однако с другой стороны, модели  $\pi$ -мезонного или глюонного обмена тоже не оказались продуктивными. Дать достаточно точное количественное объяснение энергии связи даже легких ядер эти модели не смогли.

Модель нейтрона как составной частицы, построенной из протона и релятивистского электрона [11], [12] дает возможность рассматривать силы притяжения между нуклонами как следствие хорошо известного кван-

тового эффекта.

Рассмотрим эту проблему подробнее.



## Глава 4

# Одноэлектронная связь двух протонов

### 4.1 Эффект Гайтлера-Лондона

Впервые квантово-механическая задача о связи протонов в молекулярном ионе водорода была решена В.Гайтлером и Ф.Лондоном в 1927 году [15]. Рассмотрим подробнее квантовую систему, состоящую из двух протонов и одного электрона [16]. Если протоны разнесены на большое расстояние, то система представляет собой атом водорода и протон. Если атом водорода находится в начале координат, то оператор энергии и волновая функция

основного состояния имеют вид:

$$H_0^{(1)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 - \frac{e^2}{r}, \quad \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}} \quad (4.1)$$

Если атом водорода находится в точке R, то соответственно

$$H_0^{(2)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 - \frac{e^2}{|\vec{R} - \vec{r}|}, \quad \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{|\vec{R} - \vec{r}|}{a}} \quad (4.2)$$

Гамильтониан полной системы в предположении неподвижных протонов имеет вид:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 - \frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{|\vec{R} - \vec{r}|} + \frac{e^2}{R} \quad (4.3)$$

При этом если один из протонов удален на бесконечность, то энергия системы будет равна энергии основного состояния  $E_0$ , а волновая функция будет удовлетворять стационарному уравнению Шредингера:

$$H_0^{(1,2)} \varphi_{1,2} = E_0 \varphi_{1,2} \quad (4.4)$$

Будем искать решение в нулевом приближении в виде линейной комбинации базисных функций:

$$\psi = a_1(t) \varphi_1 + a_2(t) \varphi_2 \quad (4.5)$$

где коэффициенты  $a_1(t)$  и  $a_2(t)$  являются функциями времени, а искомая функция энергии удовлетворяет нестационарному уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{d\psi}{dt} = (H_0^{(1,2)} + V_{1,2})\psi, \quad (4.6)$$

здесь  $V_{1,2}$  - кулоновская энергия системы в одном из двух случаев.

Отсюда, используя стандартную процедуру преобразований, получаем систему уравнений

$$\begin{aligned}
i\hbar\dot{a}_1 + i\hbar S\dot{a}_2 &= E_0 \left\{ (1 + Y_{11})a_1 + (S + Y_{12})a_2 \right\} \\
i\hbar S\dot{a}_1 + i\hbar\dot{a}_2 &= E_0 \left\{ (S + Y_{21})a_1 + (1 + Y_{22})a_2 \right\},
\end{aligned} \tag{4.7}$$

где введены обозначения интеграла перекрытия волновых функций

$$S = \int \phi_1^* \phi_2 dv = \int \phi_2^* \phi_1 dv \tag{4.8}$$

и матричных элементов

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= \frac{1}{E_0} \int \phi_1^* V_1 \phi_1 dv \\
Y_{12} &= \frac{1}{E_0} \int \phi_1^* V_2 \phi_2 dv \\
Y_{21} &= \frac{1}{E_0} \int \phi_2^* V_1 \phi_1 dv \\
Y_{22} &= \frac{1}{E_0} \int \phi_2^* V_2 \phi_2 dv
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Учитывая симметрию

$$Y_{11} = Y_{22} \quad Y_{12} = Y_{21}, \tag{4.10}$$

складывая и вычитая уравнения системы (4.7), получаем систему уравнений

$$\begin{aligned}
i\hbar(1 + S)(\dot{a}_1 + \dot{a}_2) &= \alpha(a_1 + a_2) \\
i\hbar(1 - S)(\dot{a}_1 - \dot{a}_2) &= \beta(a_1 - a_2)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\alpha &= E_0 \left\{ (1 + S) + Y_{11} + Y_{12} \right\} \\
\beta &= E_0 \left\{ (1 - S) + Y_{11} - Y_{12} \right\}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

В результате получаем два решения

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= C_1 \exp\left(-i \frac{E_0}{\hbar} t\right) \exp\left(-i \frac{\epsilon_1}{\hbar} t\right) \\ a_1 - a_2 &= C_2 \exp\left(-i \frac{E_0}{\hbar} t\right) \exp\left(-i \frac{\epsilon_2}{\hbar} t\right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= E_0 \frac{Y_{11} + Y_{12}}{(1 + S)} \\ \epsilon_2 &= E_0 \frac{Y_{11} - Y_{12}}{(1 - S)}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2} e^{-i\omega t} \cdot (e^{-i \frac{\epsilon_1}{\hbar} t} + e^{-i \frac{\epsilon_2}{\hbar} t}) \\ a_2 &= \frac{1}{2} e^{-i\omega t} \cdot (e^{-i \frac{\epsilon_1}{\hbar} t} - e^{-i \frac{\epsilon_2}{\hbar} t}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

и

$$\begin{aligned} |a_1|^2 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\hbar} t\right) \right) \\ |a_2|^2 &= \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\hbar} t\right) \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Поскольку

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = 2E_0 \frac{Y_{12} - SY_{11}}{1 - S^2} \quad (4.17)$$

при начальных условиях

$$a_1(0) = 1 \quad a_2(0) = 0 \quad (4.18)$$

и

$$C_1 = C_2 = 1 \quad (4.19)$$

или

$$C_1 = -C_2 = 1 \quad (4.20)$$

получаем осциллирующие вероятности нахождения электрона около одного или другого протона:

$$\begin{aligned} |a_1|^2 &= \frac{1}{2} (1 + \cos \omega t) \\ |a_2|^2 &= \frac{1}{2} (1 - \cos \omega t) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Таким образом, в вырожденной системе (атом водорода + протон) с частотой  $\omega$  происходит перескок электрона с одного протона на другой.

В энергетическом плане частота  $\omega$  соответствует энергии туннельного расщепления, возникающего за счет перескока электрона (Рис.4.1).

В результате за счет обмена электроном между протонами возникает взаимное притяжение, обусловленное понижением их энергии на величину:

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{\hbar \omega}{2} \quad (4.22)$$

Это притяжение является сугубо квантовым эффектом, подобного эффекта в классической физике не существует.

Величина туннельного расщепления (и энергия взаимного притяжения между протонами) зависит от двух параметров:

$$\Delta = |E_0| \cdot \Lambda(x), \quad (4.23)$$

здесь  $E_0$  - энергии невозмущенного состояния системы (т.е. энергии электрона, связанного с одним из ядер при втором ядре, удаленном на бесконечность),

функция  $\Lambda(x)$  выражает зависимость энергии обмена от безразмерного

расстояния между протонами  $x$ . Эта зависимость от расстояния между ядрами в соответствии с (4.17) имеет вид

$$\Lambda(x) = \frac{Y_{12} - SY_{11}}{(1 - S^2)} \quad (4.24)$$

Графическая оценка величины обменного расщепления  $\Delta\mathcal{E}$  показывает, что этот эффект экспоненциально быстро уменьшается с увеличением расстояния между протонами в полном соответствии с закономерностью прохождения частицы через барьер.

## 4.2 Ион молекулы водорода

Квантово-механическое описание простейшей молекулы - молекулярного иона водорода - было впервые получено в 1927 году В.Гайтлером и Ф.Лондоном [15]-[16].

При этом были вычислены так называемый кулоновский интеграл (4.9):

$$Y_{11} = 1 - (1 + x)e^{-2x}, \quad (4.25)$$

обменный интеграл (4.9)

$$Y_{12} = x(1 + x)e^{-x} \quad (4.26)$$

и интеграл перекрытия (4.8)

$$S = \left(1 + x + \frac{x^2}{3}\right)e^{-x}, \quad (4.27)$$

где  $x = \frac{R}{a_B}$  - безразмерное расстояние между протонами.

В рассматриваемом случае для иона молекулярного водорода в соответствии с формулами боровского атома имеем

$$\mathcal{E}_0 = -\frac{e^2}{2a_B}. \quad (4.28)$$

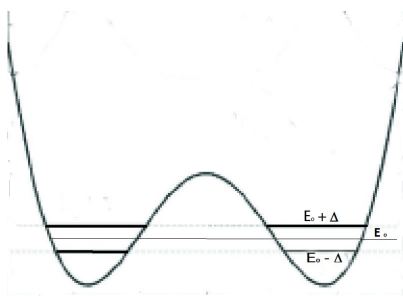


Рис. 4.1: Схематическое изображение потенциальной ямы с двумя симметричными состояниями. Знаком  $E_0$  обозначен невозмущенный уровень, который за счет перескока электрона расщепляется на два подуровня. Нижнему подуровню соответствует понижение энергии системы на величину  $\Delta$ .

и функция

$$\Lambda(x) = \frac{x(1+x)e^{-x} - \left(1+x+\frac{x^2}{3}\right) [1 - (1+x)e^{-2x}]}{1 - \left(1+x+\frac{x^2}{3}\right)^2 e^{-2x}}. \quad (4.29)$$

Варьируя функцию  $\Lambda(x)$  получаем, что энергия системы имеет минимум при  $x \simeq 1.3$  где

$$\Lambda_{x=1.3} \simeq 0.43. \quad (4.30)$$

После подстановок этих значений получаем, что в этом случае энергия взаимного притяжения протонов достигает максимальной величины

$$\Delta_{max} \simeq 9.3 \cdot 10^{-12} \text{erg}. \quad (4.31)$$

Из измерений следует, что расстояние между протонами в ионе молекулы водорода  $x \simeq 2$ , а энергия разрыва этого иона на протон и атом водорода близка к  $4.3 \cdot 10^{-12} \text{erg}$ . Таким образом, результат вычислений совпадает с измерениями с точностью примерно до двойки.

Замечательное проявление притяжения, возникающего между ядрами, обменивающимися электроном, обнаруживает себя в молекулярном ионе гелия. Молекулы  $He_2$  не существует, однако нейтральный атом гелия вместе однократно ионизированным атомом образуют устойчивую конструкцию - молекулярный ион. Так как радиусы s-оболочек атома водорода и атома гелия оба равны  $a_B$ , расстояние между ядрами в молекулярном ионе гелия, как и в молекулярном ионе водорода,  $x \simeq 2$ , а энергия разрыва примерно  $4.1 \cdot 10^{-12} \text{erg}$ .

Для того, чтобы добиться лучшего согласия результатов вычислений с данными измерений исследователи обычно проводят вариацию уравнения Шредингера еще по одному параметру - заряду электронного облака. В этом случае согласие вычислений с опытом оказывается вполне хорошим, но эта процедура выходит за рамки интересующего нас простого рассмотрения эффекта.

## 4.3 Дейтрон

Электромагнитная модель нейтрона, рассмотренная выше, позволяет по-новому взглянуть на механизм взаимодействия нейтрона с протоном. Нейтрон - т.е. протон, окруженный релятивистским электронным облаком - и свободный протон составляют вместе объект, подобный молекулярному иону водорода. Различие в том, что в данном случае электрон является релятивистским, и радиус его орбиты  $R_e \approx 10^{-13}$  см (2.30).

Энергия, которую приносит релятивистский электрон при образовании нейтрона в невозмущенном состоянии была вычислена раньше (2.40):

$$E_0 = 1.9 \cdot m_e c^2 \quad (4.32)$$

Максимум функции  $\Lambda(x)$  в соответствии с (4.30)

$$\Lambda_{max} = 0.43, \quad (4.33)$$

при безразмерном расстоянии между протонами  $x = \frac{R}{R_e} = 1.3$ .

С учетом вычисленной ранее величины радиуса электронной орбиты (2.30) получаем, что энергетически выгодное расстояние между нуклонами в дейтроне

$$R_d = x \cdot R_e = 1.3 \cdot 1.0352 \cdot 10^{-13} = 1.346 \cdot 10^{-13} \text{ см} \quad (4.34)$$

Значения энергии связи между нуклонами принято выражать через величину дефекта масс в атомных единицах массы а.е.м., имеющих международное обозначение  $u$ . При чем

$$1u \equiv 1 \text{ а.е.м.} = 1.6605402 \cdot 10^{-24} \text{ г.} \quad (4.35)$$

В этих единицах понижение энергии двух протонов, обменивающихся релятивистским электроном, имеет величину:

$$\Delta_0 = \Lambda_{max} \mathcal{E}_0 \simeq 10^{-3} u. \quad (4.36)$$

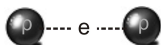


Рис. 4.2: Схематическое изображение дейтрона. Пунктирная линия схематически отображает возможность перескока релятивистского электрона с одного протона на другой.

Чтобы сравнить эту энергию с данными измерений, нужно вычислить дефект массы частиц, образующих дейтрон

$$\Delta M_D = M_p + M_n - M_D \approx 2.3414 \cdot 10^{-3} u \quad (4.37)$$

(Здесь

$M_p = 1.007276466621$  u - масса протона,

$M_n = 1.00866491560$  u - масса нейтрона,

$M_D = 2.01355$  u - масса дейтрона).

Таким образом можно считать, что для дейтрона квантово-механическая оценка (4.36), также как и в случае молекулярного иона водорода, по порядку величины согласуется с экспериментально измеренной величиной

энергии связи (4.37), хотя в обеих случаях их совпадение без дополнительных поправок оказывается не очень точным.



## Глава 5

# Энергия связи легких ядер

### 5.1 Изотопы гелия

Из рис.5.1 пунктирными линиями схематически показаны возможные пути перескока релятивистского электрона с одного протона на другой. Это

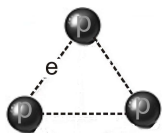


Рис. 5.1: Схематическое изображение ядра  ${}^3_2\text{He}$ .

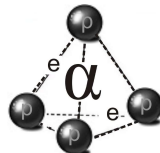


Рис. 5.2: Схематическое изображение ядра  ${}^4_2\text{He}$ .

означает, что энергетические связи в ядре  ${}^3_2\text{He}$  составлены тремя парными взаимодействиями протонов, а полная энергия связи этого ядра должна быть равна утроенной энергии связи дейтрона (4.37):

$$\delta M_{\text{He3}} = 3 \cdot \Delta M_D \approx 7.0242 \cdot 10^{-3} u. \quad (5.1)$$

Экспериментально измеренный дефект массы этого ядра равен

$$\Delta M(\text{He3}) = 2M_p + M_n - M_{\text{He3}} = 8.2878 \cdot 10^{-3} u. \quad (5.2)$$

Таким образом вычисленный дефект массы этого ядра можно считать вполне согласующимся с его измеренным значением.

Из схемы энергетических связей в ядре  ${}^4_2\text{He}$ , показанной на рис.5.5, видно, что эти связи образованы шестью парными взаимодействиями протонов  $\Delta M_D$ , реализуемыми двумя электронами. По этой причине можно предполагать, что энергия связи ядра  ${}^4_2\text{He}$  должна быть равна:

$$\delta M_\alpha = 2 \cdot 6 \cdot \Delta M_D \approx 28.1 \cdot 10^{-3} u. \quad (5.3)$$

Измеренный дефект массы этого ядра равен

$$\Delta M_{\alpha} = 2M_p + 2M_n - M_{\alpha} = 30.38 \cdot 10^{-3} u. \quad (5.4)$$

Такое согласие этих величин можно считать вполне удовлетворительным.

## 5.2 Изотопы бериллия

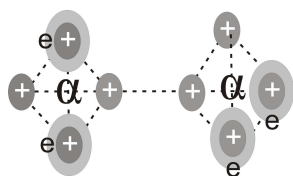


Рис. 5.3: Схематическое изображение энергетических связей в ядре Be-8.

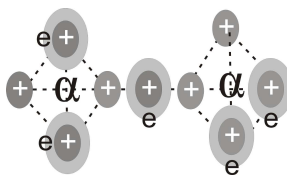


Рис. 5.4: Схематическое изображение энергетических связей в ядре Be-9.

Сравнение энергий связи изотопов бериллия указывает путь к вычислению дефектов масс тяжелых ядер.

Если сравнить энергию связи ядра  ${}^8_4\text{Be}$  с удвоенной энергией связи альфа-частицы, то можно прийти к выводу, что это ядро должно быть нестабильным. При его распаде на альфа-частицы должна выделяться энергия, соответствующая дефекту массы, который оказывается в данном

| isotope    | M<br>u      | $\Delta M$<br>$10^{-3}u$ | $N_d$ | $\delta M = N_d \cdot \Delta M_D$<br>$10^{-3}u$ | $\frac{\Delta M - \delta M}{\Delta M}$<br>% |
|------------|-------------|--------------------------|-------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| ${}^2_1D$  | 2.01355     | 2.3414                   | 1     | -                                               |                                             |
| ${}^3_2He$ | 3.01493     | 8.2878                   | 3     | 7.0242                                          | 15                                          |
| ${}^4_2He$ | 4.001506179 | 30.377                   | 12    | 28.097                                          | 7.5                                         |
| ${}^8_4Be$ | 8.00530510  | 58.46                    | 24    | 56.194                                          | 3.9                                         |
| ${}^9_4Be$ | 9.0121822   | 60.248                   | 26    | 60.876                                          | 1                                           |

Таблица 5.1: Сравнение вычисленных значений дефекта массы легких ядер с измеренными величинами.

случае отрицательным:

$$\Delta M(Be8) = 2M_\alpha - M_{Be8} = -2.29 \cdot 10^{-3}u \quad (5.5)$$

И действительно, измерения показывают, что ядро  ${}^8_4Be$  является короткоживущим. Оно распадается на две альфа-частицы при времени жизни примерно  $10^{-17}$  сек.

Однако если к ядру  ${}^8_4Be$  присоединить нейтрон, чтобы сконструировать ядро  ${}^9_4Be$  (рис.5.4), в результате получаем, устойчивое ядро с дефектом массы:

$$\Delta M(Be9) = 4 \cdot M_p + 5 \cdot M_n - M_{Be9} = 60.25 \cdot 10^{-3}u. \quad (5.6)$$

Таким образом, присоединение нейтрона связывает альфа-частицы и конструкция, показанная на рис.(5.4), становится стабильной.

Дефект массы альфа-частицы в соответствии с равенством (5.3) равен  $12 \cdot \Delta M_D$ . Две альфа-частицы соответственно создают дефект массы

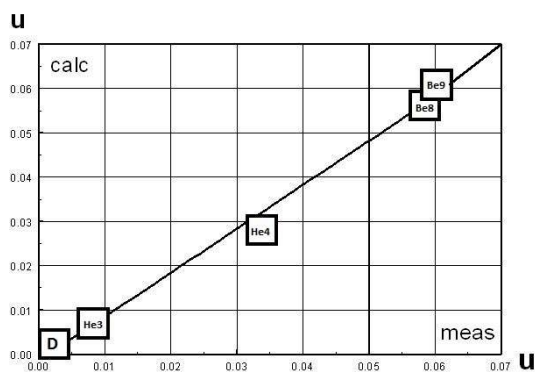


Рис. 5.5: Сравнение вычисленных значений дефекта массы легких ядер с данными измерений.

$24 \cdot \Delta M_D$ . К этой величине нужно добавить удвоенный дейтронный дефект массы  $2 \cdot \Delta M_D$ , так как электрон дополнительного нейтрона, соединяющего альфа-частицы (рис.5.4), имеет возможность переходить на свободные протоны соседних с ним альфа-частиц.

В результате получаем суммарный дефект массы ядра  ${}^9_4\text{Be}$

$$\delta M(\text{Be}9) = 26 \cdot \Delta M_D = 60.88 \cdot 10^{-3} u. \quad (5.7)$$

Хорошее согласие этой оценки с экспериментальным значением (5.6) говорит о том, что нейтрон может связывать альфа-частицы между собой, играя роль некоего "клея".



## Глава 6

# Дефекты масс тяжелых ядер

### 6.1 Кристаллическая модель тяжелых ядер

Принимая во внимание схему строения ядра  ${}^9_4\text{Be}$  (рис.5.4), по аналогии другие стабильные тяжелые ядра можно представить в виде "кристаллов", состоящих из альфа-частиц, "скленных" друг с другом нейтронами (рис.6.1).

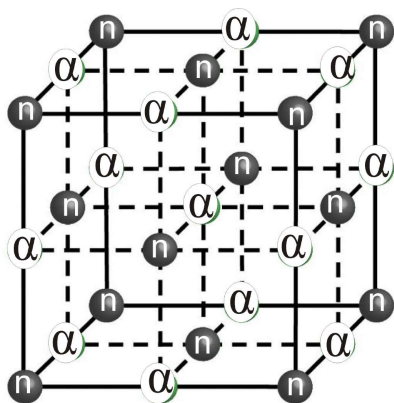


Рис. 6.1: Схематическое изображение "кристаллической" модели тяжелого ядра, в котором альфа-частицы "склеены" между собой нейтронами.

Элементарную ячейку такого "кристалла" можно представить в виде альфа-частицы, связанной с шестью нейтронами, "склеивающими" ее с другими альфа-частицами по трем осям "кристалла" (Рис.6.2).

Для получения численной оценки энергии связи тяжелых ядер (с четным числом протонов) введем следующие обозначения:

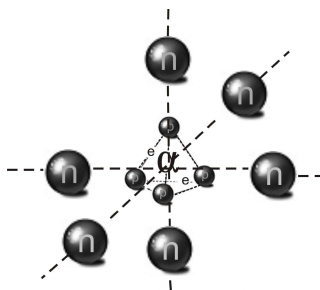


Рис. 6.2: "Элементарная ячейка" трехмерной "кристаллической" модели тяжелого ядра, в котором альфа-частицы "склеены" между собой нейтронами.

$A$  - суммарное число нуклонов в ядре,

$Z$  - число протонов в ядре,

$N_n = A - Z$  - число нейтронов,

$N_\alpha = Z/2$  - число альфа-частиц,

$N_{glue} = N_n - Z$  - избыточное число нейтронов, "склеивающих" альфа-частицы.

Величина экспериментально измеренного дефекта массы для изотопа с большим числом нуклонов вычисляется по формуле:

$$\Delta M_{isotop} = M_p \cdot Z + M_n \cdot N_n - M_{isotop}. \quad (6.1)$$

Здесь  $M_{isotop}$  - измеренная масса изотопа.

Как и ранее (4.37), будем полагать дефект массы дейтрона

$$\Delta M_D = 2.3414 \cdot 10^{-3} u. \quad (6.2)$$

Умножая величину дефекта массы одной альфа-частицы (5.3) на их количество в ядре  $N_\alpha = \frac{Z}{2}$ , получаем величину связанного с ними дефекта массы ядра:

$$\delta M_{\Sigma\alpha} = \frac{Z}{2} \cdot \delta M_\alpha = 6Z \cdot \Delta M_D. \quad (6.3)$$

Полагая, что элементарной ячейке "кристаллического" ядра находится шесть "склеивающих" нейтронов (Рис.6.2), и каждый из них имеет по две дейтронные связи (одну с данной альфа-частицей, а другую - с соседней), то их вклад в суммарный дефект массы ядра:

$$\delta M_{\Sigma glue} = 12 \cdot N_{glue} \cdot \Delta M_D. \quad (6.4)$$

Учитывая, что в большом ядерном "кристалле" число "склеивающих" нейтронов должно быть равно числу альфа-частиц (Рис.6.2), получаем их суммарный дефект массы:

$$\delta M(nucl) = \delta M_{\Sigma\alpha} + \delta M_{\Sigma glue} = 12 \cdot Z \cdot \Delta M_D = 2.8097 \cdot 10^{-2} \cdot Z u. \quad (6.5)$$

## 6.2 Учет поправки на кулоновское взаимодействие

Для более точного описания полной энергии связи в ядрах нужно ввести поправку на кулоновское взаимодействие нуклонов.

Принято считать [13], что ядра состоят из вещества с одинаковой плотностью

$$\gamma_n \approx 10^{14} \text{ g/cm}^3 \quad (6.6)$$

Масса сферического тела с радиусом  $R$  из такого вещества

$$\frac{4\pi}{3} \gamma_n R_n^3 = A M_n \quad (6.7)$$

(Здесь  $M_n$  и  $A$  - масса нуклона и их число в ядре.)

Отсюда можно определить радиус ядра с постоянной плотностью  $\gamma_n$

$$R_n = 1.59 \cdot 10^{-13} \sqrt[3]{A} \quad (6.8)$$

Кулоновская энергия такого сферического ядра с учетом поля, создаваемого им во внешнем пространстве

$$\mathcal{E}_Q = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_n} = 8.72 \cdot 10^{-7} \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} \text{ erg} \quad (6.9)$$

Отсюда, переходя к атомным единицам массы, получаем

$$\mathcal{E}_Q = 5.85 \cdot 10^{-4} \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} u. \quad (6.10)$$

Таким образом полный дефект массы ядер получается равным

$$\delta M_n = 2.81 \cdot 10^{-2} \cdot Z - 5.85 \cdot 10^{-4} \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} u, \quad (6.11)$$

что хорошо согласуется с данными измерений (Рис.6.3).

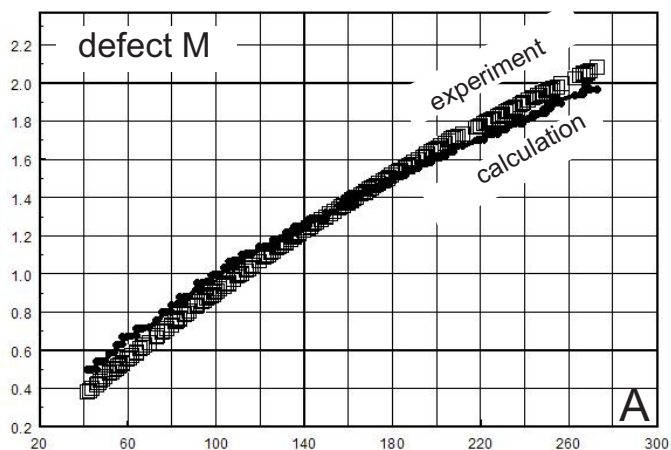


Рис. 6.3: Сравнение дефектов массы ядер, вычисленных по формуле (6.11), с экспериментально измеренными значениями  $\Delta M$  (6.1).

# Часть V

## Заключение



Хорошее согласие вычисленной энергии связи с данными измерений позволяет считать, что ядерные силы имеют описанный выше квантово-механический характер.

Квантово-механический характер ядерных сил позволяет вычислить их величину и радиус действия.

Это дает физическое объяснение гипотезе Хидеки Юкавы о том, что ядерные силы должны описываться экранированным потенциалом, обрезаящим их действие на малых расстояниях.

Кажется, что рассмотренную выше модель, в которой ядра состоят из протонов и электронов, можно считать неким развитием идеи сэра Джозефа Джона Томсона, который предположил подобное строение атома в самом начале прошлого века. Однако после открытия нейтронов, модель Томсона стала казаться представляющей чисто исторический интерес.

Позже, в 30-е годы прошлого века, на возможность объяснения ядерных сил на основе эффекта обмена электроном обратил внимание И.Е.Тамм [10]. Однако вскоре в ядерной физике преобладающей стала модель обмена  $\pi$ -мезонами, а потом глюонами. Причина этого понятна. Для объяснения величины и радиуса действия ядерных сил нужна тяжелая частица с малой собственной длиной волны. Нерелятивистский электрон для этого не подходит. Однако с другой стороны, модели  $\pi$ -мезонного или глюонного обмена тоже не оказались продуктивными. Дать количественное объяснение энергии связи даже легких ядер эти модели не смогли.

Приведенная выше простая и согласующаяся с измерениями оценка дефекта массы ядер является однозначным доказательством того, что, так называемое, сильное взаимодействие является проявлением квантово-механического эффекта притяжения между протонами, возникающего за счет их обмена релятивистским электроном.

Описанный выше простой подход к вычислению дефектов массы ядер



Рис. 6.4: Сэр Джозеф Джон Томсон, создавший в 1903 году модель, в которой атомы состояли только из положительных зарядов и электронов, названную "пудингом с изюмом".

дает хорошее совпадение с данными измерений. Это позволяет считать, что более ранние теории ядерных сил, такие как капельная или оболочечная модели ядра, в плане вычисления энергии связи ядер могут рассматриваться имеющими исторический интерес.

Используя данные о дефекте масс ядер, можно поставить вопрос о том для каких ядер возможен альфа-распад, а для каких нет.

Пусть исходное ядро  ${}^A_ZX$  имеет массу  $M({}^A_ZX)$ .

Обозначим разницу масс продуктов его гипотетического альфа-распада

и его массы

$$\Delta M = M({}_{Z-2}^{A-4}X) + M_{\alpha} - M({}_Z^AX). \quad (6.12)$$

Если  $\Delta M > 0$ , альфа-распад такого ядра невозможен. На рисунке (6.5) эти ядра лежат левее наблюдаемой границы стабильности, обозначенной вертикальной линией.

В тех ядрах, для которых  $\Delta M < 0$ , возможен альфа-распад.

Эксперименты показывают, что чем больше энергия альфа-распада, тем короче время жизни этого ядра. Объяснить это можно, если учесть существование открытого почти сто лет назад закона Гейгера-Неттолла, который описывает свойства альфа-активных ядер. Время их жизни уменьшается на почти двадцать порядков (!) при двукратном увеличении энергии вылетающей альфа-частицы. То есть при увеличении кулоновской энергии ядра - просто при увеличении зарядового числа ядра.

Таким образом не существует никаких причин для возникновения "островов стабильности" среди альфа-активных ядер, и вся деятельность по их поиску выглядит лишенной научного основания.

В начале этого обзора было отмечено, что среди микроскопических теорий, разработанных в XX веке и по сей день считающихся общепринятыми, имеется около десяти таких, которые требуют коренного пересмотра, поскольку они не базируются на равенствах, состоящих из мировых констант, и поэтому не согласуются с принципом достоверности микроскопической теории (Гл.1.2).

Это в полной мере относится к некоторым теориям объектов микромира.

В физике частиц принято считать, что нейтрон состоит из трех дробно-заряженных кварков нижнего уровня. Это дает объяснение явлению превращения нейтрона в протон. Для его осуществления нужно только чтобы всего один из d-кварков нейтрона каким-то образом превратился в

и-кварк.

Однако этот подход, как и некоторые другие общепринятые в настоящее время теории, описывающие объекты микромира, не ведут к возникновению формул, состоящих из мировых констант.

Согласно электромагнитной модели нейтрон является корпускулой, подобной атому водорода, но с релятивистским электроном [3].

Базовым для этих вычислений является равенство (2.28), определяющее безразмерный параметр равновесия системы  $\vartheta$  через соотношение только мировых констант.

Последующие несложные вычисления позволяют определить все основные свойства нейтрона (и гиперонов) через параметр  $\vartheta$ , т.е. выразить их в неявной форме через мировые константы.

Важно, что вычисленные таким образом значения хорошо согласуются с данными измерений.

Главный вопрос, решаемый моделью дробно заряженных кварков низшего уровня, - это превращение нейтрона в протон.

В электромагнитной модели составного нейтрона превращение нейтрона в протон не требует специального объяснения - это просто отрыв электрона или ионизация.

При этом описание нейтрона, согласующееся с принципом достоверности микроскопической теории, позволяет рассмотреть возникновение ядерных сил как результат простого и хорошо известного квантово-механического эффекта Гайтлера-Лондона [14], и при изучении их природы нет нужды вводить глюоны как переносчики сильного взаимодействия, поскольку сильное взаимодействие есть просто другое название силы Гайтлера-Лондона.

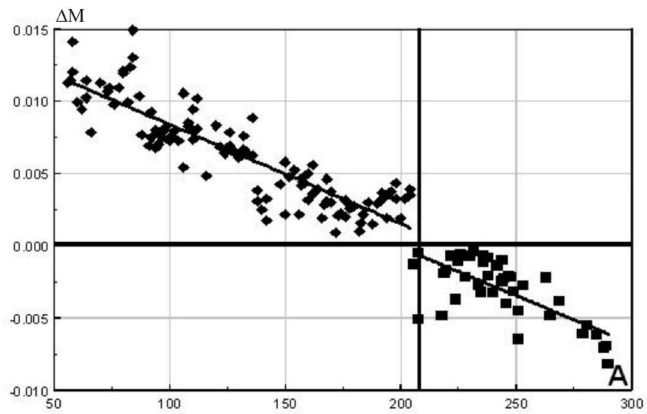


Рис. 6.5: Стабильные ядра с  $\Delta M > 0$  лежат левее наблюдаемой границы стабильности, обозначенной вертикальной линией. В ядрах, для которых  $\Delta M < 0$ , возможен альфа-распад.



# Литература

- [1] W.Gilbert (1600)  
De magneto magneticisque corporibus et de magno magnete tellure,  
London  
О магните, магнитных телах и большом магните — Земле. М., (1956).
  
- [2] B.V.Vasiliev (2020)  
Principles of Constructing a Correct Microscopic Theory  
Journal of Modern Physics, Vol.11 No.6, 907-919.
  
- [3] Vasiliev BV.  
On Nature of Hyperons,  
Journal of Modern Physics.  
Vol.10 No.13,pp.1487-1497(2019)  
<https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=96226>

- [4] B.V.Vasiliev :  
On the Disservice of Theoretical Physics (Work on the Bugs),  
Journal of Pure and Applied Physics, Volume 3, Issue 2  
<http://www.rroij.com/open-access/on-the-disservice-of-theoretical-physics-work-on-the-bugs.php?aid=61047>  
<http://n-t.ru/tp/ns/ov.htm>
  
- [5] Vasiliev BV.:  
On The Mass Spectrum of Elementary Particles  
Adv Theo Comp Phy 4(1): 52-59 (2021)  
<https://opastonline.com/open-access/on-the-mass-spectrum-of-elementary-particles.pdf>
  
- [6] Bethe, H.A. and Morrison, P.(1956)  
Elementary Nuclear Theory, NY
  
- [7] Vasiliev B.V. (2015)  
About Nature of Nuclear Forces, Journal of Modern Physics. 6: 648-659  
<http://www.scirp.org/Journal/PaperInformation.aspx?PaperID=55921>
  
- [8] Landau L.D. and Lifshitz E.M.(1971)  
The Classical Theory of Fields ( Volume 2 of A Course of Theoretical PhysPergamon Press, N.Y.
  
- [9] Vasiliev, B.V. (2015)  
Some Separate Problems of Microcosm: Neutrinos, Mesons, Neutrons

and Nature of Nuclear Forces

International Journal of Modern Physics and Application, v.3, n.2: 25-38

<http://www.aascit.org/journal/archive2?journalId=909&paperId=3935>

- [10] Tamm I.E. (1934)  
Neutron-Proton Interaction, Nature **134**, 1011
- [11] B.V.Vasiliev (2017)  
The Electromagnetic Model of Neutron and Nature of Nuclear Forces  
SciFed Journal of Nuclear science,1:1  
<http://scifedpublishers.com/fulltext/the-electromagnetic-model-of-neutron-and-nature-of-nuclear-forces/21910>
- [12] B.V.Vasiliev (2022)  
About Nature of Nuclear Forces,  
Physical Science International Journal  
Volume 26, Issue 8, Page 1-20, 2022  
  
<https://doi.org/10.9734/psij/2022/v26i8757>
- [13] Сивухин Д.В.  
Курс физики, Том 5,  
Атомная и ядерная физика, 2002.
- [14] Vasiliev BV. (2017)  
The Electromagnetic Model of Neutron and Nature of Nuclear Forces  
SciFed Journal of Nuclear Science 1:2, <http://scifed.com/fulltext/the-electromagnetic-model-of-neutron-and-nature-of-nuclear-forces/21910>

- [15] Heitler W., London F. (1927)  
Wechselwirkung neutraler Atome und homöopolare Bindung nach der  
Quantenmechanik,  
Zeitschrift für Physik, 44, pp.455-472.
- [16] Flüge S.: Practical Quantum Mechanics I, Berlin-NY, (1973)