

Основы теории эксцентрических систем координат

В.М. Беляев

Свободный исследователь, 634045 Томск, Россия

belyaev_vm@tpu.ru

Аннотация

Предложен новый подход к описанию движения в инерциальных системах отсчёта, основанный на эксцентрических системах координат (ЭСК). В отличие от преобразований Лоренца, ЭСК сохраняют единый эталон протяжённости по всем осям, принцип одновременности событий и используют изохронные эксцентрические сферы в качестве координатных поверхностей. Показано тождество формул Кеплера и Эйнштейна при замене эксцентриситета орбиты на относительную скорость. Построено семейство координатных систем: сопутствующая сферическая (СССК), косоугольная эксцентрическая (КЭСК), ортогональная эксцентрическая (ОЭСК) и её модификация на основе конформного отображения Мёбиуса (ОЭСК-М). Приведены формулы связи, метрики, символы Кристоффеля и дифференциальные операторы для всех систем.

Ключевые слова: эксцентрические системы координат, преобразование Мёбиуса, абберация света, быстрота, тождество Кеплера–Эйнштейна, функция тока, конформное отображение.

Abstract: A new approach to describing motion in inertial reference frames is proposed, based on eccentric coordinate systems (ECS). Unlike Lorentz transformations, ECS preserve a single length standard along all axes, the principle of simultaneity of events, and use isochronous eccentric spheres as coordinate surfaces. The identity of Kepler's and Einstein's formulas is shown when replacing the orbital eccentricity with relative velocity. A family of coordinate systems is constructed: comoving spherical (CSSC), oblique eccentric (OESC), orthogonal eccentric (OrESC) and its modification based on Möbius conformal mapping (OrESC-M). Connection formulas, metrics, Christoffel symbols, and differential operators for all systems are provided.

Keywords: eccentric coordinate systems, Möbius transformation, light aberration, rapidity, Kepler–Einstein identity, stream function, conformal mapping.

Лицензия: CC BY 4.0 (Creative Commons Attribution 4.0 International).

1 Введение

В настоящей статье используется следующая система терминов и обозначений:

1. S — базовая инерциальная система отсчёта (ИСО), условно покоящаяся относительно физического пространства, каждая точка которого является источником и стоком энергии, распространяющейся во все стороны со скоростью света c ;
2. S' — движущаяся относительно S ИСО со скоростью $\mathbf{v}$ вдоль оси Z ; $\beta = v/c$ — относительная скорость движения ИСО S' в ИСО S ; $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ — множитель в преобразованиях Лоренца.

-

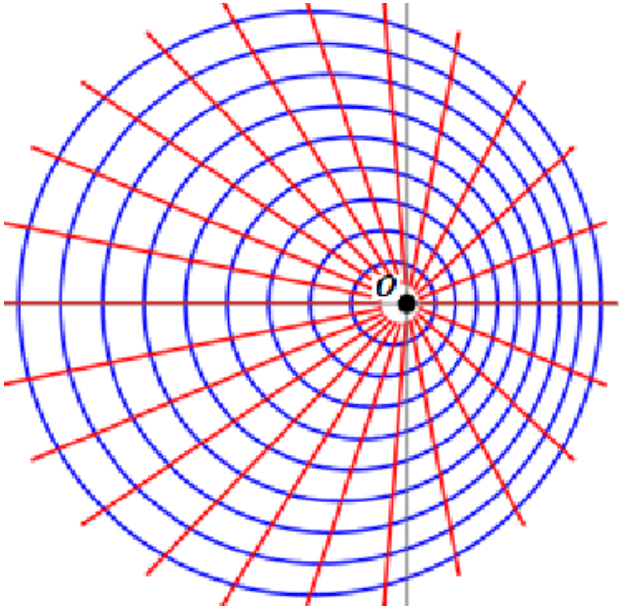


Рис. 2: Сетка косоугольной эксцентрической системы координат (КЭСК)

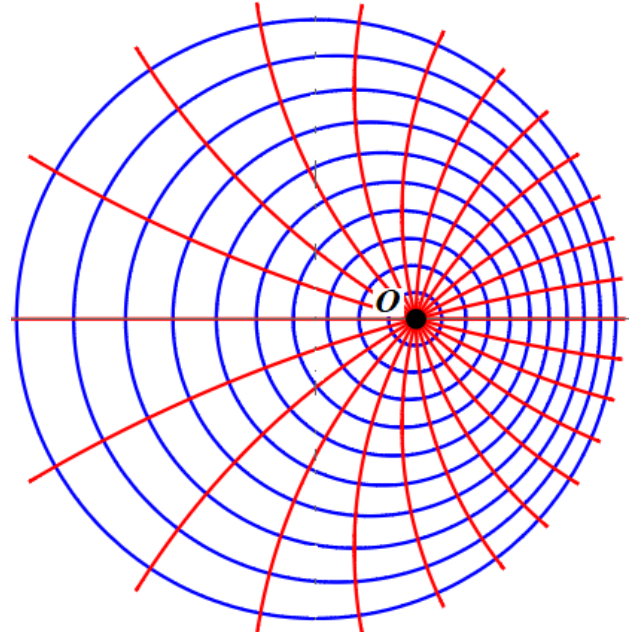


Рис. 3: Сетка ортогональной эксцентрической системы координат (ОЭСК)

4. Эквивалентность массы и энергии $E = mc^2$ — основа ядерной физики.
5. Практические применения: GPS, синхронизация часов, ускорители частиц.
6. Замедление времени для мюонов космических лучей (1963 г.).

Эти достижения не оспариваются. Однако методология, на которой они основаны — преобразования Лоренца и геометризация тяготения, — требует критического анализа.

3 Критика преобразований Лоренца и СТО

Анализ работ Эйнштейна [1–2] выявил ряд противоречий и изъянов, которые не получили удовлетворительного объяснения в рамках теории относительности.

3.1 Невыполнение векторного уравнения движения фронта световой волны

Преобразования Лоренца (ПЛ) в координатной записи уравнений движения фронта световой волны в ИСО S и S' имеют вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (1)$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (2)$$

А эквивалентные векторные уравнения в ИСО S' имеют вид:

$$\vec{r}' \cdot \vec{r}' = \vec{c} \cdot \vec{c} t'^2 \quad (3)$$

$$\vec{r}' \cdot (-\vec{r}') = \vec{c} \cdot (-\vec{c}) t'^2 \quad (4)$$

$$(-\vec{r}') \cdot (-\vec{r}') = (-\vec{c}) \cdot (-\vec{c}) t'^2 \quad (5)$$

Проверка показывает, что при подстановке в уравнения (3) координат и времени двух геометрически диаметрально противоположных точек-событий (x', y', z', t') и $(-x', -y', -z', t')$ уравнение (3b) не выполняется, что указывает на неполноту преобразований Лоренца.

3.2 Отброшенный отрицательный корень

При выводе ПЛ Эйнштейном было отброшено отрицательное значение функции $\varphi(v) = -1$. Это скрыло истинный смысл преобразования: то, что уравнение сферы при $t = \text{const}$ (1) преобразуется не в сферу, а в эллипсоид, вытянутый вдоль оси x с коэффициентом растяжения γ . Как видно из рис. 4, эксцентриситет эллипсоида $e = \beta$, малая полуось $b = \tau$, большая полуось $a = \gamma\tau$, фокусы эллипсоида F_1 и F_2 лежат на оси x' по обе стороны от начала координат на расстояниях $f = \gamma\beta\tau$. При замене переменных t и $\tau = ct$ пропорциональными величинами, истинные формулы преобразования Лоренца примут следующий вид:

$$\tau' = \gamma(\tau - \beta R), \quad R' = \gamma(R - \beta\tau) \quad (6)$$

$$\tau' = \gamma(\tau + \beta R), \quad R' = \gamma(R + \beta\tau) \quad (7)$$

где (6а, 6b) соответствует фокусу F_1 , а (6с, 6d) — фокусу F_2 .

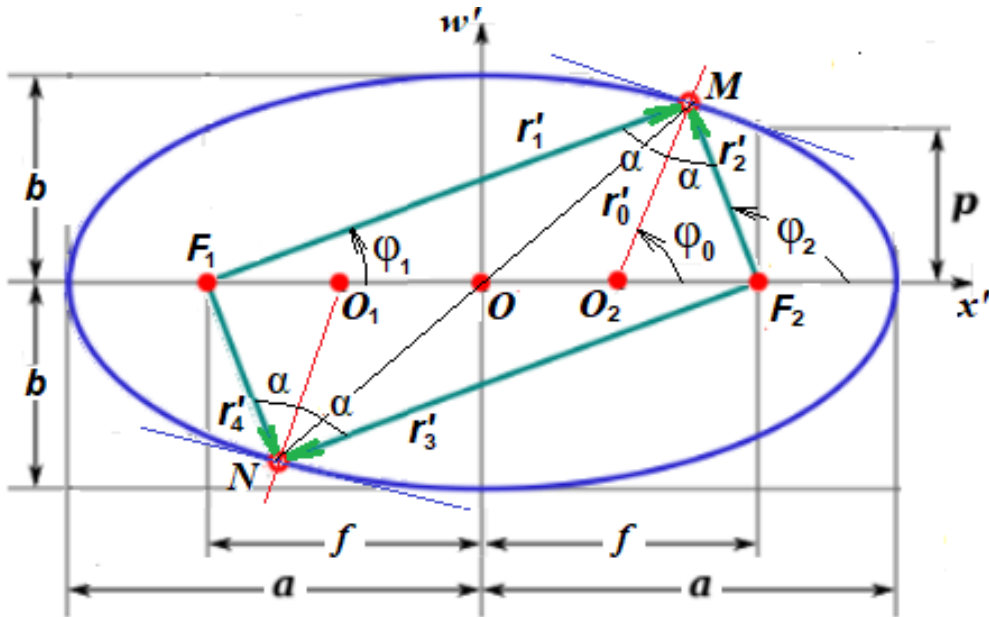


Рис. 4: Графическое представление корней системы эквивалентных уравнений (1, 2) в плоскости, проходящей через ось Z .

В итоге, отбрасывание отрицательного значения функции $\varphi(v) = -1$ привело к потере корней ПЛ и скрыло истинную геометрию преобразования как аффинного отображения пространства в себя (однородное растяжение сферы вдоль оси x).

Обратим внимание, что формулы связи радиус-векторов в (6) отвечают двум фокусам эллипсоида F_1 и F_2 , прежде всего потому, что таково свойство эллипсоида, полученного однородным растяжением сферы вдоль оси x (аффинное отображение пространства в себя). Определить уравнение эллипсоида в полярной системе координат можно только с использованием двух фокальных радиус-векторов. Именно поэтому преобразования Лоренца, как параметры одного фокального радиус-вектора, не полностью удовлетворяют эквивалентности уравнений (1, 2).

Заметим также, что формулы (6) можно получить после растяжения треугольника Галилея по линии движения с коэффициентом растяжения γ , что говорит о полной совместимости ПЛ с преобразованием Галилея.

3.3 Разные эталоны протяжённости

Графическое изображение множества событий $M(x, y, z, t = \text{const})$ в системе S' показывает, что координатная система S' получается однородным растяжением (гомотетией) вдоль оси x пространства системы S . При этом единица измерения протяжённости (эталон) вдоль оси x' системы S' в γ раз короче эталона по другим осям и единого эталона системы S . Это означает, что в СТО используются разные эталоны протяжённости в одной и той же системе координат — вдоль линии движения и перпендикулярно ей.

3.4 Часы Эйнштейна–Ланжевена

Часы Эйнштейна–Ланжевена, состоящие из пары параллельных зеркал, закреплённых на жёстком стержне, в силу разных эталонов протяжённости в системе S' должны показывать разное время при изменении ориентации. Совместное решение уравнений $\Delta t'_{\parallel} = \gamma \Delta t$ и $\Delta t'_{\perp} = \Delta t / \gamma$ даёт $\Delta t'_{\parallel} / \Delta t'_{\perp} = \gamma^2$. Это означает, что показания часов верны только при положении зеркал в плоскости $x' = 0$.

Однако при классическом подходе, с учётом реального изменения размеров тел, показания часов Эйнштейна–Ланжевена не зависят от ориентации. Это означает, что показания часов движущейся СК равны показаниям часов покоящейся СК, а величина t' в ПЛ является всего лишь параметром перемещения светового сигнала в деформированной системе координат.

3.5 Философские противоречия

Отказ от одновременности событий в разных ИСО игнорирует принцип сосуществования материальных объектов. Отказ от материальности пространства лишает физику её объективной основы. По сути, ПЛ связывают не координаты и время как таковые, а координаты и модули векторов результата движения кванта света в двух ИСО, имеющих собственные масштабы.

4 Краткая критика ОТО

Общая теория относительности, интерпретирующая тяготение как кривизну пространства-времени, достигла значительных успехов в объяснении наблюдаемых явлений. Однако она сталкивается с принципиальными трудностями:

- Сингулярности (чёрные дыры, космологическая сингулярность) — физическая бессмысленность, указывающая на неполноту теории.
- Проблема тёмной материи и тёмной энергии — необходимость введения ненаблюдаемых сущностей для согласования теории с наблюдениями.
- Зависимость от выбора координат — ненаблюдаемость гравитационной энергии в общей формулировке.
- Геометризация без физического механизма — кривизна пространства-времени описывает следствие, но не объясняет причину тяготения.
- Несовместимость с квантовой механикой — отсутствие квантовой теории гравитации.

5 Новый подход — эксцентрические системы координат

Основой нового подхода является идея измерения времени одним движением, принимаемым за эталонное [3–5], которая почти тождественна постулату Эйнштейна о постоянстве скорости света в разных ИСО. Однако реализация этой идеи в СТО через преобразования Лоренца привела к описанным выше противоречиям.

Новый подход сохраняет фундаментальную идею — измерение времени через эталонное движение (свет) — но реализует её без преобразований Лоренца и без деформации пространства. Ключевые принципы:

1. Сохранение принципа одновременности событий в разных ИСО.
2. Единый эталон протяжённости в разных ИСО по всем координатным осям.
3. Изохронные координатные поверхности — эксцентрические сферы с экс-центрами, лежащими на линии движения на расстояниях, равных βR сзади от начала координат.
4. Тождество формул Кеплера и Эйнштейна: эксцентриситет орбиты $e = \beta = v/c$.
5. Применимость дробно-линейного (Мёбиус) преобразования, переводящего координатную систему ОЭСК на комплексную плоскость.

5.1 Геометрия эксцентрических сфер

Наблюдателю, связанному с движущейся ИСО S' , семейство эксцентрических изохронных поверхностей — сфер с радиусами R_i , центры которых смещены вдоль оси движения на $l_i = -v \cdot \Delta T_i$ от начала координат в сторону, противоположную направлению движения ИСО S' , — следует принять в качестве стационарных, физически обоснованных координатных поверхностей, поскольку в произвольную точку каждой сферы синхронизирующий сигнал, посланный из начала координат O , приходит через интервал времени $\Delta T_i = R_i/c$.

Связь эксцентрических и сферических координат:

$$R = r, \quad \Theta = \theta, \quad \Phi = \varphi \quad (8)$$

$$z = R(\cos \Theta - \beta), \quad x = R \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = R \sin \Theta \sin \Phi \quad (9)$$

Координаты и время произвольной точки светового сигнала в движущейся ЭСК равны координатам и времени базовой (покоящейся) ССК. Это обеспечивает как эквивалентность уравнений движения фронта световой волны, так и инвариантность любых законов в обеих ИСО.

5.2 Тождество Кеплера и Эйнштейна

Формула связи истинной и эксцентрической аномалий Кеплера (1609):

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (10)$$

тождественна формуле релятивистской аберрации Эйнштейна (1905):

$$\tan \frac{\Theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tan \frac{\theta}{2} \quad (11)$$

При замене $e \rightarrow \beta = v/c$ видно, что обе формулы порождены одним групповым объектом — автоморфизмом единичного круга с полуугловым множителем $e^{i\varphi}$, где $\varphi = \operatorname{arctanh} \beta$ — в теории относительности называется *быстротой*.

5.3 Ортогонализация и ОЭСК-М

Косоугольная эксцентрическая система координат (КЭСК) имеет недиагональную метрику ($g_{R\Theta} \neq 0$). Ортогонализация достигается двумя путями:

- ОЭСК — введение функции тока Ψ , линии которой ортогональны эксцентрическим сферам. Эквивалентно: переход к стандартной сферической системе из оптического центра (см. разд. 6.4).
- ОЭСК-М — конформное отображение Мёбиуса $w = (z + \beta)/(1 + \beta z)$, где $z = Re^{i\Theta}$, которое переводит координатную систему ОЭСК на комплексную плоскость.

ОЭСК-М соответствует двойной скорости Эйнштейна (2φ вместо φ) — следствие соотношения $\alpha = \varphi/2$, где α — угол абберации. Полуугловой множитель постоянен для всех Θ .

6 Формулы используемых систем координат

В настоящей работе используются системы координат, сокращённые названия которых и обозначения координат приведены в табл. 1. В целом в работе используются евклидовы системы координат. В дальнейшем будет также использована модификация ОЭСК на основе конформного отображения Мёбиуса (ОЭСК-М).

Таблица 1: Используемые в работе евклидовы системы координат

Полное название	Сокращение	Координаты	Начало
Базовая декартова СК	БДСК	(X, Y, Z)	O_R (экс-центр)
Сопутствующая декартова СК	СДСК	(x, y, z)	O (движущееся)
Сопутствующая сферическая СК	СССК	(r, θ, φ)	O (движущееся)
Косоугольная эксцентрическая СК	КЭСК	(R, Θ, Φ)	O (движущееся)
Ортогональная эксцентрическая СК	ОЭСК	(R, Θ, Φ)	O (движущееся)

6.1 Формулы связи координатных систем

БДСК $(X, Y, Z) \leftrightarrow$ СДСК (x, y, z) (преобразование Галилея):

$$x = X - vt, \quad y = Y, \quad z = Z \quad (12)$$

СДСК $(x, y, z) \leftrightarrow$ СССК (r, θ, φ) :

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta \quad (13)$$

СДСК $(x, y, z) \leftrightarrow$ КЭСК-Г (R, Θ, Φ) (Галилей):

$$x = R \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = R \sin \Theta \sin \Phi, \quad z = R(\cos \Theta - \beta) \quad (14)$$

СДСК $(x, y, z) \leftrightarrow$ КЭСК-Л (R, Θ, Φ) (Лоренц):

$$x = \gamma R \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = \gamma R \sin \Theta \sin \Phi, \quad z = \gamma R(\cos \Theta - \beta) \quad (15)$$

где $r = \gamma R(1 - \beta \cos \Theta)$ — световой конус.

6.2 Формулы СССК по справочнику [6]

Координатные поверхности: $r = \text{const}$ — сферы; $\theta = \text{const}$ — конусы; $\varphi = \text{const}$ — полу-плоскости.

Квадрат элемента длины:

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (16)$$

Ненулевые символы Кристоффеля:

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{r}, \quad \Gamma_{\theta\theta}^r = -r, \quad \Gamma_{r\varphi}^\varphi = \frac{1}{r}, \quad \Gamma_{\varphi\varphi}^r = -r \sin^2 \theta, \quad \Gamma_{\theta\varphi}^\varphi = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \quad \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta = -\sin \theta \cos \theta \quad (17)$$

Детерминант: $\sqrt{g} = r^2 \sin \theta$.

Дифференциальные операторы СССК:

Градиент:

$$(\nabla f)_r = \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (\nabla f)_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}, \quad (\nabla f)_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \quad (18)$$

Дивергенция:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi} \quad (19)$$

Лапласиан:

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \quad (20)$$

Ротор:

$$\begin{aligned} (\nabla \times \mathbf{F})_r &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\varphi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \varphi} \right] \\ (\nabla \times \mathbf{F})_\theta &= \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) \right] \\ (\nabla \times \mathbf{F})_\varphi &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Преобразование физических координат вектора (прямое и обратное) — стандартное сферическое, см. [6, табл. 6.5-1].

6.3 Формулы КЭСК ($0 < \beta < 1$)

Система косоугольная: $g_{R\Theta} \neq 0$, поэтому матрица преобразования не ортогональная, без растяжения по оси z .

Координатные поверхности: $R = \text{const}$ — эксцентрические сферы; $\Theta = \text{const}$ — конусы; $\Phi = \text{const}$ — полу-плоскости.

Преобразование к декартовым координатам:

$$x = R \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = R \sin \Theta \sin \Phi, \quad z = R(\cos \Theta - \beta) \quad (22)$$

Квадрат элемента длины:

$$ds^2 = \lambda_0^2 dR^2 + 2\beta R \sin \Theta dR d\Theta + R^2 d\Theta^2 + R^2 \sin^2 \Theta d\Phi^2 \quad (23)$$

где $\lambda_0^2 = 1 - 2\beta \cos \Theta + \beta^2$.

Метрика:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda_0^2 & \beta R \sin \Theta & 0 \\ \beta R \sin \Theta & R^2 & 0 \\ 0 & 0 & R^2 \sin^2 \Theta \end{pmatrix} \quad (24)$$

Детерминант:

$$\sqrt{g} = R^2 \sin \Theta (1 - \beta \cos \Theta) \quad (25)$$

Косоугольность: $g_{R\Theta} = \beta R \sin \Theta \neq 0$.

Ненулевые символы Кристоффеля:

$$\begin{aligned} \Gamma_{RR}^R &= \frac{\beta \sin \Theta}{D}, & \Gamma_{R\Theta}^R &= -\frac{\beta \sin \Theta}{D}, & \Gamma_{\Theta\Theta}^R &= -\frac{R}{D} \\ \Gamma_{RR}^\Theta &= \frac{\beta \sin \Theta}{R D}, & \Gamma_{R\Theta}^\Theta &= \frac{1}{R}, & \Gamma_{\Theta\Theta}^\Theta &= \frac{\beta \sin \Theta}{D} \\ \Gamma_{\Phi\Phi}^\Theta &= -\sin \Theta \cos \Theta, & \Gamma_{R\Phi}^\Phi &= \frac{1}{R}, & \Gamma_{\Theta\Phi}^\Phi &= \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \end{aligned} \quad (26)$$

где $D = 1 - \beta \cos \Theta$.

Преобразование физических координат вектора (прямое):

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{\sin \Theta \cos \Phi F_x + \sin \Theta \sin \Phi F_y + (\cos \Theta - \beta) F_z}{\lambda_0} \\ F_\Theta &= \cos \Theta \cos \Phi F_x + \cos \Theta \sin \Phi F_y - \sin \Theta F_z \\ F_\Phi &= -\sin \Phi F_x + \cos \Phi F_y \end{aligned} \quad (27)$$

Обратное преобразование:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\lambda_0 \sin \Theta \cos \Phi F_R + (\cos \Theta - \beta) \cos \Phi F_\Theta}{D} - \sin \Phi F_\Phi \\ F_y &= \frac{\lambda_0 \sin \Theta \sin \Phi F_R + (\cos \Theta - \beta) \sin \Phi F_\Theta}{D} + \cos \Phi F_\Phi \\ F_z &= \frac{\lambda_0 \cos \Theta F_R - \sin \Theta F_\Theta}{D} \end{aligned} \quad (28)$$

При $\beta \rightarrow 0$ ($\lambda_0 \rightarrow 1$, $\gamma \rightarrow 1$, $D \rightarrow 1$) формулы (17)–(20) переходят в стандартные сферические.

Дифференциальные операторы КЭСК:

Градиент (контравариантные компоненты):

$$\begin{aligned} (\nabla f)^R &= \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial f}{\partial R} - \frac{\beta \sin \Theta}{R} \frac{\partial f}{\partial \Theta} \right) \\ (\nabla f)^\Theta &= \frac{1}{R^2 D^2} \left[-R \beta \sin \Theta \frac{\partial f}{\partial R} + \lambda_0^2 \frac{\partial f}{\partial \Theta} \right] \\ (\nabla f)^\Phi &= \frac{1}{R^2 \sin^2 \Theta} \frac{\partial f}{\partial \Phi} \end{aligned} \quad (29)$$

где $\lambda_0^2 = 1 - 2\beta \cos \Theta + \beta^2$, $D = 1 - \beta \cos \Theta$.

Дивергенция (через контравариантные компоненты):

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{R^2 \sin \Theta D} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R^2 \sin \Theta D F^R) + \frac{\partial}{\partial \Theta} (R^2 \sin \Theta D F^\Theta) + \frac{\partial}{\partial \Phi} (R^2 \sin \Theta D F^\Phi) \right] \quad (30)$$

Ротор (через ковариантные компоненты F_i):

$$\begin{aligned}(\nabla \times \mathbf{F})^R &= \frac{1}{D R^2 \sin \Theta} \left[\frac{\partial F_\Phi}{\partial \Theta} - \frac{\partial F_\Theta}{\partial \Phi} \right] \\(\nabla \times \mathbf{F})^\Theta &= \frac{1}{D R^2 \sin \Theta} \left[\frac{\partial F_R}{\partial \Phi} - \frac{\partial F_\Phi}{\partial R} \right] \\(\nabla \times \mathbf{F})^\Phi &= \frac{1}{D R^2 \sin \Theta} \left[\frac{\partial F_\Theta}{\partial R} - \frac{\partial F_R}{\partial \Theta} \right]\end{aligned}\tag{31}$$

6.4 Ортогональное преобразование КЭСК $\rightarrow$ ОЭСК

Как показано выше, метрика КЭСК недиагональна: $g_{R\Theta} = \beta R \sin \Theta \neq 0$. Для построения ортогональной эксцентрической системы (ОЭСК) введём замену координат, приводящую метрический тензор к диагональному виду. Будем исходить из явного выражения декартовых координат через эксцентрические:

$$x = R \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = R \sin \Theta \sin \Phi, \quad z = R(\cos \Theta - \beta)\tag{32}$$

Введём новые ортогональные координаты (ρ, θ, φ) стандартными сферическими выражениями для того же радиус-вектора, отсчитываемого от оптического центра:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = R \sqrt{1 - 2\beta \cos \Theta + \beta^2} = \lambda_0 R\tag{33}$$

$$\sin \theta = \frac{\sin \Theta}{\lambda_0}, \quad \cos \theta = \frac{\cos \Theta - \beta}{\lambda_0}, \quad \varphi = \Phi\tag{34}$$

где $\lambda_0 = \sqrt{1 - 2\beta \cos \Theta + \beta^2}$ — фактор связи сферического и эксцентрического радиус-векторов. Обратное преобразование имеет вид

$$R = \frac{\rho}{\lambda_0}, \quad \sin \Theta = \lambda_0 \sin \theta, \quad \cos \Theta = \beta + \lambda_0 \cos \theta, \quad \Phi = \varphi\tag{35}$$

причём

$$\lambda_0 = \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \theta - \beta \cos \theta}\tag{36}$$

Непосредственной подстановкой в выражение для квадрата элемента длины убеждаемся, что в координатах (ρ, θ, φ) метрика диагональна и совпадает со стандартной сферической:

$$ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 + \rho^2 \sin^2 \theta d\varphi^2\tag{37}$$

Таким образом, ОЭСК есть в точности стандартная сферическая система координат, построенная из оптического центра источника: переход КЭСК $\rightarrow$ ОЭСК является координатным преобразованием (заменой переменных), а не переопределением базиса. Все дифференциальные операторы (градиент, дивергенция, лапласиан, ротор) в ОЭСК совпадают с приведёнными выше операторами СССК с заменой $(r, \theta, \varphi) \rightarrow (\rho, \theta, \varphi)$.

Альтернативная параметризация через функцию тока. Сохраняя координату R и заменяя Θ на функцию тока $\Psi = \ln R - \operatorname{arctanh}(\cos \Theta)/\beta$, линии которой ортогональны эксцентрическим сферам, получаем ортогональную систему (R, Ψ, Φ) с коэффициентами Ламе $h_R = 1 - \beta \cos \Theta$, $h_\Psi = R\beta \sin \Theta$, $h_\Phi = R \sin \Theta$. Оба подхода эквивалентны; параметризация через (ρ, θ, φ) технически проще, поскольку операторы совпадают со стандартными сферическими.

6.5 Формулы ОЭСК-М — модификация Мёбиуса

В КЭСК экс-центры сфер O_R находятся в точках $z = -\beta R$ (слева от O). Конформное отображение Мёбиуса переводит экс-центры O_R в геометрический центр.

Преобразование:

$$w = \frac{z + \beta}{1 + \beta z}, \quad \text{где } z = Re^{i\Theta} \quad (38)$$

Экс-центр O_R (при $z = -\beta$) отображается в геометрический центр ($w = 0$), что согласовано с КЭСК.

Метрика:

$$ds^2 = \frac{(1 - \beta^2)^2}{|1 + \beta z|^4} ds_0^2 \quad (39)$$

Детерминант: $R(1 - \beta^2)^2/D^2$, где $D = 1 + \beta \cos \Theta$.

Ортогональность: да (конформна).

На единичной окружности ($R = 1$):

$$w = e^{i\Theta} \cdot \frac{e^{i\Theta} + \beta}{1 + \beta e^{i\Theta}} = e^{i\Theta} \cdot e^{2i\alpha(\Theta)} \quad (40)$$

где $\alpha(\Theta)$ — угол аберрации.

Полуугловой множитель:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{1 - \beta^2}{(1 + \beta z)^2} \quad (41)$$

$$\arg \frac{dw}{dz} = -2\alpha \quad (42)$$

$$\alpha = \arctan \frac{\beta \sin \Theta}{1 + \beta \cos \Theta} \quad (43)$$

Модуль угла равен двойной быстроте: $|2\varphi|$, где $\varphi = \operatorname{arctanh} \beta$. Знак минус соответствует расположению экс-центра O_R позади начала координат O в направлении, противоположном движению системы S' .

Физическая проверка ($\beta = 0,5$, $\Theta = \pi/2$): $\arg w \approx 37^\circ < 90^\circ$ — свет наклоняется вперёд (forward beaming).

Дифференциальные операторы ОЭСК-М (конформная система, $r = |w|$, $u = \arg w$):

Градиент (2D):

$$(\nabla f)_r = \frac{D}{1 - \beta^2} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (\nabla f)_u = \frac{D}{r(1 - \beta^2)} \frac{\partial f}{\partial u}, \quad (\nabla f)_\Phi = \frac{1}{R \sin \Theta} \frac{\partial f}{\partial \Phi} \quad (44)$$

Дивергенция (2D):

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{D^2}{(1 - \beta^2)^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial F_u}{\partial u} \right] + \frac{1}{R \sin \Theta} \frac{\partial F_\Phi}{\partial \Phi} \quad (45)$$

Ротор (2D — скаляр $\perp$ -компонента):

$$(\nabla \times \mathbf{F})_\perp = \frac{D^2}{(1 - \beta^2)^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_u) - \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial u} \right] \quad (46)$$

Примечания к разделам 6.2–6.5:

1. Формулы для СССК приведены по справочнику [6, табл. 6.5-1].

2. Для КЭСК физические компоненты вектора определяются как проекции на единичные базисные векторы $\hat{\mathbf{e}}_k = \mathbf{e}_k/|\mathbf{e}_k|$. Обратное преобразование выполняется через обратный якобиан, что для неортогональной системы приводит к появлению дополнительных множителей.
3. Компоненты F_Θ и F_Φ в КЭСК совпадают со стандартными сферическими — следствие того, что базисные векторы $\mathbf{e}_\Theta$ и $\mathbf{e}_\Phi$ не зависят от β .
4. Для ОЭСК и ОЭСК-М угол Θ является неявной функцией координат (R, Ψ) или (r, u) соответственно. При подстановке конкретных значений необходимо учитывать эту зависимость.
5. Φ -часть лапласиана одинакова для СССК, КЭСК и ОЭСК — следствие аксиальной симметрии ($g_{\Phi\Phi} = R^2 \sin^2 \Theta$ во всех эксцентрических СК).
6. Все формулы при $\beta = 0$ переходят в соответствующие формулы стандартных сферических координат.

Основные свойства рассмотренных СК приведены в табл. 2.

Таблица 2: Сводная таблица соответствий

Свойство	СССК	КЭСК	ОЭСК	ОЭСК-М
Координаты	(r, θ, φ)	(R, Θ, Φ)	(ρ, θ, φ)	$(w , \arg w)$
Ортогональность	Да	Нет, $g_{R\Theta} \neq 0$	Да, $g_{\rho\theta} = 0$	Да (конформна)
Детерминант	$r^2 \sin \theta$	$R^2 \sin \Theta (1 - \beta \cos \Theta)$	$\rho^2 \sin \theta$	$R(1 - \beta^2)^2 / D^2$
При $\beta = 0$	—	СССК	СССК	полярная

Замечания к сводной таблице:

1. **СССК** — стандартная сферическая в сопутствующей системе. Тривиальна: метрика, символы Кристоффеля и операторы — стандартные сферические. Никаких β , λ_0 .
2. **КЭСК** — косоугольная эксцентрическая, начало в экс-центре O_R . Существует в двух версиях: КЭСК-Г — галилеева (без γ), не сохраняет световой конус; КЭСК-Л — лоренцева (с γ), сохраняет световой конус. Символы Кристоффеля совпадают для обеих версий (γ^2 сокращается через обратную метрику).
3. **ОЭСК** — ортогонализация КЭСК через переход к стандартной сферической системе из оптического центра. Метрика диагональна и совпадает со стандартной сферической. Все операторы совпадают с СССК с заменой $(r, \theta, \varphi) \rightarrow (\rho, \theta, \varphi)$. Альтернативная параметризация через функцию тока Ψ даёт эквивалентный результат.
4. **ОЭСК-М** — конформное отображение Мёбиуса: $w = (z + \beta)/(1 + \beta z)$. Экс-центр O_R (при $z = -\beta$) отображается в геометрический центр ($w = 0$). Направление движения ОЭСК-М согласовано с КЭСК/ОЭСК.

7 Новизна и полезность эксцентрических систем координат

7.1 Новизна

1. **Единые эталоны протяжённости и времени.** Главное отличие от СТО: в ЭСК используется один эталон длины по всем осям движущейся системы и одно эталонное

движение (свет) для измерения времени. В СТО эталон вдоль оси движения в γ раз короче эталона по перпендикулярным направлениям — это делает неизмеримым перемещение между точками, если соединяющая их линия не параллельна ни одной оси. ЭСК устраняет эту проблему.

2. Физически обоснованные координатные поверхности. Вместо сфер, центрированных в движущемся начале O , ЭСК использует эксцентрические изохронные поверхности — сферы, каждая из которых имеет свой центр на оси Z движущейся системы. Для сферы радиуса R её центр (экс-центр O_R) лежит на оси Z сзади от начала координат на расстоянии $l = \beta R$, то есть в точке $z = -\beta R$. Синхронизирующий сигнал, посланный из O , приходит в любую точку такой поверхности за одинаковое время $\Delta T = R/c$. Это даёт физическое, а не формальное обоснование выбора координат.

3. Тожество Кеплера и Эйнштейна. Эксцентриситет $\beta = v/c$ — это одновременно орбитальный эксцентриситет в законах Кеплера и относительная скорость в теории Эйнштейна. Это не случайное совпадение, а структурное: геометрия эллипса и геометрия светового конуса описываются одним и тем же параметром. ЭСК делает это тождество явным.

4. Сохранение одновременности. Принцип одновременности событий в разных ИСО сохраняется — в отличие от СТО, где одновременность зависит от выбора системы отсчёта. Это устраняет философские противоречия и возвращает понятию времени статус объективного атрибута движения (по Аристотелю: «время есть число движения»).

5. Правильные формулы преобразования скоростей. Формулы скоростей в ЭСК описывают произвольную материальную точку, а не только точку светового фронта. В знаменателе стоит $W_x = c \cos \Theta$ — проекция скорости света, а не скорость материальной точки, как в СТО.

6. Семейство координатных систем. ЭСК — не одна система, а семейство: СССК (тривиальная), КЭСК (косоугольная), ОЭСК (ортогональная), ОЭСК-М (конформная). Каждая приспособлена для своего класса задач: КЭСК — для прямых вычислений, ОЭСК — для ортогональных разложений, ОЭСК-М — для конформного анализа и связи с преобразованием Мёбиуса.

7. Конформное отображение Мёбиуса. ОЭСК-М переводит экс-центр в центр через дробно-линейное преобразование $w = (z + \beta)/(1 + \beta z)$. Свойство двойной быстроты ($|\arg(dw/dz)| = 2\alpha$) связывает геометрию эллипса с гиперболической геометрией пространства скоростей.

7.2 Полезность

1. Воспроизведение классических результатов без кривизны. Сдвиг перигелия и абберация света получаются в рамках плоского пространства — без метрики Шварцшильда и без кривизны пространства-времени. Это упрощает вычисления и интерпретацию.

2. Практические задачи. Гипотезы для применения: коррекция траекторий в GPS с учётом эксцентрической геометрии, расчёт абберации в астрономических наблюдениях, описание движения в ускоренных системах без аппарата ОТО.

3. Совместимость с квантовой механикой. Отказ от кривизны пространства-времени и сохранение плоской метрики потенциально снимает одно из главных препятствий для квантования гравитации.

4. Унификация языка. Эксцентрические координаты дают единый язык для задач небесной механики (Кеплер), электродинамики (Эйнштейн) и конформных отображений (Мёбиус) — трёх областей, которые в стандартном изложении разделены.

8 Структура серии статей

Планируемая серия публикаций:

1. Основы теории эксцентрических систем координат
2. КЭСК — косоугольная эксцентрическая система: галилеева и лоренцева версии
3. ОЭСК — ортогональная эксцентрическая система: функция тока
4. ОЭСК-М — модификация Мёбиуса: конформное отображение
5. Сдвиг перигелия в ОЭСК-М: визуализация прецессии
6. Аберрация света: тождество формул Кеплера, Эйнштейна и Мёбиуса
7. Преобразование Кэли как мост между представлениями Минковского и Мёбиуса

Благодарности

Автор благодарит AI-ассистента Алису (Яндекс) за помощь в подборе литературы, проверке вычислений и подготовке черновика рукописи. Особую благодарность автор выражает Похолкову Юрию Петровичу, ректору Томского политехнического университета, за финансовую поддержку в период 2005–2007 годов, и за моральную поддержку Артеха Сергея Николаевича, заведующего лабораторией в ИКИ РАН. Автор также благодарит Стивена Вольфрама и сотрудников его компании за программу Wolfram Mathematica, без которой были бы невозможны столь объёмные символьные и численные вычисления.

Литература

1. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17, 891–921 (1905).
2. Einstein A. Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig: Vieweg (1917).
3. Беляев В.М. Новый подход к преобразованиям Лоренца и альтернативные преобразования для теории относительности. *Фундаментальные исследования*, 2006, № 7, с. 19–22.
4. Беляев В.М. Новые преобразования для теории относительности. Материалы конференции «Наука и будущее». М., 2005.
5. Беляев В.М. Новые преобразования для теории относительности. Рукопись доклада на Международной научной конференции «Пространство, Время, Тяготение», СПб, 2006.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука (1978).