

УДК 530.24:514.7:530.12:524.8

Автор: Максимов Максим Владимирович

Организация: частный исследовательский проект

E-mail: maksum.arakaev@yandex.ru

Телефон: +79046667422

Некомпактность калибровочной группы $SO(2, 1)$, как классический источник отрицательной плотности энергии: механизм, лабораторная оценка и космологические перспективы

Аннотация

В работе исследуется калибровочная теория с некомпактной группой $SO(2,1)$, метрика Киллинга которой содержит отрицательный компонент $\kappa = \text{diag}(-1, +1, +1)$. Показано, что этот структурный знак минус нетривиально проектируется в тензор энергии-импульса: в статической конфигурации вклады секторов взаимно сокращаются ($T_{tt} = 0$), однако при наличии топологического дефекта — нетривиальной голономии векторного потенциала, обусловленной фундаментальной группой $\pi_1(\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}) = \mathbb{Z}$ — некомпактный сектор «просыпается», и плотность энергии становится отрицательной: $T_{tt} < 0$. Механизм не требует квантования: эффект чисто классический, возникающий из топологии расслоения и знака метрики Киллинга. Получена оценка масштабирования $T_{tt} \propto n^4 \cdot R^{-4}$, где n — число квантов магнитного потока. Обсуждается лабораторная реализация в коаксиальной геометрии с резонансным возбуждением и космологические перспективы — связь с тёмной энергией и возможное объяснение ускоренного расширения Вселенной без введения космологической постоянной.

Введение

Современная физика придерживается эвристического правила: компактность калибровочной группы — необходимое условие физической реализуемости. Некомпактные группы традиционно отвергаются из-за кажущегося запрета на отрицательные плотности энергии, нарушающие стандартное неравенство $T_{tt} \geq 0$. Это правило, однако, опирается на молчаливое предположение: что метрика Киллинга положительно определена. Для компактных групп ($SU(2)$, $SU(3)$) это так. Но для некомпактной группы $SO(2,1)$ метрика Киллинга имеет сигнатуру $(-, +, +)$ — и именно этот структурный минус меняет всё. В данной работе мы показываем, что отрицательная плотность энергии в калибровочной теории с $SO(2,1)$ — не патология и не артефакт квантования, а прямое классическое следствие топологии расслоения и знака метрики Киллинга. Ключевую роль играет голономия векторного потенциала вокруг топологического дефекта: она проектирует компактный сектор в некомпактный, нарушая баланс, который в статике давал $T_{tt} = 0$, и приводя к $T_{tt} < 0$. Работа строит мост между абстрактной алгебраической структурой некомпактной группы и наблюдаемыми физическими эффектами — от лабораторных оценок до космологии.

Глава 0. Термины и обозначения

0.1. Калибровочная группа

$SO(2,1)$ — некомпактная группа изометрий двумерного пространства постоянной отрицательной кривизны (псевдосфера Лобачевского). Состоит из линейных преобразований трёхмерного пространства с метрикой сигнатуры $(+, +, -)$, сохраняющих эту метрику.

В отличие от компактной $SU(2)$ (группы изометрий сферы), метрика Киллинга $SO(2,1)$ не является положительно определённой. Это ключевое свойство — источник всех эффектов данной статьи.

Метрика Киллинга κ_{ab} — симметричная билинейная форма на алгебре Ли, определяющая свёртку в тензоре энергии-импульса. Для $SO(2,1)$ в базисе генераторов K_1, K_2, K_3 : $\kappa_{ab} = \text{diag}(-1, -1, +1)$

Секторы $a = 1, 2$ — некомпактные (соответствуют бустам, $\kappa_{11} = \kappa_{22} = -1$). Сектор $a = 3$ — компактный (соответствует вращению, $\kappa_{33} = +1$).

В $SU(2)$ все три диагональных элемента равны $+1$ — и ни один из эффектов данной статьи невозможен.

0.2. Калибровочные поля и потенциалы

Калибровочный потенциал A^a_μ — векторное поле со значением в алгебре Ли группы $SO(2,1)$. Индекс $\mu = t, r, \phi, z$ — пространственно-временной (в цилиндрических координатах), индекс $a = 1, 2, 3$ — внутренний (адрес сектора).

- A^3 — электромагнитный сектор. Компонента A^3_ϕ — азимутальный потенциал, создаваемый цилиндром с магнитным потоком (эффект Ааронова–Бома). При динамическом возмущении получает добавку ψ : $A^3_\phi = (c_3 + \psi)/r$.
- A^1 — некомпактный сектор 1. Компонента A^1_ϕ — азимутальный потенциал, индуцированный A^3_ϕ через угол проекции α : $A^1_\phi = A^3_\phi \cdot \tan \alpha$. Компонента A^1_z — продольный потенциал, фоновый, «искривляется» при появлении A^3 .
- A^2 — некомпактный сектор 2. Компонента A^2_r — радиальный потенциал, фоновый, «искривляется» при появлении A^3 . Ортогонален плоскости голономии (см. 0.5).

0.3. Некомпактный вакуум

Некомпактный вакуум — состояние системы при отсутствии электромагнитного потенциала A^3 . Некомпактные потенциалы A^1, A^2 однородны (пространственные константы), коммутаторов нет, тензор энергии-импульса равен нулю. Вакуум «спит».

При появлении A^3 (от цилиндра с потоком) некомпактный вакуум «просыпается»: A^3 искривляет однородные фоновые потенциалы, они приобретают пространственную структуру ($\sim 1/r$), и коммутаторы становятся ненулевыми. Аналогия из ОТО: масса искривляет плоское пространство-время, здесь — электромагнитный потенциал искривляет однородный некомпактный фон.

0.4. Угол проекции α

Угол проекции α — безразмерный параметр, характеризующий «наклон» вектора потенциала в плоскости (K_1, K_3) при наличии голономии. Определяет, какая доля A^3_ϕ проецируется в A^1_ϕ :

$$\tan \alpha = A^1_\phi / A^3_\phi$$

В статье [1] α входил как параметр анзаца. В данной статье α — характеристика проекции электромагнитного потенциала на некомпактный фон. Значение $\alpha = 45^\circ$ ($\tan \alpha = 1$) выделяется условием светового конуса в статике (см. 0.8) и уравнением движения.

Возможен второй угол проекции β , характеризующий проекцию $A^3 \rightarrow A^2$ (в плоскости (K_2, K_3)). В данной статье рассматривается $\beta = 0$ (минимальная модель); обобщение на $\beta \neq 0$ — для будущей работы.

0.5. Голономия и плоскость проекции

Голономия — нетривиальный параллельный перенос в пространстве внутренних секторов при обходе вокруг топологического дефекта (оси цилиндра). Обход меняет направление вектора потенциала: поворачивает его в плоскости (K_1, K_3) на угол $2\pi\alpha$.

Плоскость голономии (K_1, K_3) — двумерная плоскость в пространстве внутренних секторов, в которой действует голономия. Генератор K_3 (компактный) и K_1 (некомпактный) лежат в этой плоскости. Генератор K_2 (некомпактный) ортогонален ей.

Отсюда — структурное неравноправие некомпактных секторов:

- A^1 лежит в плоскости голономии $\rightarrow$ связан с A^3 через угол α

- A^2 ортогонален плоскости голономии $\rightarrow$ не связан с A^3 через азимутальную компоненту (но связан через коммутаторы с радиальной компонентой)

Это разделение — не выбор анзаца, а следствие алгебры $SO(2,1)$ и геометрии обхода (вдоль φ).

0.6. Топологический дефект

Топологический дефект — ось цилиндра, вокруг которого калибровочный потенциал имеет нетривиальную голономию. Физически реализуется цилиндром с магнитным потоком (как в эффекте Ааронова–Бома): магнитное поле локализовано внутри цилиндра, вне — нулевое, но векторный потенциал $A^3_\varphi \sim 1/r$ ненулевой.

Существование дефекта обусловлено нетривиальной фундаментальной группой: $\pi_1(\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}) = \mathbb{Z}$. Без дефекта — нет голономии, нет A^3 , некомпактный вакуум не «просыпается», эффекта нет.

0.7. Сходящаяся цилиндрическая волна

Сходящаяся цилиндрическая волна — электростатическое возмущение, создаваемое синфазной подачей напряжения на боковую поверхность проводящего цилиндра. Волновой фронт движется к оси цилиндра, проходит через неё и становится расходящейся волной.

Синфазная подача — одновременное приложение одинакового потенциала ко всей боковой поверхности. В этом режиме возмущение не зависит от φ и z — только от r и t .

Компенсация электрического поля — в момент, когда сходящаяся и расходящаяся волны накладываются, радиальное электрическое поле компенсируется: $\partial_r \psi \approx 0$. При этом потенциал ψ — в экстремуме (максимуме или минимуме), и $\partial_t \psi \approx 0$. Поле равно нулю, потенциал — нет. Это режим Ааронова–Бома: $E \approx 0$, но $\psi \neq 0$.

0.8. Напряжённости поля

Тензор напряжённости Янга–Миллса [2]:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g \sum \varepsilon^a_{bc} A^b_\mu A^c_\nu$$

где g — константа связи, ε^a_{bc} — структурные константы алгебры $SO(2,1)$.

Линейная часть $(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)$ — абелев вклад, аналогичный ротору в электродинамике. Коммутаторная часть $g \sum \varepsilon^a_{bc} A^b_\mu A^c_\nu$ — неабелев вклад, возникающий из некоммутативности генераторов. Именно коммутаторная часть ответственна за все эффекты данной статьи. В абелевом случае ($U(1)$) она равна нулю.

Ключевая асимметрия (центральный факт статьи): коммутаторная компонента $F^2_{\varphi z}$ зависит от $A^3_\varphi = (c_3 + \psi)/g$ (и модулируется возмущением ψ), а коммутаторная компонента F^3_{rz} зависит от $A^2_r = c_2/g$ и $A^1_z = d_1/g$, которые не содержат ψ (и не модулируются). Эта асимметрия — источник отрицательной плотности энергии.

0.9. Световой конус

Условие светового конуса — равенство нулю полной свёртки напряжённостей: $\kappa_{ab} F^a_{\mu\nu} F^{b,\mu\nu} = 0$

Физический смысл: «длина» вектора напряжённости в пространстве внутренних секторов равна нулю — компактный сектор в точности уравнивает некомпактные. В статике (статья [1]) это условие приводит к $T_{tt} = 0$ — нулевой плотности энергии.

Нарушение светового конуса — $\kappa_{ab} F^a F^b \neq 0$. В компактных группах ($SU(2)$) нарушение всегда даёт $\kappa F^2 > 0 \rightarrow T_{tt} > 0$. В некомпактной $SO(2,1)$ нарушение может дать $\kappa F^2 < 0 \rightarrow T_{tt} < 0$. Это — основной результат статьи.

0.10. Тензор энергии-импульса

ТЭИ Янга–Миллса [2]: $T_{\mu\nu} = \kappa_{ab} (F^a_{\mu\rho} F^{b,\rho}_\nu - 1/4 g_{\mu\nu} F^a_{\rho\sigma} F^{b,\rho\sigma})$

В метрике $(-+++)$, в ортонормированном базисе, в статике (без временных компонент F_{tr}): $T_{tt} = 1/4 \kappa_{ab} F^a \cdot F^b$. При наличии динамики ($\partial_t \psi \neq 0$) добавляется положительный вклад от индукционного электрического поля: $T^{(инд)}_{tt} = (\partial_t \psi)^2 / g^2 \geq 0$. В момент компенсации ($\partial_t \psi \approx 0$, $\partial_r \psi \approx 0$) этот вклад пренебрежимо мал, и доминирует коммутаторный эффект.

0.11. Возмущение ψ

Возмущение $\psi(t, r)$ — добавка к электромагнитному потенциалу A^3_ϕ , создаваемая сходящейся цилиндрической волной от синфазной подачи напряжения на боковую поверхность цилиндра: $A^3_\phi = (c_3 + \psi(t, r)) / r$

ψ — безразмерная величина (в единицах, где $\hbar = c = 1$). Связь с физическим потенциалом: $\psi \sim eV \cdot gR^2 / (\hbar c)$, где V — напряжение, R — радиус цилиндра.

В момент компенсации: $\partial_r \psi \approx 0$ (поле скомпенсировано), $\partial_t \psi \approx 0$ (экстремум), $\psi \neq 0$ (потенциал в максимуме). Именно это состояние — «окно» для наблюдения эффекта.

0.12. Параметры статического фона

После «пробуждения» вакуума потенциалы приобретают структуру $\sim 1/r$.
Параметры:

Символ	Смысл	Размерность
c_3	Амплитуда $A^3_\phi = c_3/r$ (от цилиндра)	безразмерная
$c_1 = c_3 \tan \alpha$	Амплитуда $A^1_\phi = c_1/r$ (индуцирован A^3)	безразмерная
c_2	Амплитуда $A^2_r = c_2/r$ (искривлён A^3)	безразмерная
d_1	Амплитуда $A^1_z = d_1/r$ (искривлён A^3)	безразмерная
g	Константа связи	безразмерная

Условие светового конуса в статике при $\alpha = 45^\circ$: $g^2 c_2^2 = g^2 c_3^2 + 1$

0.13. Временная шкала и релаксация фона

Процесс имеет три характерных времени:

Время	Что происходит	Масштаб
τ_E	Затухание индукционного поля Фарадея	$\sim R/c$
τ	Время существования «окна» (компенсация E ,	$\sim R/c$

	ψ в экстремуме)	
τ_{bg}	Релаксация некомпактного фона (подстройка c_2, d_1 под новый A^3)	$> R/c$

Эффект $T_{tt} < 0$ наблюдается при $\tau_E \lesssim \tau \ll \tau_{bg}$: возмущение достаточно быстрое, чтобы фон не успел релаксировать, и достаточно плавное, чтобы индукционным полем можно было пренебречь в момент компенсации.

0.14. Метрика и система единиц

Пространственно-временная метрика — плоская, сигнатуры $(-+++)$:
 $ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2$, ортонормированный базис: $\hat{t}, \hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z}$.

Система единиц — релятивистская ($\hbar = c = 1$), если не оговорено иное.
 Переход к размерным величинам — в главе 3.

Глава 1. Постановка задачи

1.1. Три состояния системы

Модель описывается через три состояния, логически вытекающие одно из другого.

Состояние 0. Вакуум «спит», то есть не возмущён. То есть нет цилиндра (соленоида), нет магнитного потока, нет электромагнитного потенциала A^3 . Некомпактные потенциалы — однородные пространственные константы:

$$A^1_z = d_1 = \text{const}, A^2_r = c_2 = \text{const}, A^3_\varphi = 0$$

Коммутаторы содержат A^3 как множитель — все равны нулю. Тензор энергии-импульса равен нулю. Некомпактный вакуум «спит»: фоновые потенциалы существуют, но не проявляются физически. Это состояние — аналог плоского пространства-времени в ОТО до внесения массы.

Состояние 1. Вакуум «просыпается», поскольку происходит генерация статического инварианта. Вносится проводящий цилиндр с магнитным потоком

Φ_0 (как в эффекте Ааронова–Бома). Вне цилиндра магнитное поле равно нулю, но векторный потенциал — нет:

$$A^3_\varphi = c_3 / r, \quad c_3 \propto \Phi_0$$

Электромагнитный потенциал A^3 «искривляет» некомпактный вакуум. Однородные фоновые константы перестают быть константами — они приобретают ту же пространственную структуру, что и A^3 :

$$A^2_r: c_2 \rightarrow c_2 / r, \quad A^1_z: d_1 \rightarrow d_1 / r$$

Через голономию A^3 проецируется в A^1 с углом α : $A^1_\varphi = c_3 \tan \alpha / r = c_1 / r$

Коммутаторы «оживают» и уже не нулевые:

$$F^2_{\varphi z} = g c_3 d_1 / r^2, \quad F^3_{rz} = g c_2 d_1 / r^2, \quad F^3_{r\varphi} = g c_2 c_1 / r^2, \quad F^1_{r\varphi} = g c_2 c_3 / r^2$$

Условие светового конуса (см. 1.3) уравнивает их: $\kappa_{ab} F^a F^b = 0$, $T_{tt} = 0$. Вакуум «напряжён» в некотором смысле (по причине локального искажения реального и некомпактного секторов).

Состояние 2. Сходящаяся электростатическая волна E . На боковую поверхность цилиндра подаётся синфазное напряжение. Возникает сходящаяся цилиндрическая волна — электростатическое возмущение $\psi(t, r)$, добавляемое к электромагнитному потенциалу: $A^3_\varphi = (c_3 + \psi(t, r)) / r$, $A^1_\varphi = (c_3 + \psi) \tan \alpha / r$

Волна проходит через ось и становится расходящейся. В момент наложения сходящейся и расходящейся волн происходит компенсация электрического поля:

$$\partial_r \psi \approx 0 \quad (E\text{-поле скомпенсировано}), \quad \partial_t \psi \approx 0 \quad (\text{экстремум } \psi), \quad \psi \neq 0$$

В этот момент: поле равно нулю, потенциал — нет. Режим Ааронова–Бома в чистом виде. Фоновые потенциалы $A^2_r = c_2 / r$ и $A^1_z = d_1 / r$ не модулируются ψ — они «искривлены» A^3 в состоянии 1 и не реагируют на волну напрямую. За время прохождения волны ($\sim R/c$) некомпактный фон не успевает релаксировать к новому равновесию — параметры c_2 , d_1 остаются прежними. Импульс ψ модулирует коммутаторы, содержащие A^3_φ и A^1_φ , но не те, что содержат только A^2_r и A^1_z . Баланс светового конуса нарушается. Результат — $T_{tt} \neq 0$, и, как будет показано в главе 2, $T_{tt} < 0$.

1.2. Аналогия с ОТО

	ОТО	Наша модель
--	-----	-------------

Фон (без источника)	Плоское пространство-время (метрика = const)	Некомпактный вакуум ($A^1, A^2 = \text{const}$)
Источник	Масса	Цилиндр с потоком $\rightarrow A^3$
Отклик фона	Метрика искривляется (перестаёт быть const)	A^1, A^2 искривляются (приобретают $1/r$)
Возмущение	Приливная волна в искривлённом пространстве	Сходящаяся волна ψ в искривлённом некомпактном фоне
Эффект	Приливные силы (динамика на статическом фоне)	$T_{tt} < 0$ (динамика на статическом фоне)

Подчеркиваю, что аналогия концептуальная, не математическая. Но структура причинности та же: источник $\rightarrow$ искривление фона $\rightarrow$ возмущение $\rightarrow$ наблюдаемый эффект. Без источника — нет искривления, без искривления — нет эффекта. Без возмущения — статика в компонентах ТЭИ.

1.3. Статический баланс (состояние 1)

В статике ($\psi = 0$) коммутаторные компоненты напряжённостей (в ортонормированном базисе):

$$F^2_{\varphi z} = g \, c_3 \, d_1 / r^2, \quad F^3_{rz} = g \, c_2 \, d_1 / r^2, \quad F^3_{r\varphi} = g \, c_2 \, c_1 / r^2, \quad F^1_{r\varphi} = g \, c_2 \, c_3 / r^2$$

Свёртка с метрикой Киллинга при $\alpha = 45^\circ$ ($c_1 = c_3$):

$$\kappa_{ab} F^a F^b = (F^3_{rz})^2 + (F^3_{r\varphi})^2 - (F^1_{r\varphi})^2 - (F^2_{\varphi z})^2$$

При $c_1 = c_3$: $(F^3_{r\varphi})^2 = (F^1_{r\varphi})^2$ — сокращаются. Остаётся:

$$\kappa F^2 = g^2 d_1^2 (c_2^2 - c_3^2) / r^4$$

Условие светового конуса при $\alpha = 45^\circ$ (из статьи [1], с учётом всех компонент — линейных и коммутаторных): $g^2(c_2^2 - c_3^2) = 1 \Rightarrow g^2 c_2^2 = g^2 c_3^2 + 1$

При выполнении этого условия свёртка обращается в ноль: $\kappa F^2 = 0$, $T_{tt} = 0$. Это — состояние 1: вакуум проснулся, но световой конус уравновешен.

1.4. Динамическое возмущение (состояние 2)

Сходящаяся волна. Синфазная подача напряжения на боковую поверхность ($r = R$): $A^3_\varphi(t, r) = (c_3 + \psi(t, r)) / r$, $A^1_\varphi(t, r) = (c_3 + \psi(t, r)) \tan \alpha / r$

Остальные потенциалы — статические: $A^2_r = c_2 / r$, $A^1_z = d_1 / r$

Момент компенсации. Волна проходит ось, становится расходящейся. В момент наложения:

$$\partial_r \psi \approx 0 \text{ (радиальное Е-поле скомпенсировано)}$$

$$\partial_t \psi \approx 0 \text{ (}\psi \text{ — в экстремуме)}$$

$$\psi \neq 0 \text{ (потенциал в максимуме)}$$

В этот момент индукционный вклад в T_{tt} пренебрежимо мал:

$$T_{tt}^{(инд)} = (\partial_t \psi)^2 / r^2 \approx 0, \text{ а коммутаторный вклад — конечен и отрицателен!}$$

1.5. Ключевая асимметрия

Коммутаторные части существенных компонент при $\psi \neq 0$:

$$F_{\varphi z}^2 = g (c_3 + \psi) d_1 / r^2 \text{ — модулируется } \psi$$

$$F_{rz}^3 = g c_2 d_1 / r^2 \text{ — не модулируется}$$

$$F_{r\varphi}^3 = g c_2 (c_3 + \psi) \tan \alpha / r^2, F_{r\varphi}^1 = g c_2 (c_3 + \psi) / r^2 \text{ — модулируются, но сокращаются при } \alpha = 45^\circ$$

Структура асимметрии:

- $F_{\varphi z}^2$ зависит от $A_\varphi^3 = (c_3 + \psi)/r \rightarrow$ модулируется
- F_{rz}^3 зависит от $A_r^2 = c_2/r$ и $A_z^1 = d_1/r \rightarrow$ не модулируется
- $F_{r\varphi}^3$ и $F_{r\varphi}^1$ — обе модулируются, но при $\alpha = 45^\circ$ их вклады в F^2 сокращаются (равны по модулю, противоположны по знаку в свёртке)

Единственный некомпенсированный модулируемый вклад — $F_{\varphi z}^2$, а единственный балансирующий немодулируемый — F_{rz}^3 . Когда ψ изменяет $F_{\varphi z}^2$, баланс нарушается: некомпактный сектор ($a = 2$, $\kappa_{22} = -1$) растёт относительно компактного. Из-за минуса в метрике Киллинга это даёт $T_{tt} < 0$.

1.6. Временная структура эффекта

Эффект $T_{tt} < 0$ существует в динамическом окне — промежутке времени, в котором выполняются три условия одновременно:

1. Индукционное поле пренебрежимо мало: $\partial_t \psi \approx 0$ (момент компенсации)
2. Радиальное поле пренебрежимо мало: $\partial_r \psi \approx 0$ (геометрическая компенсация сходящейся и расходящейся волн)
3. Фон не релаксировал: c_2, d_1 — прежние (процесс быстрый, $\sim R/c$)

Шкала времени: $\tau_E \sim R/c$ (индукция), $\tau \sim R/c$ (окно), $\tau_{bg} > R/c$ (релаксация фона).

Эффект наблюдается при $\tau \ll \tau_{bg}$: волна проходит за время $\sim R/c$, а некомпактный фон «не успевает» подстроиться под новый A^3 . Это — аналог приливной волны в ОТО: волна проходит быстрее, чем метрика успевает релаксировать.

1.7. Что будем вычислять

Цель: вычислить ΔT_{tt} — поправку к плотности энергии в момент компенсации ($\partial_t \psi \approx 0$, $\partial_r \psi \approx 0$, $\psi \neq 0$).

Метод: подставить модулированные напряжённости в формулу ТЭИ, вычесть статическую часть ($\psi = 0$), использовать условие светового конуса в статике для упрощения.

Ожидаемый результат: $\Delta T_{tt} < 0$ при $\psi > 0$, несмотря на $E \approx 0$. Знак определяется знаком ψ и знаком c_3 , через метрику Киллинга $\kappa_{22} = -1$.

Глава 2. Вычисление T_{tt}

2.1. Потенциалы в момент компенсации

В момент компенсации электрического поля ($\partial_r \psi \approx 0$, $\partial_t \psi \approx 0$, $\psi \neq 0$) потенциалы в ортонормированном базисе:

$$A^3_\phi = (c_3 + \psi) / r, \quad A^1_\phi = (c_3 + \psi) / r \quad (\alpha = 45^\circ, \tan \alpha = 1)$$

$$A^2_r = c_2 / r, \quad A^1_z = d_1 / r$$

Все остальные компоненты — нулевые.

В координатном базисе $A^3_\phi = c_3 + \psi$ и $A^1_\phi = c_3 + \psi$ — константы (как в эффекте Ааронова–Бома: векторный потенциал без поля). Поэтому линейные части $F^a_{\text{гф}}$ — нулевые. Весь вклад в гф-компоненты — коммутаторный.

2.2. Напряжённости в ортонормированном базисе

Все ненулевые компоненты (с учётом $\partial_r \psi = 0$, $\partial_t \psi = 0$):

Компонента	Линейная часть	Коммутаторная часть	Полная
------------	----------------	---------------------	--------

$F^1_{r\varphi}$	0	$+g c_2 (c_3 + \psi) / r^2$	$+g c_2 (c_3 + \psi) / r^2$
$F^3_{r\varphi}$	0	$-g c_2 (c_3 + \psi) / r^2$	$-g c_2 (c_3 + \psi) / r^2$
F^1_{rz}	$-d_1 / r^2$	0	$-d_1 / r^2$
F^3_{rz}	0	$-g c_2 d_1 / r^2$	$-g c_2 d_1 / r^2$
$F^2_{\varphi z}$	0	$+g (c_3 + \psi) d_1 / r^2$	$+g (c_3 + \psi) d_1 / r^2$

Все остальные компоненты ($F^2_{r\varphi}$, $F^1_{\varphi z}$, $F^3_{\varphi z}$, F^2_{rz}) — нулевые!

2.3. Свёртка с метрикой Киллинга

Полная свёртка $\kappa_{ab} F^a F^b$ (с множителем 2 для недиагональных пар):

- Пара $r\varphi$: при $\alpha = 45^\circ$ — $F^1_{r\varphi} = -F^3_{r\varphi}$ по модулю, а $\kappa_{11} = -\kappa_{33}$. Вклады сокращаются: $\kappa_{11} (F^1_{r\varphi})^2 + \kappa_{33} (F^3_{r\varphi})^2 = 0$
- Пара rz : линейная часть (сектор 1, некомпактный) и коммутаторная (сектор 3, компактный): $\kappa_{11} (F^1_{rz})^2 + \kappa_{33} (F^3_{rz})^2 = -d_1^2/r^4 + g^2 c_2^2 d_1^2/r^4 = d_1^2 (g^2 c_2^2 - 1) / r^4$
- Пара φz : только сектор 2 (некомпактный), чисто коммутаторная: $\kappa_{22} (F^2_{\varphi z})^2 = -g^2 (c_3 + \psi)^2 d_1^2 / r^4$. Полная свёртка: $\kappa_{ab} F^a F^b = 2 d_1^2 / r^4 \cdot [g^2 c_2^2 - 1 - g^2 (c_3 + \psi)^2]$

2.4. Условие светового конуса (статика)

При $\psi = 0$: $\kappa F^2|_{\psi=0} = 2 d_1^2 / r^4 \cdot [g^2 c_2^2 - 1 - g^2 c_3^2] = 0$, откуда — условие светового конуса: $g^2 c_2^2 = g^2 c_3^2 + 1$.

Компактный сектор (c_2 , $\kappa_{33} = +1$) в точности уравнивает некомпактный (c_3 , $\kappa_{22} = -1$) плюс линейную часть (d_1 , $\kappa_{11} = -1$).

2.5. Плотность энергии при $\psi \neq 0$

ТЭИ в статике (без временных компонент $F_{t\alpha}$): $T_{tt} = 1/4 \kappa_{ab} F^a F^b$, подставляя свёртку: $T_{tt} = d_1^2 / (2 r^4) \cdot [g^2 c_2^2 - 1 - g^2 (c_3 + \psi)^2]$. Используя условие светового конуса ($g^2 c_2^2 = g^2 c_3^2 + 1$): $T_{tt} = -g^2 d_1^2 \psi (2c_3 + \psi) / (2 r^4)$

2.6. Анализ результата

При $\psi > 0$ и $c_3 > 0$: $2c_3 + \psi > 0 \Rightarrow T_{tt} < 0$ Плотность энергии отрицательна!

Два режима:

Режим	Условие	T_{tt}	Зависимость
Линейный	$\psi \ll c_3$	$\approx -g^2 d_1^2 c_3 \psi / r^4$	$\propto \psi$
Квадратичный	$\psi \gg c_3$	$\approx -g^2 d_1^2 \psi^2 / (2r^4)$	$\propto \psi^2$

В линейном режиме знак T_{tt} определяется знаком ψ : при $\psi > 0$ — отрицательный, при $\psi < 0$ — положительный. В квадратичном — всегда отрицательный (независимо от знака ψ). Физическая декомпозиция: $T_{tt} = [d_1^2 (g^2 c_3^2 - 1) / (2 r^4)] - [g^2 (c_3 + \psi)^2 d_1^2 / (2 r^4)]$

Балансирующий член (rz-пара): компактный сектор 3 + линейная часть сектора 1. Не зависит от ψ . Всегда положительный (при световом конусе). Эффект (ϕz -пара): некомпактный сектор 2. Зависит от $(c_3 + \psi)^2$. Всегда отрицательный.

При $\psi = 0$ — баланс. При $\psi \neq 0$ — эффект растёт, балансирующий член не меняется $\rightarrow$ отрицательный итог.

2.7. Структура асимметрии — итог

	ϕz (эффект)	rz (баланс)	гф (сокращение)
Сектор	$a = 2$, некомпактный	$a = 1, 3$, некомпактный + компактный	$a = 1, 3$
κ	-1	-1 и +1	-1 и +1
Зависит от ψ ?	Да (через A^3_ϕ)	Нет	Да, но сокращаются
Линейная часть?	Нет	Да (F^1_{rz})	Нет
Вклад в T_{tt}	Отрицательный	Положительный	Ноль

Ключевая асимметрия: модулируемый член — некомпактный ($\kappa = -1$), а балансирующий — компактный ($\kappa = +1$). В компактной группе ($SU(2)$) все $\kappa = +1$, и модуляция даёт $T_{tt} > 0$. Только некомпактность $SO(2,1)$ позволяет получить $T_{tt} < 0$.

Глава 3. Оценка величины эффекта

3.1. Переход к размерным величинам

Формула главы 2 (в естественных единицах $\hbar = c = 1$): $T_{tt} = -g^2 d_1^2 \psi (2c_3 + \psi)/(2r^4)$. В линейном режиме ($\psi \ll c_3$): $T_{tt} \approx -g^2 d_1^2 c_3 \psi/r^4$.

Параметризуем через физические величины:

Символ	Смысл	Связь с физикой
n	Число квантов магнитного потока в цилиндре	$c_3 = n / (2\pi g)$
ε	Доля возмущения относительно потока	$\psi = \varepsilon \cdot c_3$
η	Отношение фонового потенциала к АВ-потенциалу	$d_1 = \eta \cdot c_3$
R	Радиус цилиндра	—
g	Константа связи	—

Подставляя $c_3 = n/(2\pi g)$, $d_1 = \eta c_3$, $\psi = \varepsilon c_3$: $T_{tt} \approx -\eta^2 \varepsilon n^4 / (16 \pi^4 g^2 r^4)$

3.2. Удобная формула для оценки

Переводя в единицы СИ (коэффициент $2,08 \times 10^{37}$ для перехода $(\text{ГэВ})^4 \rightarrow \text{Дж/м}^3$) и нормируя на $n = 10^6$, $R = 1 \text{ см}$: $T_{tt} \approx -2 \times 10^3 \cdot \eta^2 \cdot \varepsilon \cdot (n/10^6)^4 \cdot (R / 1 \text{ см})^{-4} \text{ Дж/м}^3$, при $g = 1$, в линейном режиме $\varepsilon \ll 1$.

3.3. Базовый сценарий

Параметры:

Параметр	Значение	
R	1 см	Радиус цилиндра
n	10^6	Квантов потока
g	1	Константа связи
η	1	Фоновый потенциал $\approx$ АВ-потенциал
ε	0,01 (1%)	Возмущение потока

Результат: $T_{tt} \approx -20 \text{ Дж/м}^3 = -20 \text{ Па}$. Время существования (динамическое окно, §1.6): $\tau \sim R/c = 10^{-2} / (3 \times 10^8) \approx 33 \text{ пс}$. Полная энергия в объёме цилиндра (длина $L = 1 \text{ м}$): $E = |T_{tt}| \cdot \pi R^2 L \approx 20 \times \pi \times 10^{-4} \times 1 \approx 6 \text{ мДж}$.

3.4. Параметры установки

Установка состоит из двух независимых элементов: статического соленоида внутри цилиндра и системы синфазной подачи напряжения на боковую поверхность. Статический соленоид (внутри цилиндра, создаёт фоновый магнитный поток):

Параметр	Значение	
Магнитный поток Φ	$4,1 \times 10^{-9} \text{ Вб}$	$n \times \Phi_0, \Phi_0 = h/e$
Индукция B (1000 витков, длина 10 см)	13 нТл	Очень умеренное поле
Ток I	1 мкА	Постоянный, не модулируется

Ток соленоида — постоянный. Магнитный поток — статический. Это фоновое состояние системы (состояние 1, §1.1), обеспечивающее голономию и «пробуждение» некомпактного вакуума.

Электростатическая волна (на боковой поверхности, создаёт возмущение ψ):

Параметр	Значение	
Напряжение V на боковине	$\sim$ единицы мВ	Синфазно по всей поверхности
Длительность «окна» τ	$\sim 33 \text{ пс}$	R/c , радиус 1 см
Возмущение ψ	$\varepsilon \cdot c_3$	В момент компенсации

Напряжение V на боковой поверхности создаёт сходящуюся цилиндрическую волну. Связь с безразмерным ψ : $\psi \sim eV \cdot g R^2 / (\hbar c)$. При $g = 1$, $R = 1 \text{ см}$, $\varepsilon = 1\%$ ($\psi = 0,01 \cdot c_3 = 0,01 \cdot n/(2\pi) \approx 1,6$ при $n = 10^6$): $V \sim \psi \cdot \hbar c / (e \cdot g \cdot R^2) \approx 3 \text{ мВ}$.

Потенциал всего лишь милливольты. Синфазная подача нескольких милливольт на боковую поверхность проводящего цилиндра — технически трудностей не составит.

3.5. Масштабирование

Эффект зависит от параметров как: $T_{tt} \propto \eta^2 \cdot \varepsilon \cdot n^4 \cdot R^{-4}$

Параметр	Влияние	Примечание
n	n^4	Увеличение n в $100\times \rightarrow$ эффект в 10^8 раз сильнее
R	R^{-4}	Уменьшение R в $10\times \rightarrow$ эффект в 10^4 раз сильнее
η	η^2	Квадратично по фоновому потенциалу
ε	ε (лин.) / ε^2 (квадр.)	Линейно при $\psi \ll c\lambda$

Ключевой параметр — n^4 . При $n = 10^8$ (сильный сверхпроводящий соленоид) и тех же остальных параметрах: $T_{tt} \approx -2 \times 10^9$ Дж/м³ = −2 ГПа. Это уже макроскопическое отрицательное давление.

3.6. Сравнение с известными эффектами

Эффект	Плотность энергии	Условия
Наш эффект (базовый)	20 Дж/м ³	$n = 10^6$, $R = 1$ см, $\eta = 1$, $\varepsilon = 1\%$
Наш эффект (максимальный)	2×10^9 Дж/м ³	$n = 10^8$, $\eta = 1$, $\varepsilon = 10\%$
Казимир (1 мкм)	$4,3 \times 10^{-4}$ Дж/м ³	Две пластины, $d = 1$ мкм
Казимир (100 нм)	4,3 Дж/м ³	Две пластины, $d = 100$ нм
Казимир (10 нм)	$4,3 \times 10^4$ Дж/м ³	Две пластины, $d = 10$ нм
Электрическое поле (1 кВ/м)	$4,4 \times 10^{-6}$ Дж/м ³	$\varepsilon_0 E^2 / 2$
Атмосферное давление	10^5 Дж/м ³	Для масштаба

В базовом сценарии эффект в 5×10^4 раз сильнее Казимира при 1 мкм и сопоставим с Казимиром при 100 нм. В максимальном сценарии — превосходит Казимир при 10 нм в 5×10^4 раз.

3.7. Неопределённости

Параметр η (отношение d_1/c_3). Главная неопределённость. η — отношение амплитуды некомпактного фонового потенциала к амплитуде АВ-потенциала. В нашей модели η — свободный параметр; его значение определяется динамикой «пробуждения» некомпактного вакуума (§1.1), точное определение которой — вопрос экспериментов (теоретического глубинного исследования).

η	T_{tt} (базовый, Дж/м ³)	Интерпретация
0,01	2×10^{-3}	Слабый фон — эффект мал
0,1	0,2	Умеренный фон
1	20	Фон $\approx$ АВ-потенциал
10	2000	Сильный фон

Даже при $\eta = 0,01$ эффект превосходит Казимир при 1 мкм. При $\eta = 1$ — уверенно наблюдаемый. Параметр g (константа связи). В оценке принято $g = 1$. При $g \ll 1$ (слабая связь) эффект ослабляется как g^{-2} . При $g \gg 1$ — усиливается. Точное значение g для $SO(2,1)$ — отдельный вопрос, выходящий за рамки статьи.

3.8. Детектируемость

Единственный экспериментально реализуемый метод прямого детектирования эффекта — измерение локального изменения хода времени в безполеой области внутри цилиндрической конструкции. Метод основан на том, что отрицательная плотность энергии $T_{tt} < 0$ в некомпактном секторе модифицирует компоненту метрики g_{tt} , что проявляется как сдвиг частоты эталонного осциллятора, помещённого в область, где $E=0$ и $B=0$.

Возникновение $T_{tt} < 0$ требует двух независимых факторов: топологического — голономии векторного потенциала $A_\phi \neq 0$, обусловленной нетривиальной фундаментальной группой $\pi_1(R^2 \setminus \{0\}) = \mathbb{Z}$, и динамического — электрического возмущения $E \neq 0$, создаваемого сходящейся и самокомпенсирующейся расходящейся волной. Без голономии некомпактный сектор остаётся «закрытым»; без электрического возмущения голономия не

возбуждает некомпактное поле, и в статике $T_{tt}=0$. Тензор энергии-импульса некомпактного сектора: $T_{tt} \propto \kappa_{\text{нк}} \cdot (\eta \cdot E)^2$, где $\eta = \Phi/\Phi_0$ — безразмерный параметр голономии (отношение магнитного потока к кванту потока), E — безразмерная амплитуда электрического возмущения, $\kappa_{\text{нк}} = -1$ — знак метрики Киллинга некомпактного сектора. Ожидаемый сдвиг частоты: $\Delta f/f \propto (\eta \cdot E)^2/R^4$

В резонансном режиме, когда электрическое и магнитное возбуждения связаны ($E \propto \eta$), формула сводится к $\Delta f/f \propto \eta^4/R^4$. В общем случае — при раздельном возбуждении соленоида и электродов — параметры η и E независимы, и эффект управляется двумя «ручками»: током в соленоиде и амплитудой электрического импульса на трубках.

В качестве детектора могут быть использованы два типа устройств:

1. Кварцевый генератор — прецизионный, экранированный, термостатированный и стабилизированный. Генератор помещается на оси конструкции в области, свободной от электромагнитных полей. При подаче питания на соленоиды и возбуждающего сигнала на трубки регистрируется сдвиг частоты относительно опорного генератора, расположенного вне конструкции. Критическими требованиями являются: термостабилизация с точностью не хуже 10^{-3} К, электромагнитное экранирование детектора и схемы управления, а также многократное повторение циклов «возбуждение — выключение» для отделения сигнала от дрейфа.
2. Атомные часы / квантовый гравиметр — обеспечивают более высокую чувствительность к изменению метрики (порядка 10^{-12} и лучше), что позволяет зафиксировать эффект при меньших значениях η и E . Преимущество — отсутствие зависимости от температурного дрейфа, свойственного кварцевым резонаторам. Однако требования к размещению внутри конструкции усложняют реализацию.

Контрольный эксперимент: тот же детектор, размещённый снаружи конструкции на сопоставимом расстоянии от соленоидов, должен показать нулевой сдвиг частоты — поскольку вне конструкции голономия не создаёт некомпактного возбуждения. Наличие сдвига внутри и его отсутствие снаружи является однозначным критерием отделения эффекта от наводок и температурных артефактов.

Масштабирование: при уменьшении амплитуды электрического возмущения E в 2 раза (при фиксированном η) эффект падает в 4 раза. При уменьшении η в 2 раза — также в 4 раза. При одновременном уменьшении обоих в 2 раза — в 16 раз. Это позволяет экспериментально подтвердить зависимость $\Delta f/f \propto (\eta \cdot E)^2$, варьируя параметры независимо.

3.9. Полный тензор энергии-импульса

До сих пор рассматривалась только компонента T_{tt} . Но в ОТО [3] все компоненты ТЭИ искривляют метрику — не только плотность энергии, но и давления. Вычислим полный $T_{\mu\nu}$ в момент компенсации ($\partial_t\psi \approx 0$, $\partial_r\psi \approx 0$, $\psi \neq 0$):

$$T_{tt} = -g^2 d_1^2 \psi (2c_3 + \psi) / (2 r^4)$$

$$T_{rr} = +g^2 d_1^2 (c_3^2 + c_3\psi + \psi^2/2) / r^4$$

$$T_{\phi\phi} = -T_{rr}$$

$$T_{zz} = T_{tt}$$

Два точных тождества: $T_{zz} = T_{tt}$, $T_{\phi\phi} = -T_{rr}$. И следовательно — бесследовость (конформная инвариантность Янга–Миллса в 4D): $-T_{tt} + T_{rr} + T_{\phi\phi} + T_{zz} = 0$

3.10. Численные значения компонент ТЭИ

При базовом сценарии ($n = 10^6$, $R = 1$ см, $\eta = 1$, $\varepsilon = 1\%$):

Компонента	Значение, Дж/м ³	Знак	Смысл
T_{tt}	−20	−	Отрицательная плотность энергии
T_{rr}	+2040	+	Радиальное давление
$T_{\phi\phi}$	−2040	−	Азимутальное натяжение
T_{zz}	−20	−	Продольное натяжение

Давления в 100 раз больше плотности энергии. Это не слаборелятивистская материя — это ультрарелятивистская система, где $|p| \gg |\rho c^2|$.

В статике ($\psi = 0$): $T_{tt} = 0$, но давления не нулевое — радиальное сжатие и азимутальное растяжение. Они балансируют друг друга в следе, и гравитационного эффекта нет. При возмущении «просыпаются» T_{tt} и T_{zz} — обе отрицательные. Давления T_{rr} , $T_{\phi\phi}$ практически не меняются (они $\sim c^2$, а добавка $\sim c^2\psi$).

3.11. Эффективная гравитационная масса

В ОТО [3] источник ньютоновского потенциала — не только T_{tt} , а сумма:
 $\rho_{\text{эфф}} = (T_{tt} + T_{rr} + T_{\phi\phi} + T_{zz}) / c^2$.

Для безследового ТЭИ (Янга–Миллс): $T_{rr} + T_{\phi\phi} + T_{zz} = T_{tt}$, поэтому:
 $\rho_{\text{эфф}} = 2T_{tt}/c^2$. Давления удваивают эффект. Знак — отрицательный: антигравитация (репульсия). Базовый сценарий: $\rho_{\text{эфф}} = 2 \times (-20) / (9 \times 10^{16}) \approx -4,5 \times 10^{-16}$ кг/м³. Полная эффективная масса в объёме цилиндра ($\pi R^2 L = 3,14 \times 10^{-4}$ м³): $M_{\text{эфф}} \approx -1,4 \times 10^{-19}$ кг.

3.12. Метрическое возмущение

В слабом поле ($h_{\mu\nu} \ll 1$): $\bar{h}_{\mu\nu} \sim 4G T_{\mu\nu} R^2 / c^4$

Компонента	$\bar{h}$ (базовый)	Относительно
$\bar{h}_{tt}$	7×10^{-47}	—
$\bar{h}_{rr}$	7×10^{-45}	в 100 раз больше $\bar{h}_{tt}$
$\bar{h}_{zz}$	7×10^{-47}	= $\bar{h}_{tt}$

Анизотропия: радиальное искажение в 100 раз сильнее временного и продольного. Метрика не просто «отрицательная масса» — она анизотропно деформирована: растяжение в радиальном направлении, сжатие в азимутальном. Гравитационный потенциал: $\Phi/c^2 \sim 10^{-44}$.

Для сравнения: у Земли $\Phi/c^2 \sim 7 \times 10^{-10}$. Эффект в 10^{34} раз слабее земного тяготения.

3.13. Приливные ускорения

$$a_{\text{прилив}} \sim G |\rho_{\text{эфф}}| \Delta r$$

При $\Delta r = R = 1$ см: $a_{\text{прилив}} \approx 3 \times 10^{-28}$ м/с². Для сравнения: LIGO регистрирует 10^{-18} м/с². Наш эффект в 10^{10} раз слабее порога LIGO.

3.14. Форма искажения пространства

Направление	Компонента T	Эффект	Масштаб
Радиальное (r)	$T_{rr} > 0$	Расталкивание	$h_{rr} \sim 10^{-45}$
Азимутальное (ϕ)	$T_{\phi\phi} < 0$	Сжатие	$h_{\phi\phi} \sim 10^{-45}$
Продольное (z)	$T_{zz} < 0$	Расталкивание	$h_{zz} \sim 10^{-47}$
Временное (t)	$T_{tt} < 0$	Антигравитация	$h_{tt} \sim 10^{-47}$

Геометрическая картина: цилиндр «раздувается» радиально и «поджимается» азимутально — как тубус, который пытаются растянуть в поперечине. Продольно — слабое расталкивание. По времени — отрицательная масса.

3.15. Масштабирование: что нужно для наблюдения

Эффект масштабируется как $T_{tt} \propto n^4 \cdot R^{-4}$. Магнитное поле внутри цилиндра связано с числом квантов: $B = n \Phi_0 / (\pi R^2 N)$, где N — число витков. Оценка порогов детектируемости при $R = 1$ см, $\eta = 1$, $\varepsilon = 1\%$, $N = 1000$:

Порог детектирования	$ T_{tt} $, Дж/м ³	n, квантов	B, Тл	Статус
Казимир (1 мкм)	$4,3 \times 10^{-4}$	7×10^4	9×10^{-7}	Доступно
Казимир (100 нм)	4,3	7×10^5	9×10^{-6}	Доступно
Базовый сценарий	20	10^6	$1,3 \times 10^{-5}$	Доступно
Атмосферное давление	10^5	8×10^6	$1,1 \times 10^{-4}$	Доступно
LIGO ($h \sim 10^{-21}$)	3×10^{26}	2×10^{12}	26	Сильный магнит
Warp drive	3×10^{39}	2×10^{14}	$2,6 \times 10^5$	Нереально

Поле Земли — примерно 50 мкТл. Базовый сценарий — 13 мкТл, слабее поля Земли. Порог Казимира (100 нм) достигается при $B \sim 9$ мкТл — поле в 5

раз слабее земного. Гравитационная детекция (LIGO) требует $B \sim 26$ Тл — сильный, но технически достижимый магнит (рекорд — 45 Тл).

3.16. Где и что можно детектировать

В базовом сценарии какой-либо гравитационный эффект уловить невозможно. Метрическое возмущение 10^{-45} — на 24 порядка слабее LIGO. Гравитационная детекция требует $n \sim 10^{12}$ ($B \sim 26$ Тл) — сильный, но достижимый магнит.

Негравитационный эффект может иметь место уже при $n = 10^6$: $T_{tt} = -20$ Дж/м³, что в 5×10^4 раз сильнее Казимира. Детектировать нужно не гравитацию, а саму отрицательную плотность энергии — через измерение локального изменения хода времени в безполевого области внутри цилиндрической конструкции. Метод основан на том, что отрицательная плотность энергии $T_{tt} < 0$ в некомпактном секторе модифицирует компоненту метрики g_{tt} , что проявляется, как сдвиг частоты эталонного осциллятора.

Исключение — warp drive [5]: для его реализации нужна $T_{tt} \sim 10^{39}$ Дж/м³, что требует $n \sim 10^{14}$ и $B \sim 260$ кТл. Физически нереально при нынешних технологиях. Но концептуально, наша модель, при подтверждении существования «некомпактного сектора», даёт приблизительный механизм генерации отрицательной плотности энергии, на который, каноническая физика пути не указывает.

3.17. Итог главы

$$T_{tt} \approx -2 \times 10^3 \cdot \eta^2 \cdot \varepsilon \cdot (n / 10^6)^4 \cdot (R / 1 \text{ см})^{-4} \text{ Дж/м}^3$$

Основные результаты:

1. Базовый сценарий: $T_{tt} \approx -20$ Дж/м³, время 33 пс, энергия 6 мДж. На 4 порядка сильнее Казимира (1 мкм).
2. Полный ТЭИ: давления в 100 раз больше плотности энергии. Тождества $T_{zz} = T_{tt}$, $T_{\phi\phi} = -T_{tt}$. Бесследовость.
3. Эффективная масса удвоена давлением (traceless): $\rho_{\text{эфф}} = 2T_{tt}/c^2$. Знак отрицательный — антигравитация.
4. Гравитационный отклик в базовом сценарии: $h \sim 10^{-45}$ — пренебрежимо мал. Порог LIGO требует $B \sim 26$ Тл.

5. Анизотропия: радиальное искажение в 100 раз сильнее временного. Цилиндр «раздувается» в поперечине.
6. Технически: соленоид 1 мкА (постоянный), напряжение на боковине единицы мВ. Слабее поля Земли.
7. Главная неопределённость: параметр η — соотношение некомпактного фона и АВ-потенциала.

Глава 4. Обсуждение

4.1. Что мы сделали — простыми словами

Мы построили теоретическую модель, в которой классическое (не квантовое) калибровочное поле с некомпактной группой симметрии $SO(2,1)$ способно создавать отрицательную плотность энергии в макроскопическом объёме. Не в вакууме квантовых флуктуаций (как эффект Казимира), не в экзотической квантовой материи (как конденсат Бозе–Эйнштейна), а в обычном классическом поле — при наличии топологического дефекта и динамического возмущения. Эффект возникает из трёх компонентов, каждый из которых необходим:

1. Некомпактность группы. Метрика Киллинга $SO(2,1)$ содержит минусы. Без минусов — нет отрицательной энергии, какой бы сложной ни была модель.
2. Топологический дефект. Цилиндр с магнитным потоком создаёт голономию — «закручивание» внутреннего пространства. Без дефекта — нет связи между секторами (реальным и некомпактным), нет коммутаторов, нет эффекта.
3. Динамическое возмущение. Сходящаяся электростатическая волна нарушает баланс светового конуса. Без возмущения — статика, $T_{tt} = 0$.

Убери любой из трёх — эффект исчезает. Это не подгонка параметров, а структурное свойство модели.

4.2. Что такое энергетические условия и нарушаем ли мы их

В общей теории относительности [3] есть набор предположений о свойствах материи, которые называются энергетическими условиями. Они были введены Хокингом и Пенроузом в 1960–70-х годах как часть теорем о сингулярностях — утверждений о том, что при определённых условиях гравитация неизбежно приводит к сингулярности (бесконечной кривизне).

Слабое энергетическое условие (Weak Energy Condition, WEC) — самое интуитивное из них. Оно гласит: для любого наблюдателя, движущегося с любой досветовой скоростью, измеренная им плотность энергии неотрицательна. Математически: $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$ для любого времениподобного вектора u^μ . На языке компонент — это означает $T_{tt} \geq 0$ и $T_{tt} + T_{rr} \geq 0$, $T_{tt} + T_{\phi\phi} \geq 0$, $T_{tt} + T_{zz} \geq 0$.

WEC — не закон природы, а предположение. Физически оно выражает ожидание: «нормальная» материя не может иметь отрицательную плотность энергии. Но квантовая теория поля известна нарушениями WEC — эффект Казимира (отрицательная плотность между пластинами), сжатые состояния света, эффект Хокинга (отрицательная энергия вблизи горизонта чёрной дыры). Все эти эффекты — квантовые.

Наша модель нарушает WEC на классическом уровне. Это не противоречие и не ошибка — это результат. Плотность энергии $T_{tt} < 0$ в момент компенсации волны. Давление $T_{\phi\phi} < 0$ (азимутальное натяжение) также нарушает WEC. Нарушение — не безграничное: оно существует конечное время ($\sim R/c$), в ограниченной области (вне цилиндра), и полная энергия системы (с учётом источника волны) сохраняется.

Важно понимать: энергетические условия — не законы сохранения. Закон сохранения энергии ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$) в нашей модели выполняется. WEC — дополнительное предположение о знаке плотности, и именно его наша модель обходит за счёт некомпактности группы.

4.3. Почему это не противоречит законам физики

Не нарушает закон сохранения энергии. Энергия берётся из внешнего источника — сходящейся волны. Волне нужна энергия на создание, и полная

энергия системы (волна + поле + гравитация) сохраняется. Отрицательна только локальная плотность энергии в окрестности цилиндра в момент компенсации — не полная энергия Вселенной.

Не нарушает принцип неопределённости. Эффект не квантовый — он классический. Никаких нулевых колебаний, никаких виртуальных частиц. Отрицательная плотность возникает из коммутаторной части тензора энергии-импульса — чисто классической величины.

Нарушает WEC — но это ожидаемо. Все известные эффекты с отрицательной плотностью энергии (Казимир, сжатый свет, Хокинг) нарушают WEC. Вопрос не в том, можно ли нарушить WEC — можно. Вопрос в том, насколько и как долго (см. §4.9). Наш эффект — конечной величины и длительности, с прозрачными условиями существования.

4.4. Чем это отличается от Казимира

	Эффект Казимира	Наш эффект
Природа	Квантовые нулевые колебания вакуума	Классическое калибровочное поле
Источник отр. энергии	Граничные условия (две пластины)	Топология (голономия) + динамика (волна)
Масштаб	Нанометры	Сантиметры
Величина (базовая)	$4,3 \times 10^{-4}$ Дж/м ³ (1 мкм)	20 Дж/м ³
Управляемость	Фиксированная геометрия	Управляется потоком и волной
Время жизни	Стационарный	Динамическое окно ($\sim R/c$)

Казимир — статический, квантовый, микроскопический, слабый. Наш эффект — динамический, классический, макроскопический, сильнее на 4–5 порядков. Но — короче по времени.

4.5. Роль некомпактного сектора

Представь весы с двумя чашами. В компактной группе ($SU(2)$) обе чаши — «положительные»: сколько ни клади, перевес всегда в одну сторону, как игра в одни ворота - $T_{tt} > 0$.

В некомпактной группе ($SO(2,1)$) одна чаша — «положительная» (компактный сектор 3), а другая — «отрицательная» (некомпактные секторы 1 и 2). В статике весы уравновешены — световой конус, $T_{tt} = 0$, как показано в [1]. Но если толкнуть одну чашу (волна ψ модулирует сектор 3, а через него — сектор 2), равновесие нарушается, и «отрицательная» чаша перевешивает: $T_{tt} < 0$.

В компактной группе толчок даёт тот же результат, но «отрицательной» чаши нет — перевес всегда положительный. Некомпактность — это не техническая деталь, а физическая причина эффекта.

4.6. Почему эффект не был обнаружён ранее

Три причины — техническая, теоретическая и временная.

Техническая. Эффект требует одновременного выполнения трёх условий: цилиндр с потоком, сходящаяся волна с компенсацией E , и время измерения ~ 33 пс. Каждое условие по отдельности достижимо, но их комбинация в одном эксперименте — нетривиальна. Синхронизация волны на пикосекундной шкале с интерферометром — сложная задача, но технически реальная.

Теоретическая. Некомпактные калибровочные группы в физике изучены гораздо меньше компактных [2]. $SU(2)$, $SU(3)$ — основа Стандартной модели. $SO(2,1)$ — экзотика. Большинство теоретиков просто не рассматривали некомпактные группы, как источник макроскопических эффектов. Статья [1] показала, что статика даёт световой конус и $T_{tt} = 0$ — и на этом можно было остановиться, не заметив, что динамика открывает дорогу к $T_{tt} < 0$.

Временная. Эффект существует в «окне» длительностью $\sim R/c$. Для цилиндра 1 см — 33 пикосекунды. Обычные измерения усредняются по миллисекундам и дольше — пикосекундный всплеск просто «размазывается» и теряется в шумах. Нужна либо пикосекундная техника, либо накопление в резонаторе.

4.7. Ключевая асимметрия — физическая суть

Вся конструкция держится на одном факте: модулируемый и балансирующий члены принадлежат разным секторам с разными знаками в метрике Киллинга.

- Модулируемый член $F^2_{\varphi z}$ — в некомпактном секторе 2 ($\kappa_{22} = -1$). Реагирует на волну ψ через A^3_φ .
- Балансирующий член F^3_{tz} — в компактном секторе 3 ($\kappa_{33} = +1$). Не реагирует на ψ .

Когда волна увеличивает модулируемый член, балансирующий остаётся прежним. Некомпактный сектор «вырастает» относительно компактного. В метрике Киллинга некомпактный — с минусом. Поэтому рост некомпактного сектора уменьшает T_{tt} . Если рост достаточно большой — T_{tt} становится отрицательным. В компактной группе ($SU(2)$) оба сектора — с плюсом. Рост любого даёт $T_{tt} > 0$. Знак эффекта — свойство алгебры, не параметров.

4.8. Давления и анизотропия

Полный ТЭИ — не только T_{tt} . Давления T_{rr} и $T_{\varphi\varphi}$ в 100 раз больше плотности энергии и противоположны по знаку. Это означает:

- Радиально цилиндр «расталкивается» (положительное давление).
- Азимутально — «сжимается» (отрицательное давление).
- Продольно и по времени — слабое расталкивание и антигравитация.

Метрическое возмущение анизотропно: радиальное в 100 раз сильнее временного. Это не похоже на сферически симметричную «отрицательную массу» — это цилиндрически симметричная деформация с ярко выраженной анизотропией. Для цилиндра 1 см при $n = 10^6$ — $h_{rr} \sim 10^{-45}$, что пренебрежимо мало. Но при $n = 10^{12}$ — уже на пороге LIGO.

4.9. Квантовые неравенства — что это и причём здесь наша модель

В 1990-х годах физики Ларри Форд (Larry Ford) и Томас Роман (Thomas Roman) [4] задались вопросом: если квантовая теория поля допускает отрицательную плотность энергии (Казимир, Хокинг), то не значит ли это, что

можно построить «машину времени» или «кротовую нору» — ведь для этого нужна отрицательная энергия? Форд и Роман показали, что природа защищается: отрицательная энергия ограничена по величине и длительности.

Квантовое неравенство (quantum inequality) — интегральное ограничение вида: $\int \rho(t) f(t) dt \geq -C / \tau^4$

где $\rho(t)$ — плотность энергии, $f(t)$ — «оконная функция» (сглаженный импульс длительности τ), C — константа, зависящая от типа поля. Смысл: усреднённая по интервалу τ плотность энергии не может быть слишком отрицательной. Чем короче интервал — тем больше допустимая по модулю отрицательная величина (потому что τ^{-4} растёт). Чем длиннее — тем слабее может быть отрицательный всплеск.

Откуда берутся эти ограничения. Квантовые неравенства — прямое следствие принципа неопределённости Гейзенберга. В квантовой теории поля энергия поля — оператор, и его флуктуации подчиняются соотношению неопределённости $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$. Отрицательная плотность энергии — это «заём» у вакуума, и чем дольше ты его держишь, тем больше должен вернуть. Форд и Роман формализовали этот «заём» как неравенство.

Для чего используются оно используется. Квантовые неравенства — инструмент для проверки: может ли данный эффект с отрицательной энергией привести к парадоксам (машины времени, проходимые кротовые норы, нарушение причинности). Если эффект удовлетворяет неравенству — он «безопасен» с точки зрения причинности. Если нарушает — модель внутренне противоречива.

Применимы ли они к нашей модели. Наша модель — классическая, не квантовая. Квантовые неравенства выведены для квантовых полей и не применимы к классическим напрямую. Но разумно проверить: не нарушает ли эффект аналогичные классические ограничения (если они существуют). Оценка, для нашего эффекта: $\rho \sim -20 \text{ Дж/м}^3$, $\tau \sim 33 \text{ пс}$: $\rho \cdot \tau \sim -6,6 \times 10^{-10} \text{ Дж}\cdot\text{с/м}^3$.

Квантовая граница (оценка по аналогии): $C / \tau^3 \sim \hbar / \tau^3 \sim 10^{-34} / (3 \times 10^{-11})^3 \approx 3 \times 10^{-3} \text{ Дж}\cdot\text{с/м}^3$.

Наш эффект ($\sim 10^{-10}$) — на 7 порядков слабее квантовой границы. Даже если применить квантовые неравенства к нашей модели (что строго говоря

некорректно), эффект удовлетворяет им с огромным запасом. Классические аналоги квантовых неравенств для некомпактных калибровочных групп — предмет дальнейших исследований.

4.10. Можно ли использовать эффект на практике

Ближайший горизонт (доступно сегодня):

- Детекция через АВ-интерферометрию: фазовый сдвиг $\sim 10^{-6}$ рад при $n = 10^6$. Электронная голография достигла 10^{-4} рад — нужно увеличение чувствительности в 100 раз.
- Калориметрия в резонаторе: накопление за 10^6 циклов даёт ~ 6 Дж — измеримо.

Средний горизонт (5–10 лет):

- Усиление потока до $n = 10^8$: $T_{tt} \sim -10^9$ Дж/м³. Сверхпроводящие соленоиды на 1 Тл — достижимы.
- Пикосекундная электроника для синхронизации — активно развивается.

Дальний горизонт (теоретически):

- $n = 10^{12}$: гравитационная детекция (LIGO-уровень). Соленоид 26 Тл — достижим, но цилиндр должен быть сверхпроводящим.
- $n = 10^{14}$: warp drive [5]. Поле 260 кТл — за пределами нынешней цивилизации.

4.11. Что НЕ делает наша модель — и что делает

Чтобы избежать переоценки, честно перечислим ограничения — и перспективы. Не даёт стационарной отрицательной энергии. Эффект существует в динамическом окне $\sim R/c$. После релаксации фона $T_{tt} \rightarrow 0$. Создать «вечную» отрицательную плотность этим методом нельзя — без непрерывной подачи волн.

Не доказывает существование некомпактных калибровочных полей в природе. $SO(2,1)$ — теоретическая конструкция. Если некомпактные калибровочные поля не реализованы физически — эффект не наблюдаем. Но модель показывает, что было бы, если бы они существовали.

Не определяет параметр η . Соотношение некомпактного фона и АВ-потенциала — свободный параметр. Его вычисление требует модели «пробуждения» вакуума — за рамками данной статьи.

Не решает на прямую проблему тёмной энергии и тёмной материи — но указывает направление. Масштабы несопоставимы напрямую: тёмная энергия — $\sim 10^{-9}$ Дж/м³ стационарно во всём объёме Вселенной, наш эффект — ~ 20 Дж/м³ на 33 пс в лаборатории. Однако механизм, который мы обнаружили — отрицательное давление, возникающее из некомпактной структуры калибровочного поля без квантовых эффектов — может оказаться релевантным для космологии. Если некомпактные калибровочные поля (или их аналоги — «некомпактные бозоны – S-фотоны») присутствуют во Вселенной, их вклад в тензор энергии-импульса через коммутаторные члены может создавать отрицательное давление на космологических масштабах — что и есть тёмная энергия. А их масса (через механизм Хиггса или иной) — давать вклад в тёмную материю. Эти вопросы — предмет дальнейших исследований.

4.12. Ключевой результат - кратко

В классической неабелевой калибровочной теории с некомпактной группой $SO(2,1)$ наличие топологического дефекта (цилиндр с магнитным потоком) «пробуждает» некомпактный вакуум, устанавливая баланс светового конуса с нулевой плотностью энергии (см. [1]). Динамическое возмущение (сходящаяся электростатическая волна с компенсацией поля) нарушает этот баланс асимметрично: модулируемый член — некомпактный (минус в метрике Киллинга), балансирующий — компактный (плюс). Нарушение даёт отрицательную плотность энергии ~ 20 Дж/м³ в базовом сценарии — в 10^4 раз сильнее Казимира, при технически достижимых параметрах (соленоид 1 мкА, напряжение единицы мВ). Эффект существует в динамическом окне ~ 33 пс, не требует квантовых механизмов и удовлетворяет квантовым неравенствам [4] с семипорядковым запасом. Механизм — классическое отрицательное давление из некомпактной калибровочной структуры — потенциально релевантен для космологии (тёмная энергия, тёмная материя).

Глава 5. Выводы

5.1. Основной результат

В классической неабелевой калибровочной теории с некомпактной группой $SO(2,1)$ показано существование механизма, создающего отрицательную плотность энергии в макроскопическом объёме без обращения к квантовым эффектам. Механизм основан на трёх структурных элементах:

1. Некомпактность группы ($\kappa_{22} = -1$) — источник отрицательного знака в свёртке.
2. Топологический дефект (цилиндр с магнитным потоком) — создаёт голономию, связывающую компактный и некомпактный секторы, и «пробуждает» некомпактный вакуум.
3. Динамическое возмущение (сходящаяся электростатическая волна с компенсацией поля) — асимметрично нарушает баланс светового конуса.

Получена точная формула плотности энергии в момент компенсации:

$$T_{tt} = -g^2 d_1^2 \psi (2c_3 + \psi) / (2r^4) < 0 \text{ при } \psi > 0$$

5.2. Ключевая асимметрия

Эффект возникает из асимметрии между двумя коммутаторными членами:

- Модулируемый $F^2_{\varphi z}$ — некомпактный сектор ($\kappa = -1$), реагирует на возмущение ψ .
- Балансирующий F^3_{rz} — компактный сектор ($\kappa = +1$), не реагирует на ψ .

При $\psi \neq 0$ модулируемый член растёт, балансирующий — неизменен. Некомпактный сектор перевешивает. В компактных группах ($SU(2)$) обе чаши — с плюсом, перевес всегда положительный. Знак эффекта — свойство алгебры Ли, не свободных параметров.

5.3. Полный тензор энергии-импульса

Все четыре компоненты ТЭИ вычислены в момент компенсации:

$$T_{zz} = T_{tt}, \quad T_{\varphi\varphi} = -T_{rr}, \quad \text{Sp } T = 0$$

Давления в 100 раз больше плотности энергии. Эффективная гравитационная масса удвоена давлением (бесследовость): $\rho_{\text{эфф}} = 2 T_{\text{tt}}/c^2$. Знак — отрицательный: антигравитация. Метрическое возмущение анизотропно — радиальное в 100 раз сильнее временного.

5.4. Численная оценка

В базовом сценарии ($n = 10^6$ квантов потока, $R = 1$ см, $\eta = 1$, $\varepsilon = 1\%$):

Величина	Значение
T_{tt}	-20 Дж/м^3
Время «окна»	33 пс
Полная энергия	6 мДж
Соленоид	1 мкА (постоянный)
Напряжение на боковине	единицы мВ
Магнитное поле	13 мкТл (слабее поля Земли)
Сравнение с Казимиром	в 5×10^4 раз сильнее (1 мкм)

Эффект технически достижим с лабораторным оборудованием. Масштабируется как n^4 : при $n = 10^8$ — $T_{\text{tt}} \sim -10^9 \text{ Дж/м}^3$, при $n = 10^{12}$ — гравитационная детекция на уровне LIGO.

5.5. Физическая обоснованность

Эффект не нарушает:

- закон сохранения энергии ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$);
- принцип неопределённости (эффект классический);
- квантовые неравенства Ford–Roman [4] (запас 7 порядков).

Эффект нарушает:

- слабое энергетическое условие WEC ($T_{\text{tt}} < 0$) — что ожидаемо и не противоречит известной физике (Казимир, Хокинг также нарушают WEC).

5.6. Что не сделано в данной статье

- Параметр η (соотношение некомпактного фона и АВ-потенциала) — свободный параметр. Его вычисление требует модели «пробуждения» некомпактного вакуума.

- Время релаксации фона τ_{bg} — оценено качественно ($\tau_{bg} > R/c$), но не вычислено из первых принципов.
- Точное решение волнового уравнения для $\psi(t, r)$ в цилиндрической геометрии — использована качественная картина сходящейся/расходящейся волны. Полное решение уточнит форму «окна» и величину $\partial_t \psi$ в момент компенсации.
- Угол проекции β (проекция $A^3 \rightarrow A^2$) принят равным нулю ($\beta = 0$). Обобщение на $\beta \neq 0$ может изменить количественные оценки, но не знак эффекта (знак определяется алгеброй).
- Гравитационный отклик рассмотрен в линейном приближении слабого поля. Нелинейные эффекты ОТО при $n \gg 10^{12}$ — для будущей работы.

5.7. Перспективы

Экспериментальная проверка. Базовый сценарий ($n = 10^6$, 13 мкТл) доступен на существующем оборудовании. Главная техническая задача — пикосекундная синхронизация сходящейся волны с АВ-интерферометром. Детекция — через фазовый сдвиг в электронной голографии (порог $\sim 10^{-6}$ рад) или калориметрию в резонаторе (накопление ~ 6 Дж за 10^6 циклов). Параметры соленоида — слабее магнитного поля Земли. Миллиамперный ток, милливольтное напряжение. Параметры не экзотические.

Космологическое обобщение. Механизм, обнаруженный в данной статье — классическое отрицательное давление из некомпактной структуры калибровочного поля — потенциально релевантен для двух главных загадок современной космологии:

- Тёмная энергия. Если некомпактные калибровочные поля (или их аналоги — «некомпактные бозоны», S-фотоны) присутствуют во Вселенной, их вклад в тензор энергии-импульса через коммутаторные члены может создавать отрицательное давление на космологических масштабах — что и наблюдается как ускоренное расширение Вселенной.
- Тёмная материя. Бозоны некомпактного сектора — безмассовые, как и обычные фотоны. Однако благодаря неабелевым взаимодействиям между

собой они могут образовывать связанные состояния — локализованные конфигурации поля. Это аналогично тому, как два безмассовых фотона с противоположными импульсами в резонаторе образуют систему с ненулевой массой покоя: каждый фотон безмассовый, но система в целом имеет инвариантную массу $M^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 > 0$ при $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$. Подобным образом связанные состояния S -фотонов — безмассовых по отдельности — могут обладать эффективной массой и давать гравитационный вклад, не взаимодействуя с обычной материей электромагнитно. Это может наблюдаться, как тёмная материя.

Эти вопросы — предмет также дальнейшего изучения.

Метрика Алкубьерре [5]. Наша модель даёт естественный механизм генерации отрицательной плотности энергии, необходимой для метрики warp drive Алкубьерре. В базовом сценарии эффект недостаточен ($T_{tt} \sim 20$ Дж/м³ при требуемых $\sim 10^{39}$ Дж/м³). Но масштабирование n^4 показывает, что в принципе механизм способен достичь нужных величин — при $n \sim 10^{14}$, что требует магнитных полей ~ 260 кТл. Физически нереально при нынешних технологиях. Но, в случае подтверждения «некомпактного сектора», есть путь реализации данной проблемы.

5.8. Итог

Показано, что классическая неабелева калибровочная теория с некомпактной группой $SO(2,1)$ допускает макроскопическую отрицательную плотность энергии без квантовых эффектов. Эффект возникает из структурного свойства алгебры Ли (некомпактность), реализуется на топологическом дефекте (цилиндр с потоком) и активируется динамическим возмущением (сходящаяся волна с компенсацией поля). Величина — на 4 порядка сильнее эффекта Казимира, параметры — слабее магнитного поля Земли. Механизм — классическое отрицательное давление из некомпактности — потенциально релевантен для тёмной энергии и тёмной материи.

Литература:

- [1] Максимов М.В. «Неабелева калибровочная модель на основе $SO(2,1)$: топологические дефекты и кривизна метрики при нулевой плотности энергии». arXiv:AX-136053. URL: <https://arxivorg.ru/a/AX-136053>
- [2] Рубаков В.А. Классические калибровочные поля. М.: УРСС, 2023. — 320 с.
- [3] Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М.: Мир, 1977. — Т. 1–3.
- [4] Ford L.H., Roman T.A. Quantum field theory constrains traversable wormhole geometries. Phys. Rev. D, 53, 5496 (1996).
- [5] Alcubierre M. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity. Class. Quantum Grav., 11, L73 (1994).