

Турбо-эквалайзер на основе решётчатого поиска, редукции базиса и ЕМ-оценки канала

Аннотация

Рассматривается задача расширения области сходимости турбо-эквалайзера в системах связи с многолучевым каналом при неточной оценке параметров последнего. Показано, что использование линейного эквалайзера на первой ступени ограничивает область сходимости итерационного процесса, тогда как прямой переход к строго оптимальному решётчатому детектированию оказывается вычислительно неприемлемым. Предложена замена линейной первой ступени методом, основанным на представлении задачи детектирования как задачи поиска ближайшего вектора в решётке, который включает редукцию базиса методом Ленстры–Ленстры–Ловаса, поиск по Шнорру–Эйхнеру, ограничение вычислительной сложности по схеме K -best и итеративное уточнение канала с помощью ЕМ-процедуры. Предлагаемый подход ориентирован на улучшение качества начального детектирования и расширение области сходимости при заданном ограничении вычислительной сложности.

Актуальность

Системы связи декаметрового диапазона сохраняют практическую значимость благодаря большой дальности действия, слабой зависимости от наземной инфраструктуры и возможности построения резервных каналов обмена в сложных условиях эксплуатации. В последние годы интерес к таким системам вновь возрастает в связи с требованиями к автономности, живучести и расширению зон связи без использования спутниковых или сотовых сегментов. Однако по эффективности использования пропускной способности многолучевого канала такие системы по-прежнему заметно уступают современным системам связи других диапазонов. Причина этого связана не только с исторически сложившейся архитектурой аппаратуры, но и с фундаментальными особенностями самого канала. Для систем с выраженной многолучевостью характерны низкие значения отношения сигнал/шум, значительный динамический диапазон замираний и повышенная чувствительность к неточной оценке параметров канала. Эти факторы существенно осложняют применение современных методов детектирования, особенно методов, критически зависящих от качества априорной оценки канала. Дополнительную актуальность задаче придаёт то обстоятельство, что в ряде узкополосных систем имеется сравнительно большой запас вычислительных ресурсов на один передаваемый символ. Это позволяет рассматривать алгоритмы, которые по своей сложности недопустимы в широкополосных системах, но способны заметно улучшить качество детектирования. Следовательно, разработка вычислительно управляемых нелинейных алгоритмов первой ступени турбо-эквалайзера представляет как научный, так и практический интерес.

Цель работы

Целью работы является разработка и обоснование алгоритма замены линейного эквалайзера первой ступени турбо-эквалайзера на вычислительно управляемую схему решётчатого детектирования, сочетающую редукцию базиса методом Ленстры–Ленстры–Ловаса, поиск по Шнорру–Эйхнеру, ограничение сложности по схеме K -best и ЕМ-уточнение оценки канала.

Научная новизна

Научная новизна работы состоит в применении к задаче первой ступени турбо-эквалайзера комбинированной схемы решётчатого детектирования, в которой редукция базиса методом

Ленстры–Ленстры–Ловаса согласована с поиском по Шнорру–Эйхнеру и управлением сложностью по схеме K -best. В отличие от классической линейной первой ступени предлагаемый подход использует геометрию многолучевого сигнала в пространстве решётки. Дополнительно предложено включение ЕМ-алгоритма оценки канала во внутренний контур детектирования, что позволяет итеративно уточнять канал без перехода к вычислительно недопустимым строго оптимальным решётчатым алгоритмам.

Практическая значимость

Практическая значимость работы заключается в возможности применения предложенного алгоритма в модемах с турбо-эквалайзером, предназначенных для помехоустойчивой передачи данных в условиях многолучевости и глубоких замираний. Подход ориентирован на программно-аппаратную реализацию в специализированных модемах, цифровых сигнальных процессорах, реконфигурируемых логических схемах и программно определяемых радиосистемах. Предлагаемое решение может использоваться при модернизации существующих средств связи без радикального изменения общей архитектуры приёмника.

Ключевые слова: турбо-эквалайзер, решёточный поиск, редукция базиса, алгоритм Ленстры–Ленстры–Ловаса, алгоритм Шнорра–Эйхнера, K -best, ЕМ-алгоритм, оценка канала.

Введение

Системы связи с многолучевым каналом заметно отличаются от идеализированных каналов без памяти, для которых линейные методы приёма часто оказываются достаточными. Наличие межсимвольной интерференции, замираний и ошибок оценки канала приводит к тому, что эффективность приёма начинает определяться не только качеством помехоустойчивого кодирования, но и способностью эквалайзера сформировать корректное начальное решение.

Известно, что для многолучевых каналов существуют строго оптимальные алгоритмы обработки, например, алгоритмы Витерби или BCJR/MAP. Однако их применение в практических системах с заметной памятью канала ограничено чрезмерной вычислительной сложностью. По этой причине в реальных приёмниках обычно применяются приближённые схемы, в частности турбо-эквалайзеры [1]. Такие схемы обеспечивают приемлемый компромисс между качеством и сложностью и в ряде случаев позволяют приблизиться к потенциальным характеристикам канала.

Тем не менее эффективность классической турбо-эквалайзации во многом определяется качеством первой ступени. В большинстве практических реализаций первая ступень представляет собой линейный эквалайзер, формирующий начальную оценку символов для последующего итерационного процесса. В условиях сильной межсимвольной интерференции и неточной оценки канала линейная обработка нередко оказывается недостаточной: она не использует в полной мере дискретную структуру сигнального алфавита и формирует слишком грубое начальное приближение. Это сокращает область сходимости итерационного алгоритма и ухудшает итоговую помехоустойчивость [2].

Естественным направлением улучшения было бы заменить линейный эквалайзер решётчатым или иным близким к оптимальному алгоритмом. Однако такая замена в общем случае невозможна по причине высокой вычислительной сложности, которая для оптимального решётчатого детектирования быстро возрастает с увеличением памяти канала и размера сигнального алфавита. Следовательно, требуется промежуточное решение, которое было бы заметно эффективнее линейного эквалайзера, но при этом допускало бы управление вычислительными затратами.

В настоящей работе предлагается заменить линейный эквалайзер первой ступени турбо-эквалайзера вычислительно управляемым алгоритмом решётчного поиска. Подход основан на представлении задачи детектирования как задачи поиска ближайшего вектора в решётке, индуцированной матрицей канала. Для повышения эффективности поиска используется предварительная редукция базиса методом Ленстры–Ленстры–Ловаса [3], затем выполняется поиск по Шнорру–Эйхнеру [4] с ограничением числа рассматриваемых ветвей по схеме K -best [5]. Дополнительно во внутренний контур включается ЕМ-процедура уточнения канала [6].

Особенности многолучевого канала и ограничения классической первой ступени турбо-эквалайзера

Многолучевой канал может быть представлен как линейный тракт с памятью, в котором принимаемый сигнал формируется суммой нескольких задержанных копий передаваемой последовательности. В дискретном времени такая модель имеет вид

$$y_k = \sum_{\ell=0}^{L-1} h_{\ell} x_{k-\ell} + n_k, \quad (1)$$

где x_k — передаваемые символы, y_k — принимаемые отсчёты, h_{ℓ} — комплексные коэффициенты канала, L — число существенных лучей, n_k — аддитивный шум и помехи.

Из-за межсимвольной интерференции задача детектирования последовательности x_k является многомерной и не сводится к независимому поэлементному принятию решений. В классическом турбо-эквалайзере на первой ступени часто используется линейный эквалайзер, например, фильтр с конечной импульсной характеристикой. Такой эквалайзер привлекателен простотой реализации, но имеет принципиальные ограничения. Он не использует в полной мере дискретную структуру сигнального алфавита и потому в условиях сильной межсимвольной интерференции, низкого отношения сигнал/шум и неточной оценки канала формирует недостаточно точное начальное решение.

Для турбо-эквалайзера именно качество начального решения имеет принципиальное значение. Если первая ступень формирует оценку, лежащую вне области, из которой итерационный процесс способен сходиться к правильному решению, то последующие обмены информацией между эквалайзером и декодером не обеспечивают требуемого выигрыша. Следовательно, повышение эффективности первой ступени является средством расширения области сходимости всей итерационной схемы.

С другой стороны, замена линейного эквалайзера на строго оптимальный решётчатый алгоритм в практическом приёмнике обычно недопустима. Вычислительная сложность таких методов растёт экспоненциально с увеличением памяти канала и размера алфавита. Поэтому искомое решение должно занимать промежуточное положение между линейной обработкой и строго оптимальным детектированием: быть существенно точнее линейного эквалайзера, но сохранять возможность ограничения сложности.

Постановка задачи детектирования как задачи поиска ближайшего вектора

Для блока из N переданных символов модель (1) может быть записана в векторно-матричном виде

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (2)$$

где $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$ — вектор наблюдений, $\mathbf{x} \in \mathcal{A}^N$ — вектор переданных символов из алфавита $\mathcal{A}$, $\mathbf{H}$ — матрица канала, $\mathbf{n}$ — вектор шума и помех.

При известной матрице $\mathbf{H}$ задача детектирования в евклидовой метрике записывается в виде

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}^N} \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}^2. \quad (3)$$

Задача (3) может быть интерпретирована как задача поиска ближайшего вектора в решётке, индуцированной матрицей $\mathbf{H}$. Если рассматривать множество всех линейных комбинаций столбцов $\mathbf{H}$ с коэффициентами из сигнального алфавита, то требуется найти ту комбинацию, которая минимизирует расстояние до наблюдаемого вектора $\mathbf{y}$.

В такой постановке становятся применимыми методы решёточного поиска. Однако эффективность поиска в значительной степени зависит от обусловленности базиса решётки. Если столбцы матрицы $\mathbf{H}$ сильно коррелированы, дерево поиска становится плохо сбалансированным, а число проверяемых ветвей возрастает. Поэтому перед выполнением поиска целесообразно преобразовать базис к более удобному виду.

Предлагаемый алгоритм первой степени турбо-эквалайзера

Редукция базиса методом Ленстры–Ленстры–Ловаса

Пусть исходный базис решётки задаётся матрицей $\mathbf{H}$. После применения алгоритма Ленстры–Ленстры–Ловаса строится редуцированный базис

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{T}, \quad (4)$$

где $\mathbf{T}$ — унимодулярная матрица преобразования с целочисленными элементами.

Цель редукции состоит в том, чтобы заменить исходный базис эквивалентным, но более близким к ортогональному. Это уменьшает коррелированность координат в задаче поиска и тем самым упрощает дальнейшее детектирование. По существу, алгоритм редукции по Ленстре–Ленстре–Ловасу можно рассматривать как целочисленный аналог ортогонализирующих преобразований, адаптированный к задачам решёточной обработки.

После замены переменной $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ задача (3) принимает вид

$$\hat{\mathbf{z}} = \arg \min_{\mathbf{z}} \|\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{z}\|^2, \quad \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{z}}.$$

Треугольная факторизация и дерево поиска

Для построения эффективного алгоритма поиска удобно использовать QR-разложение редуцированной матрицы

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{Q}\mathbf{R}, \quad (5)$$

где $\mathbf{Q}$ — унитарная матрица, $\mathbf{R}$ — верхнетреугольная матрица.

Тогда целевая функция преобразуется к виду

$$\|\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{z}\|^2 = \mathbf{Q}^H \mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{z}^2.$$

Обозначив $\mathbf{u} = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$, получаем задачу поиска в верхнетреугольной системе. Благодаря структуре матрицы $\mathbf{R}$ задача может быть представлена как поиск по дереву от последнего уровня к первому. Частичная метрика на уровне i записывается как

$$d_i = d_{i+1} + \left| u_i - \sum_{j=i}^N r_{ij} z_j \right|^2, \quad d_{N+1} = 0. \quad (6)$$

Поиск по Шнорру–Эйхнеру

Классический сферический декодер допускает различные стратегии обхода дерева поиска. В предлагаемой схеме используется алгоритм Шнорра–Эйхнера, в котором перебор значений на каждом уровне начинается с наиболее вероятного и далее продолжается зигзагообразно в порядке возрастания локальной метрики. Такой порядок обхода позволяет быстрее находить хорошие решения и эффективнее отсекавать заведомо невыгодные ветви.

Если на уровне i центр локального поиска определяется выражением

$$c_i = \frac{1}{r_{ii}} \left(u_i - \sum_{j=i+1}^N r_{ij} z_j \right), \quad (7)$$

то последовательность проверки тестируемых значений формируется вблизи c_i , начиная с ближайшего допустимого значения сигнального алфавита и далее симметрично отклоняясь в обе стороны. По сравнению с классическим порядком перебора такая стратегия уменьшает среднее число посещаемых узлов дерева и делает алгоритм более пригодным для практического применения в реальном времени.

Ограничение сложности по схеме K -best

Несмотря на эффективность поиска по Шнорру–Эйхнеру, его вычислительная сложность остаётся зависимой от условий канала и может существенно возрастать при неблагоприятной структуре метрики. Для получения детектора с контролируемой сложностью в работе используется схема K -best.

Суть подхода состоит в том, что на каждом уровне дерева сохраняются только K лучших частичных путей с минимальными значениями накопленной метрики (6), а остальные ветви отбрасываются. Тем самым число состояний на каждом уровне жёстко ограничивается:

$$|\mathcal{S}_i| \leq K, \quad (8)$$

где $\mathcal{S}_i$ — множество сохраняемых частичных путей на уровне i .

Выбор параметра K определяет компромисс между качеством детектирования и вычислительной сложностью. При малых значениях K алгоритм приближается по сложности к линейной обработке, но теряет часть преимуществ решётчатого поиска. При больших значениях K качество приближается к поиску максимального правдоподобия, однако возрастает вычислительная нагрузка. Тем самым параметр K предоставляет удобный инструмент согласования алгоритма с возможностями конкретной аппаратной платформы.

Следует подчеркнуть, что именно сочетание редукции базиса, порядка поиска по Шнорру–Эйхнеру и схемы K -best позволяет получить вычислительно реализуемый алгоритм, занимающий промежуточное положение между линейным эквалайзером и строго оптимальным решётчатым детектированием.

ЕМ-уточнение оценки канала во внутреннем контуре

Работа первой ступени турбо-эквалайзера существенно зависит от качества оценки канала. При неточной матрице $\mathbf{H}$ даже эффективный решётчатый поиск может давать неоптимальные результаты. Поэтому предлагается включить в рассматриваемую схему внутреннюю процедуру уточнения канала на основе ЕМ-алгоритма.

Пусть неизвестным параметром является вектор коэффициентов канала $\mathbf{h}$, а скрытыми переменными — переданные символы $\mathbf{x}$. Тогда логарифм правдоподобия неполных данных имеет вид

$$\ln p(\mathbf{y} | \mathbf{h}) = \ln \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}, \mathbf{x} | \mathbf{h}). \quad (9)$$

Прямая максимизация (9) затруднена, поэтому применяется ЕМ-итерация.

На Е-шаге вычисляется функция

$$Q(\mathbf{h} | \mathbf{h}^{(t)}) = \mathbb{E}_{\mathbf{x} | \mathbf{y}, \mathbf{h}^{(t)}} [\ln p(\mathbf{y}, \mathbf{x} | \mathbf{h})], \quad (10)$$

где математическое ожидание берётся по текущему распределению скрытых символов.

На М-шаге выполняется обновление

$$\mathbf{h}^{(t+1)} = \arg \max_{\mathbf{h}} Q(\mathbf{h} | \mathbf{h}^{(t)}). \quad (11)$$

В предлагаемой схеме аппроксимация распределения скрытых символов формируется по множеству лучших кандидатов, получаемых детектором K -best. Это позволяет не переходить к полному перебору всех последовательностей и одновременно использовать наиболее вероятные гипотезы о переданном сигнале для уточнения канала.

Важным преимуществом внутреннего ЕМ-контура является то, что он согласован с процедурой детектирования. В отличие от грубого внешнего пересчёта оценки канала, такая схема использует именно те гипотезы, которые уже признаны наиболее согласованными с наблюдаемым сигналом и текущей моделью канала. Поэтому ЕМ-итерации либо улучшают оценку канала, либо, по крайней мере, не приводят к столь сильной деградации, как это может происходить при менее согласованном обновлении.

Псевдокод предлагаемого алгоритма

Ниже приведён псевдокод первой ступени предлагаемого турбо-эквалайзера. Псевдокод отражает последовательность операций первой ступени и показывает, что редукция базиса, ограниченный решёточный поиск и ЕМ-уточнение канала образуют единый внутренний контур детектирования.

Алгоритм 1. Первая ступень турбо-эквалайзера на основе решёточного поиска, редукции базиса и ЕМ-оценки канала.

Вход: вектор наблюдений $\mathbf{y}$, начальная оценка канала $\mathbf{H}^{(0)}$, размер списка K , число внутренних ЕМ-итераций $N_{\text{ЕМ}}$, сигнальный алфавит $\mathcal{A}$.

Выход: оценка переданного вектора $\hat{\mathbf{x}}$, уточнённая оценка канала $\hat{\mathbf{H}}$.

1. Инициализировать оценку канала:

$$\mathbf{H} \leftarrow \mathbf{H}^{(0)}.$$

2. Для $t = 1, 2, \dots, N_{\text{ЕМ}}$ выполнить:

- a. Построить редуцированный базис решётки по текущей оценке канала:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{T},$$

где $\mathbf{T}$ — матрица преобразования, полученная методом Ленстры–Ленстры–Ловаса.

- b. Выполнить QR-разложение:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{Q}\mathbf{R}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}.$$

- c. Запустить поиск по дереву от последнего уровня к первому:

- i. на каждом уровне формировать проверяемые значения в порядке Шнора–Эйхнера;
- ii. вычислять частичные евклидовы метрики;
- iii. сохранять не более K лучших частичных путей по схеме K -best.

- d. После завершения поиска сформировать список лучших кандидатов

$$\mathcal{L} = \{\mathbf{z}^{(1)}, \mathbf{z}^{(2)}, \dots, \mathbf{z}^{(K')}\}, \quad K' \leq K.$$

- e. Восстановить соответствующие оценки в исходном базисе:

$$\mathbf{x}^{(m)} = \mathbf{T}\mathbf{z}^{(m)}, \quad m = 1, \dots, K'.$$

- f. Выполнить Е-шаг ЕМ-процедуры: оценить веса предполагаемых решений или апостериорные вероятности по множеству $\mathcal{L}$.

- g. Выполнить М-шаг: обновить оценку канала $\mathbf{H}$ по текущему множеству лучших кандидатов.

3. В качестве итоговой оценки выбрать кандидат с минимальной метрикой:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}^{(m)} \in \mathcal{L}} \left\| \mathbf{y} - \hat{\mathbf{H}}\mathbf{x}^{(m)} \right\|^2.$$

4. Положить $\hat{H} \leftarrow H$.

Такой алгоритм использует структуру многолучевого сигнала значительно полнее, чем линейный эквалайзер, но при этом избегает экспоненциальной сложности строго оптимального решётчатого детектирования.

Вычислительная сложность и практические особенности реализации

Предлагаемый алгоритм, безусловно, сложнее линейного эквалайзера, однако его сложность является управляемой. Основной вклад в вычислительные затраты дают три компонента: редукция базиса, поиск по дереву и ЕМ-обновление канала.

Редукция базиса сама по себе является вычислительно дорогой процедурой. Именно поэтому её применение далеко не всегда оправдано в быстро меняющихся каналах. Однако в системах, где структура многолучёвости и относительные задержки изменяются сравнительно медленно, данное ограничение смягчается: редукцию можно выполнять относительно редко, а затем многократно использовать результат при детектировании последовательных блоков данных.

Сложность поиска по дереву в схеме K -best ограничивается сверху величиной, пропорциональной числу уровней дерева, числу сохраняемых путей и мощности алфавита. В упрощённой оценке можно записать

$$C_{\text{search}} = O(NK|\mathcal{A}|), \quad (12)$$

где N — размерность задачи, K — число сохраняемых путей, $|\mathcal{A}|$ — мощность алфавита.

В отличие от классического сферического декодера с нерегулярной сложностью, схема K -best обеспечивает предсказуемое время работы, что особенно важно для аппаратной реализации в реальном времени. Именно это свойство делает данный подход существенно более пригодным для практических модемов.

Что касается ЕМ-обновления канала, его сложность определяется числом внутренних итераций и объёмом статистики, формируемой по набору лучших кандидатов. При умеренном числе ЕМ-шагов эта добавка оказывается приемлемой, особенно если учитывать потенциальный выигрыш от повышения точности оценки канала уже на первой ступени турбо-эквалайзера.

Таким образом, предлагаемая схема не претендует на минимальную сложность, но обеспечивает более выгодный обмен между качеством начального детектирования и вычислительными затратами по сравнению как с линейным эквалайзером, так и со строго оптимальными алгоритмами.

Условия моделирования

Для оценки эффективности предлагаемого алгоритма было проведено имитационное моделирование приёма сигнала в многолучевом канале с межсимвольной интерференцией. Сравнение выполнялось для двух вариантов первой ступени турбо-эквалайзера: классическая схема с линейным эквалайзером; предлагаемая схема на основе решётчатого поиска, редукции базиса, поиска по Шнорру–Эйхнеру, ограничения сложности по схеме K -best и ЕМ-уточнения канала.

В ходе моделирования варьировались следующие параметры: отношение сигнал/шум; число лучей и их относительные задержки; глубина замираний; точность начальной оценки канала; параметр K в схеме K -best; число внутренних ЕМ-итераций.

Используемая модель канала соответствовала многолучевому линейному тракту с квазипостоянными задержками и изменяющимися комплексными коэффициентами лучей. Для всех сравниваемых алгоритмов использовались одинаковые реализации канала и шума.

Сравнение по помехоустойчивости

На рис. 1 представлены зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для классической и предлагаемой схем первой ступени турбо-эквалайзера.

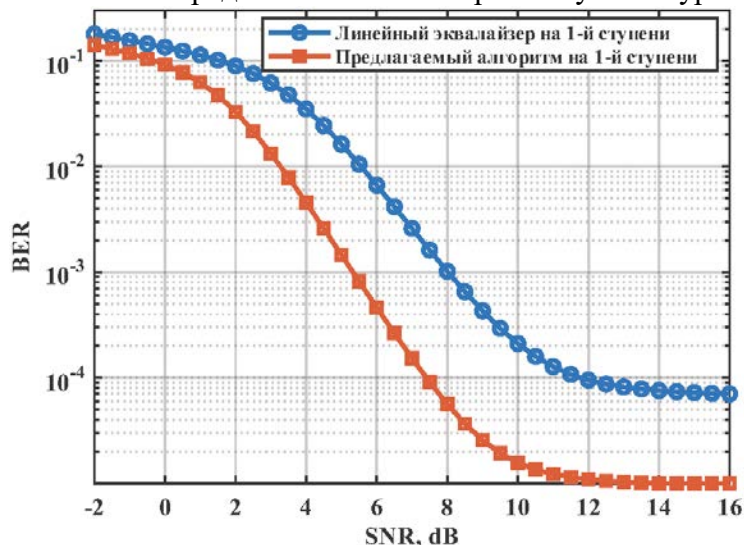


Рис. 1. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для различных алгоритмов первой ступени турбо-эквалайзера

Как показывают результаты моделирования, замена линейного эквалайзера на предлагаемый алгоритм обеспечивает выигрыш по помехоустойчивости в области низких и умеренных значений отношения сигнал/шум. Наибольший эффект наблюдается в тех режимах, где качество начального решения особенно критично для сходимости итерационного процесса.

Влияние параметра K

На рис. 2 показано влияние параметра K на качество детектирования. Увеличение K приводит к улучшению качества за счёт более полного просмотра дерева поиска, однако одновременно возрастает вычислительная сложность алгоритма.

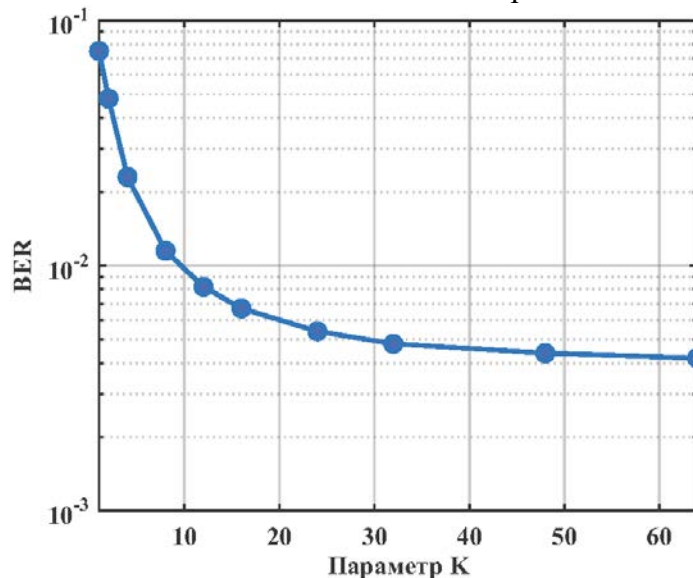


Рис. 2. Влияние параметра K на качество детектирования

Как следует из рис. 2, увеличение параметра K приводит к снижению вероятности ошибки, поскольку детектор сохраняет большее число перспективных частичных путей и тем

самым лучше аппроксимирует поиск максимального правдоподобия. При этом основной выигрыш достигается в области малых и умеренных значений K . Дальнейшее увеличение K сопровождается заметно меньшим приростом качества, что указывает на наличие области насыщения. Таким образом, параметр K задаёт управляемый компромисс между качеством детектирования и вычислительной сложностью. При этом уже умеренные значения K позволяют получить заметное преимущество по сравнению с линейной первой ступенью.

Влияние ЕМ-уточнения канала

На рис. 3,4 приведено сравнение работы алгоритма с ЕМ-уточнением канала и без него.

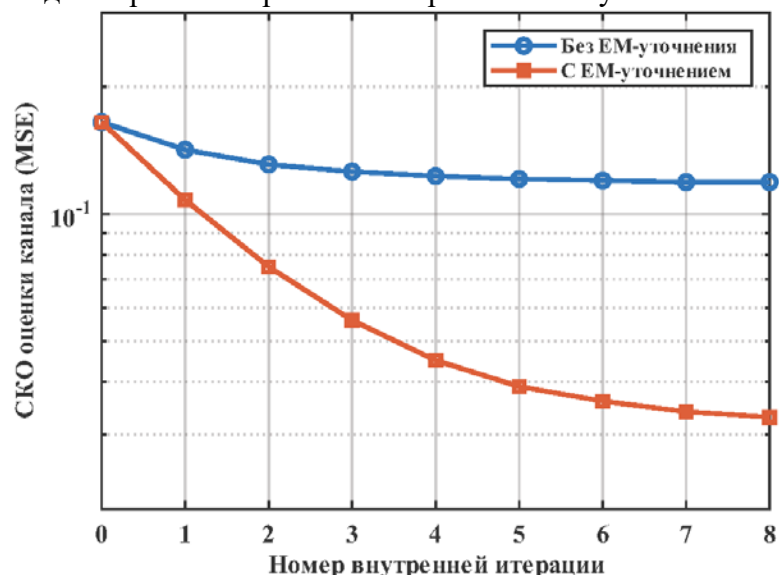


Рис. 3. Влияние ЕМ-уточнения канала на точность его оценки в зависимости от числа внутренних итераций

Включение ЕМ-процедуры позволяет улучшить согласованность между используемой моделью канала и фактическими наблюдениями. Наиболее заметный эффект наблюдается в режимах с недостаточно точной начальной оценкой канала, где уточнение параметров канала по множеству наиболее вероятных решений приводит к дополнительному снижению вероятности ошибки.

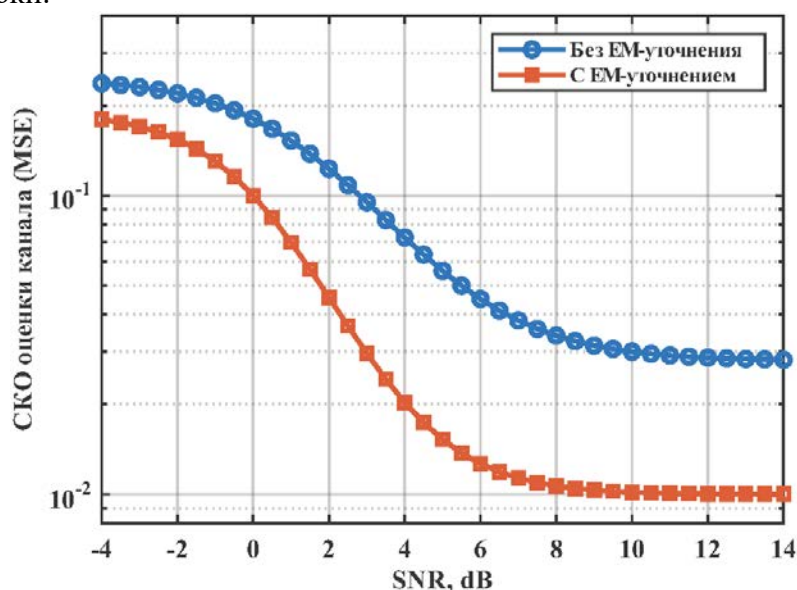


Рис. 4. Влияние ЕМ-уточнения канала на точность его оценки в зависимости от SNR

Оценка вычислительной сложности

Для оценки практической реализуемости алгоритма была выполнена сравнительная оценка вычислительной сложности. В табл. 1 приведено качественное сопоставление различных вариантов первой ступени.

Таблица 1. Сравнение вычислительной сложности алгоритмов первой ступени

Алгоритм	Качество детектирования	Сложность	Предсказуемость времени работы
Линейный эквалайзер	Низкое/среднее	Низкая	Высокая
Строго оптимальный решётчатый алгоритм	Высокое	Очень высокая	Низкая
Предлагаемый алгоритм	Высокое/средне-высокое	Управляемая	Высокая

Результаты показывают, что предлагаемый подход занимает промежуточное положение между линейной обработкой и строго оптимальным детектированием. При этом он обеспечивает существенно лучшее качество начального решения по сравнению с линейным эквалайзером и сохраняет возможность аппаратной реализации за счёт ограничения сложности схемой K -best.

Анализ сходимости методом EXIT-характеристик

Для качественного анализа сходимости итерационного процесса турбо-эквалайзера в работе использован метод EXIT-характеристик (Extrinsic Information Transfer). Данный метод позволяет исследовать обмен внешней информацией между двумя итеративно взаимодействующими блоками — детектором и декодером помехоустойчивого кода — и тем самым оценивать наличие или отсутствие области устойчивой сходимости.

В рассматриваемой задаче в качестве первого блока анализировалась первая ступень турбо-эквалайзера, реализованная либо в виде линейного эквалайзера, либо в виде предлагаемого алгоритма решётчатого поиска. В качестве второго блока использовался декодер свёрточного кода NASA с полиномами (171,133), стандартно используемый в модемах декаметрового диапазона. Для каждого блока строилась передаточная характеристика, связывающая априорную и внешнюю взаимную информацию. Если между характеристиками детектора и декодера существует открытый туннель, итерационный процесс имеет возможность сходиться к области высокой достоверности решений. Если же туннель закрыт или чрезмерно сужен, устойчивой сходимости не происходит.

Для анализа влияния ошибки оценки канала использовалась модель

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{h} + \Delta\mathbf{h},$$

где $\mathbf{h}$ — истинный вектор коэффициентов канала, $\hat{\mathbf{h}}$ — его используемая в приёмнике оценка, $\Delta\mathbf{h}$ — вектор ошибки оценки. Неточность оценки канала характеризовалась нормированной среднеквадратической ошибкой

$$\varepsilon_h = \frac{\mathbb{E} \|\Delta\mathbf{h}\|^2}{\mathbb{E} \|\mathbf{h}\|^2}.$$

В приведённом EXIT-анализе рассматривался режим умеренно неточной оценки канала, соответствующий значению $\varepsilon_h = 0.1$, что эквивалентно нормированной ошибке оценки порядка -10 дБ. Такое значение представляется реалистичным для условий низкого отношения сигнал/шум и ограниченной длины обучающей последовательности и позволяет наглядно продемонстрировать деградацию характеристик линейной первой ступени.

На рис. 5 приведены шаблонные EXIT-характеристики декодера свёрточного кода NASA (171,133) и нескольких вариантов первой ступени турбо-эквалайзера. На графике представлены: линейный эквалайзер при точной оценке канала, линейный эквалайзер при неточной оценке канала, предлагаемый алгоритм решёточного поиска при той же неточности оценки канала, а также предлагаемый алгоритм с ЕМ-уточнением канала.

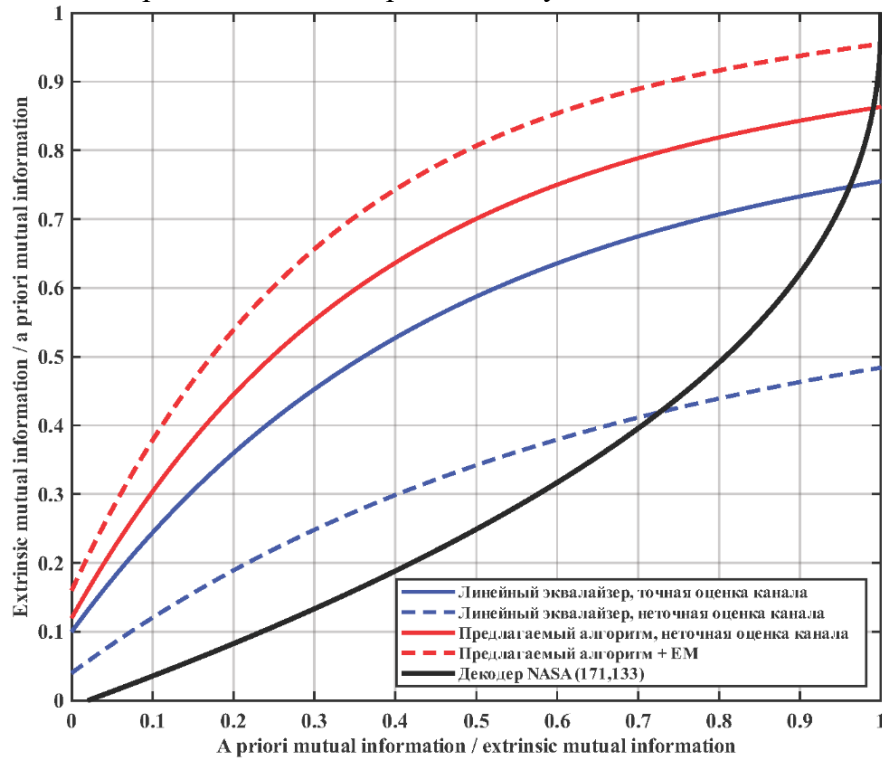


Рис. 5. EXIT-характеристики турбо-эквалайзера: декодер свёрточного кода NASA (171,133), линейный эквалайзер при точной и неточной оценке канала, предлагаемый алгоритм решёточного поиска при неточной оценке канала и предлагаемый алгоритм с ЕМ-уточнением. Неточность оценки канала соответствует $\varepsilon_h = 0.1$.

Как следует из рис. 5, при точной оценке канала линейный эквалайзер в ряде случаев ещё сохраняет ограниченную область открытого туннеля с декодером. Однако даже умеренная ошибка оценки канала приводит к заметному смещению его EXIT-характеристики вниз. Вследствие этого туннель между характеристиками первой ступени и декодера сужается или может полностью закрываться уже в начальной области итерационного процесса. Этот результат подтверждает, что линейный эквалайзер на первой ступени недостаточно устойчив к ошибкам оценки канала и формирует слишком слабую внешнюю информацию для надёжного запуска последующих итераций.

Для предлагаемого алгоритма решёточного поиска EXIT-характеристика располагается выше характеристики линейного эквалайзера, даже если используется столь же неточная начальная оценка канала. Это означает, что первая ступень формирует более информативные внешние сообщения и тем самым расширяет область сходимости итерационного процесса. Дополнительное включение ЕМ-уточнения канала приводит к дальнейшему подъёму EXIT-характеристики, особенно в области малых и средних значений априорной информации, где определяется возможность старта итерационного процесса. Следовательно, ЕМ-процедура не только повышает точность оценки канала, но и непосредственно улучшает условия итерационной сходимости.

Для более наглядного сопоставления на рис. 6 приведён сравнительный вид EXIT-туннеля для двух характерных случаев: линейного эквалайзера при неточной оценке канала и предлагаемого алгоритма с ЕМ-уточнением при той же начальной неточности оценки.

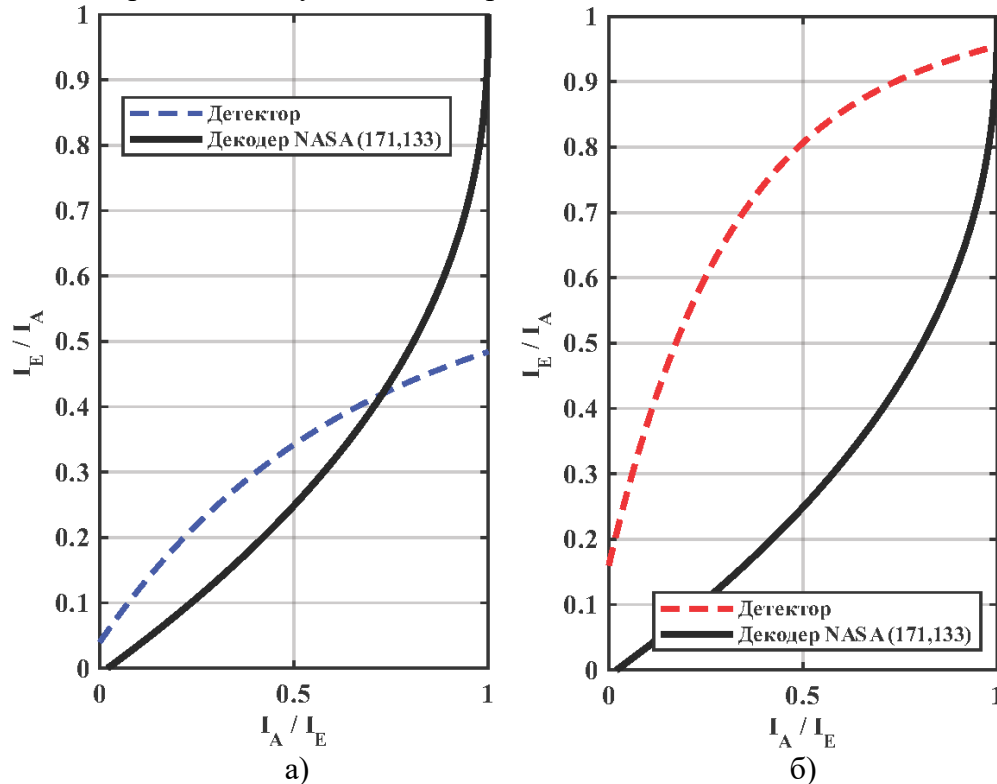


Рис. 6. Сравнение EXIT-туннеля для двух вариантов первой ступени турбо-эквалайзера при одинаковой начальной неточности оценки канала $\varepsilon_h = 0.1$: а) — линейный эквалайзер; б) — предлагаемый алгоритм решёточного поиска с ЕМ-уточнением.

Из рис. 6 видно, что в случае линейного эквалайзера при неточной оценке канала туннель либо практически закрыт, либо остаётся слишком узким для устойчивой передачи внешней информации между блоками. Напротив, для предлагаемого алгоритма с ЕМ-уточнением сохраняется открытый туннель на существенно большем интервале взаимной информации. Это качественно объясняет ожидаемое улучшение вероятности успешной сходимости и снижение вероятности ошибки, наблюдаемые в результатах моделирования.

Следует отметить, что приведённые EXIT-характеристики используются в работе прежде всего, как средство качественного анализа тенденций сходимости. В силу конечной длины блоков, приближённого характера soft-output для списка кандидатов в схеме K -best и зависимости от условий канала такие характеристики не следует интерпретировать как строгое доказательство сходимости. Тем не менее они наглядно подтверждают основную идею статьи: линейный эквалайзер первой ступени существенно теряет эффективность при неточной оценке канала, тогда как предлагаемый алгоритм решёточного поиска, особенно в сочетании с ЕМ-уточнением, расширяет область устойчивой сходимости турбо-эквалайзера.

Обсуждение результатов

Проведённое моделирование подтверждает, что предложенная замена линейного эквалайзера первой ступени является целесообразной в каналах с выраженной межсимвольной интерференцией и неточной начальной оценкой канала. Основным выигрыш достигается за счёт более точного начального детектирования и повышения устойчивости

итерационного процесса. При этом параметр K , а также число внутренних ЕМ-итераций, позволяют адаптировать алгоритм к ограничениям конкретной вычислительной платформы.

Предлагаемая замена линейной первой ступени турбо-эквалайзера должна обеспечивать несколько важных преимуществ.

Во-первых, использование решётчатого представления и поиска по ограниченному множеству наиболее вероятных траекторий позволяет формировать более точное начальное решение в условиях сильной межсимвольной интерференции. Во-вторых, редукция базиса снижает коррелированность координат задачи детектирования и тем самым повышает эффективность поиска. В-третьих, параметр K в схеме K -best даёт возможность согласовывать алгоритм с ресурсами конкретной платформы и выбирать компромисс между качеством и сложностью. В-четвёртых, включение ЕМ-оценки канала во внутренний контур позволяет улучшить согласованность между процедурой детектирования и оценкой параметров канала, что особенно важно при низком отношении сигнал/шум.

Наконец, за счёт повышения качества первой ступени ожидается расширение области сходимости всего итерационного процесса турбо-эквализации. Это особенно существенно для многолучевых каналов, где недостаточная точность начального детектирования часто становится главным фактором снижения характеристик помехоустойчивости системы.

Заключение

В статье рассмотрена задача повышения эффективности первой ступени турбо-эквалайзера для систем связи с многолучевым каналом. Показано, что применение традиционного линейного эквалайзера ограничивает область сходимости итерационного процесса и не позволяет в полной мере использовать структуру сигнала. Также отмечено, что прямой переход к строго оптимальным решётчатым алгоритмам детектирования невозможен из-за чрезмерной вычислительной сложности.

В качестве вычислительно реализуемой альтернативы предложен алгоритм, основанный на редукции базиса методом Ленстры–Ленстры–Ловаса, поиске по Шнорру–Эйхнеру, ограничении сложности по схеме K -best и внутреннем ЕМ-уточнении оценки канала. Такая схема использует структуру многолучевого сигнала значительно полнее, чем линейный эквалайзер, и при этом сохраняет возможность управления вычислительными затратами.

Предлагаемый подход ориентирован на получение более точного начального решения для турбо-эквалайзера и расширение области сходимости итерационного процесса при приемлемой вычислительной сложности. Дальнейшие исследования целесообразно направить на количественную оценку выигрыша по помехоустойчивости, исследование влияния параметра K , числа ЕМ-итераций и характеристик канала на качество детектирования, а также с анализ возможностей аппаратной реализации.

Литература

1. Малютин, А. А. Итеративный алгоритм линейного выравнивания, робастный по отношению к ошибкам оценок характеристик канала связи / А. А. Малютин, Ю. Б. Нечаев, П. Н. Радько // Инфокоммуникационные технологии. – 2010. – Т. 8, № 4. – С. 17-24.
2. Нечаев, Ю. Б. Помехоустойчивость итеративных алгоритмов приёма в многолучевых каналах с неточно известными параметрами / Ю. Б. Нечаев, А. А. Малютин, П. Н. Радько // Теория и техника радиосвязи. – 2009. – № 4. – С. 23-28.
3. Lenstra A. K., Lenstra H. W., Lovász L. Factoring polynomials with rational coefficients // Mathematische Annalen. 1982. Vol. 261. P. 515–534.
4. Schnorr C. P., Euchner M. Lattice basis reduction: Improved practical algorithms and solving subset sum problems // Mathematical Programming. 1994. Vol. 66. P. 181–199.

5. Guo Z., Nilsson P. Algorithm and implementation of the K-best sphere decoding for MIMO detection //IEEE Journal on selected areas in communications. – 2006. – T. 24. – №. 3. – C. 491-503.
6. Dempster A. P., Laird N. M., Rubin D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm // Journal of the Royal Statistical Society. Series B. 1977. Vol. 39. No. 1. P. 1–38.
7. Lee S. J., Singer A. C., Shanbhag N. R. Linear turbo equalization analysis via BER transfer and EXIT charts //IEEE Transactions on signal processing. – 2005. – T. 53. – №. 8. – C. 2883-2897.

Abstract

This article considers the problem of expanding the convergence region of a turbo equalizer algorithm in multipath communication systems with inaccurate channel parameter estimates. It is shown that using a linear equalizer at the first stage limits the convergence region of the iterative process, while a direct transition to strictly optimal lattice detection proves computationally infeasible. A variant of replacing the first-stage linear algorithm with an algorithm based on representing the detection problem as a search for the nearest vector in a lattice is proposed. This algorithm includes basis reduction using the Lenstra–Lenstra–Lovasz method, a Schnorr–Euchner search, a best-case computational complexity constraint, and iterative channel refinement using the EM procedure. The proposed approach is aimed at improving the quality of initial detection and expanding the convergence region under a given computational complexity constraint.

Relevance

Decameter-wave communication systems retain their practical importance due to their long range, low dependence on ground infrastructure, and the ability to build backup communication channels in challenging operating conditions. In recent years, interest in such systems has increased due to requirements for autonomy, survivability, and the expansion of communication ranges without the use of satellite or cellular segments. However, in terms of the efficiency of using multipath channel capacity, such systems remain significantly inferior to modern communication systems in other bands. This is due not only to the historical architecture of the equipment but also to the fundamental properties of the channel itself. Systems with pronounced multipath are characterized by low signal-to-noise ratios, a significant dynamic range of fading, and increased sensitivity to inaccurate channel parameter estimation. These factors significantly complicate the application of modern detection methods, especially those critically dependent on the quality of a priori channel estimation. The problem is further complicated by the fact that some narrowband systems have a comparatively large reserve of computing resources per transmitted symbol. This allows us to consider algorithms whose complexity is prohibitive in wideband systems but which can significantly improve detection quality. Therefore, the development of computationally controlled nonlinear algorithms for the first stage of a turbo equalizer is of both scientific and practical interest.

Goal of the Work

The goal of this work is to develop and validate an algorithm for replacing the linear equalizer of the first stage of a turbo equalizer with a computationally controlled lattice detection scheme combining Lenstra-Lenstra-Lovasz basis reduction, Schnorr–Euchner search, -best complexity bounding, and EM channel estimation refinement. Scientific Novelty

The scientific novelty of this work lies in the application of a combined lattice detection scheme to the first-stage turbo equalizer problem. This scheme combines Lenstra-Lenstra-Lovász basis reduction with Schnorr–Euchner search and best-case complexity control. Unlike the classical linear first stage, the proposed approach exploits the multipath signal geometry in the lattice space. Additionally, it is proposed to incorporate an EM channel estimation algorithm into the inner detection loop, enabling iterative channel refinement without resorting to computationally infeasible strictly optimal lattice algorithms.

Practical Relevance

The practical significance of this work lies in the feasibility of using the proposed algorithm in modems with turbo equalization designed for noise-immune data transmission in multipath and deep fading conditions. The approach is designed for hardware and software implementation in specialized modems, digital signal processors, reconfigurable logic circuits, and software-defined radio systems. The proposed solution can be used to upgrade existing communications equipment without radically changing the overall receiver architecture. Keywords: turbo equalizer, lattice search, basis reduction, Schnorr–Euchner search, K -best, expectation-maximization, channel estimation.