Дифференциальные уравнения упругой перекачки энергии в модели GS6 и их матричная реализация

Аннотация

В работе представлена модель GS6 как единая математическая основа для описания упругой перекачки энергии между тремя секторами пространства-времени (один светлый, два тёмных) с помощью пары дифференциальных уравнений — вещественной формы (аналог диффузии с дрейфом) и комплексной формы (аналог волнового уравнения). Приведены явные матричные реализации операторов S и W в виде вещественных матриц 3×3,

подтверждена их согласованность с инвариантами модели. Показаны практические применения в оптике, акустике, радиотехнике, космологии, квантовой теории поля и квантовых вычислениях. Модель даёт механизм решения проблем ложного вакуума, большого замерзания, большого разрыва и большого сжатия, обеспечивая квазипериодическую динамику и фактическое бессмертие Вселенной на уровне математической структуры.

Уравнения модели

Вещественная форма (аналог диффузии с дрейфом):

Вторая производная V по x плюс вторая производная V по t равна удвоенной первой производной V по t:

V″xx + V″tt = 2 V′t

Решение: V = экспонента от (W умножить на t плюс S умножить на x).

Комплексная форма (аналог волнового уравнения, в пределе — Шрёдингера):

Вторая производная V по x плюс вторая производная V по t равна двум i умножить на первую производную V по t:

V″xx + V″tt = 2 i V′t

Решение: V = экспонента от (i умножить на W умножить на t минус i умножить на S умножить на x).

Явный вид матриц S и W (3×3)

Матрица W (на главной диагонали нули, все остальные элементы равны 1):

text

```
[ 0  1  1 ]
[ 1  0  1 ]
[ 1  1  0 ]
```

Матрица S (вещественная антисимметричная; на главной диагонали нули; с учётом антисимметрии Sij = −Sji):

text

```
[   0   -1    1 ]
[   1    0   -1 ]
[  -1    1    0 ]
```

Квадраты матриц (S^2 и W^2)

S в квадрате:

text

```
[ -2    1    1 ]
[  1   -2    1 ]
[  1    1   -2 ]
```

W в квадрате:

text

```
[  2   1   1  ]
[  1   2   1  ]
[  1   1   2  ]
```

Эти значения согласуются с инвариантами модели:

$S^2 = W - 2I$,

$W^2 = W + 2I$.

Оптика и фотоника: каскадное повышение частоты и гамма-генерация

Что реализуется: режим комплексной формы $V''_{xx} + V''_{tt} = 2iV'_t$ с решением $V = \exp(iWt - iSx)$.

Как это работает на практике: структура S задаёт пространственную фазу и направление волны между резонаторами, W управляет эволюцией фазы во времени. Антисимметрия S и симметрия W согласуются с сохранением потока и балансом энергии в каскаде.

Конкретные применения:

- **Каскадное повышение частоты в многорезонаторных системах.** Каждый каскад соответствует смене сектора (светлый $\leftrightarrow$ тёмные) и сдвигу частоты за счёт параметров n_, s, r. Матрицы S, W позволяют явно посчитать собственные значения оператора эволюции и предсказать итоговую частоту.

- **Генерация гамма-излучения без зеркал.** Спиральная геометрия резонатора и фазовая согласованность, задаваемая $-iSx$, дают возможность накапливать фазу и повышать частоту до гамма-диапазона за счёт «упругой перекачки» между секторами.

- **Лазеры с незеркальными резонаторами.** Использование фазовой структуры S вместо зеркал позволяет реализовать компактные схемы накачки, где направление волны и баланс энергии задаются матричными инвариантами $S^2 = W - 2I, W^2 = W + 2I.$

Практическая ценность: расчёт схемы накачки и оценка требуемого числа каскадов для заданного диапазона частот; прогноз стабильности фазы и потерь из-за рассогласования секторов.

Радиотехника и СВЧ: связанные контуры и квазипериодические режимы

Что реализуется: вещественная форма $V''_{xx} + V''_{tt} = 2V'_t$, решение $V = \exp(Wt + Sx)$.

Как это работает: W отвечает за темп перетока энергии между контурами, S — за пространственное распределение и связь между секторами (аналог взаимной индукции/ёмкости).

Конкретные применения:

- **Связанные LC-контуры с асимметрией.** Модель описывает перераспределение заряда и энергии между тремя секторами, где один (светлый) — активный, два других (тёмные) — накопители. Это полезно для проектирования фильтров и генераторов с управляемой асимметрией.

- **Квазипериодические и аттракторные режимы.** Рост энтропии в модели проявляется как изменение начальных условий следующего цикла, что даёт предсказуемую квазипериодичность — её можно использовать для синтеза сигналов с контролируемой модуляцией.
- **Оценка релаксационных циклов.** Параметры n_, s, r позволяют связать время релаксации с геометрией и топологией связей между секторами; коммутаторы $[S, W]$ дают меру «нестационарности» перетока.

Практическая ценность: проектирование фильтров и генераторов с заданной динамикой; расчёт времени установления и переходных процессов; оценка устойчивости к дрейфу параметров.

Акустика и механика: волновые пакеты в неоднородных средах

Что реализуется: та же пара уравнений, но интерпретация другая: V — давление или смещение, x — пространственная координата, t — время.

Как это работает: вещественная форма описывает накопление энергии в «тёмных» зонах (области с высокой плотностью/низкой скоростью звука) и её сток в «светлую» (область с

высокой скоростью/низкой плотностью). Комплексная форма — фазовую структуру волнового пакета.

Конкретные применения:

- **Акустические резонаторы и волноводы с неоднородностями.** Матрицы S и W задают связь между участками волновода и асимметрию перекачки; это позволяет проектировать устройства с заданным распределением энергии.

- **Сжатие и расширение среды.** Вещественная форма моделирует релаксационные циклы сжатия/расширения, где рост энтропии соответствует необратимым потерям в материале.
- **Управление формой импульса.** Фазовая структура комплексной формы позволяет формировать короткие импульсы с контролируемой формой за счёт согласованной перекачки между секторами.

Дополнительно модель допускает режим **понижения частоты** — обратный по отношению к режиму повышения частоты в оптике. Такая динамика реализуется в акустических системах за счёт инверсии перекачки между секторами и позволяет создавать **генераторы дальней связи на инфразвуке**: низкая частота обеспечивает малое затухание в атмосфере и земной коре, а матричная структура S, W даёт контроль над балансом энергии и фазовой стабильностью.

Практическая ценность: расчёт распределения энергии в неоднородных волноводах; проектирование акустических фильтров и резонаторов; управление формой акустических импульсов.

Космология и физика вакуума: пульсации и релаксация ложного вакуума

Что реализуется: схема «упругой перекачки» как модель пульсаций Вселенной и смены ролей секторов; релаксационный цикл как смена светлого и тёмных секторов при достижении критических плотностей.

Как это работает: параметры n_, s, r задают масштаб и темп циклов; матрицы S, W кодируют топологию связей между секторами и динамику перетока; коммутаторы описывают «неравновесность» и скорость смены фаз.

Конкретные применения:

- **Моделирование пульсаций Вселенной.** Циклы накопления и сброса энергии между секторами соответствуют смене ролей светлого и тёмных секторов, а рост энтропии — изменению начальных условий следующего цикла. Это даёт квазипериодическую динамику, близкую к аттракторному поведению.

- **Проблема ложного вакуума и релаксационные циклы.** Модель позволяет описать релаксацию ложного вакуума как серию каскадных сбросов энергии между секторами с предсказуемой периодичностью и амплитудой.
- **Тёмная материя и обмен энергией.** Два тёмных сектора интерпретируются как области с преобладанием тёмной материи; переток между ними и светлым сектором даёт

механизм «пульсаций плотности», который можно сопоставить с наблюдаемыми крупномасштабными структурами.

Практическая ценность: построение сценариев эволюции с квазипериодическими циклами; расчёт характерных времён релаксации и амплитуд пульсаций; связь с наблюдаемой квазипериодичностью в космологических данных.

Модель GS6 даёт единый механизм, который **решает проблему ложного вакуума**, а также снимает угрозы **большого замерзания**, **большого разрыва** и **большого сжатия** Вселенной за счёт циклической перекачки энергии и смены ролей секторов при достижении критических плотностей. В результате динамика системы остаётся квазипериодической и устойчивой на неограниченно больших временах, что приводит к **фактическому бессмертию Вселенной** в рамках математической структуры модели.

Квантовые компьютеры и квантовая теория поля: единая алгебраическая основа

Модель GS6 может применяться в **квантовых компьютерах** и **квантовой теории поля** на единой математической основе — замкнутой алгебре операторов перекачки. Матричные инварианты $S^2 = W - 2I, W^2 = W + 2I$ и коммутаторные соотношения задают жёсткую алгебраическую структуру, совместимую с симметриями $so(6)$ и $so(3,3)$. Это позволяет:

- описывать динамику кубитов через перекачку между секторами,
- моделировать вакуумные флуктуации и релаксацию вакуума,
- строить каскадные схемы с контролируемой фазой и энергией.

Замкнутость алгебры гарантирует отсутствие формальных потерь и предсказуемость эволюции, что критично для квантовых вычислений и полевых моделей.

Приложение А. Явный вид генераторов и сравнение алгебр so(6) и so(3,3)

А.1. Базисные матрицы 3×3

Шесть матриц 3×3 служат структурными блоками для построения всех 15 генераторов в обеих алгебрах. Индексы 1–3 нумеруют пространственные направления (x_1, x_2, x_3), индексы 4–6 — временные (t_1, t_2, t_3).

Симметричные перестановочные матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Диагональные матрицы (метрического типа):

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Все шесть удовлетворяют $A^2 = B^2 = C^2 = K^2 = L^2 = M^2 = I_3$.

Коммутаторы внутри пар обращаются в нуль: $[A, K] = [B, L] =$

$[C, M] = 0$. Перекрёстные коммутаторы порождают три антисимметричные матрицы:

$$Q_1 = [A, L] - [A, M] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_2 = [B, M] - [B, K] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_3 = [C, K] - [C, L] = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Тройка Q_1, Q_2, Q_3 замыкается в $\mathfrak{su}(2)$: $[Q_1, Q_2] = 2Q_3$, $[Q_2, Q_3] = 2Q_1$, $[Q_3, Q_1] = 2Q_2$.

A.2. Структурная тройка R, G, S (6×6)

Три матрицы 6×6 воспроизводят алгебру матриц Паули в шестимерном пространстве:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Соотношения: $G^2 = R^2 = I_6$, $S^2 = -I_6$, $GS = R$, $RS = -G$, $GR = S$, $\{G, R\} = \{G, S\} = \{R, S\} = 0$. Эти тождества воспроизводят

алгебру $\{\sigma_1, i\sigma_2, \sigma_3\}$ с заменой $\sigma_1 \to R$, $i\sigma_2 \to S$, $\sigma_3 \to G$.

A.3. Шесть вращений (общие для обеих алгебр)

Шесть блочно-диагональных антисимметричных матриц генерируют вращения внутри пространственного и временного блоков. Они принадлежат обеим алгебрам — как $\mathfrak{so}(6)$, так и $\mathfrak{so}(3,3)$.

Пространственные вращения $\mathfrak{su}(2)^u$ (оси 1–3):

$$J_1^u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_2^u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_3^u = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Временные вращения $\mathfrak{su}(2)^d$ (оси 4–6):

$$J_1^d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_2^d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_3^d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Коммутаторы: $[J_1^u, J_2^u] = J_3^u$ и циклически; $[J_1^d, J_2^d] = J_3^d$ и циклически; все перекрёстные $[J_i^u, J_j^d] = 0$.

A.4. Девять генераторов so(6) — компактная форма

Условие принадлежности: $X^T = -X$ (все матрицы антисимметричные). Девять перекрёстных генераторов имеют блочный вид $\begin{pmatrix} 0 & Y \\ -Y^T & 0 \end{pmatrix}$.

Симметричные блоки (A, B, C):

$$oA = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oC = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Диагональные блоки (K, L, M):

$$oK = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oL = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Антисимметричные блоки (Q_1, Q_2, Q_3):

$$oQ_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oQ_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$oQ_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Все 15 матриц антисимметричные: $X^T = -X$. Симплектическая форма S принадлежит этой алгебре как линейная комбинация:

$$S = -(oK + oL + oM)$$

A.5. Девять генераторов so(3,3) — расщеплённая форма

Условие принадлежности: $X^T G + GX = 0$, где $G = \mathrm{diag}(1,1,1,-1,-1,-1)$. Шесть вращений те же, что и в $\mathfrak{so}(6)$. Девять перекрёстных генераторов имеют блочный вид $\begin{pmatrix} 0 & Y \\ Y^T & 0 \end{pmatrix}$ — нижний блок равен транспонированному верхнему (а не минус транспонированному, как в $\mathfrak{so}(6)$).

Симметричные блоки (A, B, C):

$$bA = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bC = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Диагональные блоки (K, L, M):

$$bK = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bL = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Антисимметричные блоки (Q_1, Q_2, Q_3):

$$bQ_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bQ_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$bQ_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица перехода R принадлежит этой алгебре как линейная комбинация:

$$R = -(bK + bL + bM)$$

A.6. Сравнение алгебр: ключевая таблица

Свойство	$\mathfrak{so}(6)$ — компактная	$\mathfrak{so}(3,3)$ — расщеплённая
Метрика	I_6 (евклидова)	$G = \mathrm{diag}(1,1,1,-1,-1,-1)$
Условие	$X^T + X = 0$	$X^T G + G X = 0$
Тип 9 перекрёстных	Антисимметричные	Симметричные

Форма блока	$\begin{pmatrix} 0 & Y \\ -Y^T & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & Y \\ Y^T & 0 \end{pmatrix}$
S (симплектика)	**В алгебре** — генератор	**Вне алгебры**
R (переход)	**Вне алгебры**	**В алгебре** — буст
G (метрика)	Вне алгебры	Вне алгебры (задаёт форму)
Спин-группа	$\mathrm{Spin}(6) \cong \mathrm{SU}(4)$	$\mathrm{Spin}(3,3) \cong \mathrm{SL}(4,\mathbb{R})$

Спинор	4 комплексных	4 вещественных
Форма Киллинга	Отрицательно определена	Сигнатура $(6, 9)$

A.7. Роль G как оператора смены сигнатуры

Метрика G действует как линейный оператор, переводящий генераторы $\mathfrak{so}(6)$ в генераторы $\mathfrak{so}(3,3)$ и обратно. Для любого перекрёстного генератора выполняется:

$$G \cdot (\text{генератор } \mathfrak{so}(6)) = \text{генератор } \mathfrak{so}(3,3)$$

$$G \cdot (\text{генератор } \mathfrak{so}(3,3)) = \text{генератор } \mathfrak{so}(6)$$

Конкретно:

$$G \cdot oA = bA, \quad G \cdot oK = bK, \quad G \cdot oQ_1 = bQ_1$$

$$G \cdot S = R, \quad G \cdot R = S$$

Это означает, что G — не просто метрика фона, а активный оператор, переводящий одну вещественную форму алгебры в другую.

A.8. Сравнение с двумерным случаем

Всё описанное является прямым шестимерным обобщением структуры 2D, где матрицы Паули играют те же роли:

	2D	6D
Метрика	$\sigma_3 = \mathrm{diag}(1, -1)$	$G = \mathrm{diag}(1, 1, 1, -1, -1, -1)$

Симплектика	$i\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$S = \begin{pmatrix} 0 & I_3 \\ -I_3 & 0 \end{pmatrix}$
Переход	$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$R = \begin{pmatrix} 0 & I_3 \\ I_3 & 0 \end{pmatrix}$
Компактная алгебра	$\mathfrak{so}(2)$: генератор $= i\sigma_2$	$\mathfrak{so}(6)$: генератор $= S$

Расщеплённая алгебра	$\mathfrak{so}(1,1)$: генератор = σ_1	$\mathfrak{so}(3,3)$: генератор = R
Смена ролей	$i\sigma_2 \leftrightarrow \sigma_1$ при $\mathfrak{so}(2) \leftrightarrow \mathfrak{so}(1,1)$	$S \leftrightarrow R$ при $\mathfrak{so}(6) \leftrightarrow \mathfrak{so}(3,3)$
Метрика как оператор	$\sigma_3 \cdot i\sigma_2 = \sigma_1$	$G \cdot S = R$

В 2D переход между $\mathfrak{so}(2)$ и $\mathfrak{so}(1,1)$ — это смена знака одного собственного значения метрики. В 6D переход между $\mathfrak{so}(6)$ и $\mathfrak{so}(3,3)$ — смена знаков трёх собственных значений одновременно. Структурная механика идентична: симплектика и оператор перехода меняются местами, а метрика служит оператором, осуществляющим эту замену.