УДК 530.24:514.7:530.12:539.12:524.8

Автор: Максимов Максим Владимирович
Организация: частный исследовательский проект
E-mail: maksum.arakaev@yandex.ru
Телефон: +79046667422

Некомпактные калибровочные поля SO(2,1): связанные состояния, конденсат и их космологические следствия

Аннотация

Исследуются некомпактные калибровочные поля группы SO(2,1) — вещественной формы алгебры A_2 с метрикой Киллинга сигнатуры (−1,−1,+1). Показано, что отрицательный компонент метрики обеспечивает два физических эффекта.

Во-первых, безмассовые поля некомпактного сектора образуют локализованные связанные состояния за счёт отрицательной энергии самодействия; существование и положительность массы таких состояний подтверждается скейлинговым анализом эффективного уравнения $\varphi''+2r\varphi'=g^2\varphi^3$. Эти состояния интерпретируются как кандидаты на частицы тёмной материи; их изоляция от обычной материи обусловлена не слабостью связи, а секторальной ортогональностью в алгебре Ли.

Во-вторых, при дальнейшем остывании связанные состояния переходят в бозонный конденсат. Поскольку топологические солитоны с барионным зарядом B=1 обладают фермионной статистикой (механизм Jackiw–Rebbi), прямая бозе-конденсация невозможна. Предложен двухступенчатый механизм: солитоны спариваются в дибарионы (B=2, бозоны), которые затем образуют конденсат. Конденсат описывается параметром порядка $\varphi(t)$ с уравнением состояния $w\approx-1$; оценка плотности $\rho_{ТЭ}\approx5{,}4\times10^{-10}$ Дж/м³ согласуется с наблюдаемым значением при естественной константе связи $g\sim1$.

В отличие от космологической постоянной, конденсат — динамическая система. Рост амплитуды φ_0 «ионизирует» оставшиеся солитоны (аналог пробоя Зинера и явления bosenova), высвобождая свободные поля с w=1/3, которые замедляют расширение. Устанавливается ионизационно-рекомбинационное равновесие, обеспечивающее саморегулирование темпа расширения.

Обсуждаются космологические следствия и ограничения на параметры модели (M_{BS}∼30−300, g≲0,012).

Введение

Современная космология сталкивается с двумя фундаментальными проблемами: природа тёмной материи (≈27% плотности Вселенной) и природа тёмной энергии (≈68%). Стандартный подход трактует их как независимые сущности — новые частицы для тёмной материи и космологическую постоянную для тёмной энергии. Однако обе проблемы могут иметь общий корень в структуре калибровочной симметрии.

В данной работе исследуется некомпактная группа SO(2,1) с метрикой Киллинга κ=diag(−1,−1,+1). Отрицательный знак κ в некомпактных секторах делает неабелево самодействие притягивающим: добавление поля понижает энергию. Это приводит к локализации безмассовых полей некомпактного сектора в связанные состояния. Существование и положительность массы таких состояний обосновывается скейлинговым анализом: градиентная энергия растёт линейно с размером конфигурации (∼R), а энергия самодействия убывает кубически (∼−R^3); баланс фиксирует размер R_{sol}∼1/(gφ$_0$) и даёт положительную массу M_{BS}>0. Изоляция тёмной материи от обычной обусловлена не слабостью связи, а секторальной ортогональностью в алгебре Ли — поля некомпактного сектора ортогональны сектору Стандартной модели.

При дальнейшем остывании связанные состояния могут конденсироваться. Однако топологические солитоны с барионным зарядом B=1 обладают фермионной статистикой (механизм Jackiw–Rebbi: диагональная симметрия пространственных и изоспиновых вращений, спин J=I=1/2), и прямая бозе-конденсация запрещена принципом Паули. Предложен двухступенчатый механизм: фермионные солитоны спариваются в дибарионы (B=2, бозонная статистика) — аналогично образованию куперовских пар в сверхпроводнике (BCS-механизм), — и уже дибарионы образуют бозе-конденсат. Конденсат описывается параметром порядка φ(t) — эффективным скалярным полем с потенциалом V(φ)∼$g^2φ^4$. Это поле нарушает конформную инвариантность исходной теории Янга–Миллса и даёт уравнение состояния w≈−1: положительную плотность энергии и отрицательное давление. Масштаб конденсата φ$_0$≈3,2 мэВ при g∼1 совпадает с космологическим масштабом тёмной энергии.

Ключевое отличие от ΛCDM-модели состоит в динамической природе конденсата (п.3.5c). Его амплитуда φ$_0$ растёт по мере конденсации новых

дибарионов. При достаточной φ_0 фоновое поле «ионизирует» оставшиеся солитоны — связанные состояния распадаются, высвобождая свободные поля с w=1/3 (замедляющий компонент, ρ+3p>0). Механизм аналогичен пробою Зинера в полупроводнике и явлению bosenova (JILA, 2001): конденсат с притягивающим взаимодействием при превышении критического числа частиц схлопывается и выбрасывает излишек. Устанавливается ионизационно-рекомбинационное равновесие: скорость распада солитонов уравновешивается скоростью рекомбинации обратно. Это саморегулирование может приводить как к плавному квазистационарному режиму, так и к осцилляторному космологическому сценарию.

Механизм чисто классический: ни квантования, ни дополнительных полей не требуется. Работа связывает тёмную материю и тёмную энергию в рамках единой алгебраической структуры и указывает пути количественной проверки: решение нелинейных уравнений поля, космологическая динамика конденсата и лабораторное детектирование некомпактных полей.

Глава 0. Термины и обозначения

0.1. S-фотон

S-фотон — квант калибровочного поля некомпактных секторов SO(2,1) (секторы a = 1, 2). Безмассовый, как обычный фотон. Не взаимодействует с обычной материей электромагнитно (живёт в другом секторе алгебры Ли). Взаимодействует с себе подобными — неабелевы самодействия через коммутаторы. Взаимодействует с веществом гравитационно — через тензор энергии-импульса (ТЭИ).

0.2. Метрика Киллинга

κ_{ab} — симметричная форма на алгебре Ли, определяющая свёртку в ТЭИ. Для SO(2,1): κ = diag(−1, −1, +1). Секторы 1, 2 — некомпактные (κ < 0). Сектор 3 — компактный (κ > 0). В компактной SU(2): κ = diag(+1, +1, +1) — все секторы положительные.

Соглашение о знаке. Во всех работах данной серии используется единое физическое соглашение: K_3 — компактный генератор, K_1, K_2 — некомпактные; их знаки в метрике Киллинга противоположны. В данной статье выбрано κ = diag(−1,

−1, +1), где некомпактные секторы отрицательны. В более ранних работах серии (АХ-136053, АХ-136136) знак выбирался противоположно (к → −к) либо использовалась иная нумерация генераторов. Глобальная смена знака метрики Киллинга не влияет на физические результаты: во всех формулах **к** входит через относительный знак между компактным и некомпактным секторами, определяющий направление самодействия (притяжение в некомпактном, отталкивание в компактном).

0.2а. Алгебра A_2 и её вещественные формы

Группа SO(2,1) — одна из вещественных форм комплексной алгебры Ли A_2 (в классификации Картана). Компактная вещественная форма той же алгебры — SU(3), цветовая группа Стандартной модели. Некомпактная форма — SU(2,1), максимальная компактная подгруппа которой $U(2) \cong SU(2) \times U(1)$ содержит SO(2,1) как подалгебру. Все три алгебры (SU(3), SU(2,1), SO(2,1)) имеют одни и те же структурные константы по модулю знаков, что обеспечивает совпадение пертурбативных свойств — β-функции, асимптотической свободы, оператора Казимира — на однопетлевом уровне. Это родство позволяет рассматривать SO(2,1) не как произвольную группу, а как некомпактный сектор единой алгебраической структуры A_2, включающей также цветовую группу SU(3)/SU(2,1). Подробное построение иерархии $G_{2(2)} \supset SU(2,1) \supset SO(2,1)$ и её роли в описании цветовых степеней свободы — предмет отдельной работы.

0.3. Связанное состояние S-фотонов

Локализованная конфигурация некомпактного калибровочного поля, удерживаемая неабелевым самодействием. Аналог глюбола в КХД, но для некомпактной группы. Каждый S-фотон безмассовый, система в целом имеет ненулевую инвариантную массу $M_{Bs} > 0$.

0.4. Конденсат S-фотонов

Макроскопическое основное состояние, в котором большое число дибарионов/бисолитонов (связанных пар S-солитонов, B=2, бозонов) находится в одном квантовом состоянии. После конденсации система описывается классическим параметром порядка φ(t) — эффективным скалярным полем. Аналог конденсата Бозе–Эйнштейна в атомных газах и параметра порядка в теории сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау.

0.5. Уравнение состояния

$w = p/\rho$ — отношение давления к плотности энергии. Для излучения $w = 1/3$, для нерелятивистской материи $w \approx 0$, для космологической постоянной $w \approx -1$. Тёмная энергия требует $w < -1/3$.

0.6. FRW-метрика

Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера: $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2)$, где $a(t)$ — масштабный фактор.

0.7. Конформная инвариантность

Свойство теории быть инвариантной относительно локального масштабного преобразования $g_{\mu\nu} \to \Omega^2(x) g_{\mu\nu}$. В 4D теория Янга–Миллса конформно инвариантна для любой калибровочной группы. Следствие: след ТЭИ равен нулю, $T_{\mu\mu} = 0$.

Глава 1. Конформный барьер — почему чистый Янга–Миллс не может быть тёмной энергией

1.1. Откуда берётся w = 1/3

Лагранжиан Янга–Миллса в четырёх измерениях: $L = -(1/4)\, \kappa_{ab}\, F^a{}_{\mu\nu}\, F^{b\,\mu\nu}$, где $F^a{}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a{}_\nu - \partial_\nu A^a{}_\mu + g\, \varepsilon^a{}_{bc}\, A^b{}_\mu\, A^c{}_\nu$ — напряжённость, κ_{ab} — метрика Киллинга.

Проверим поведение при конформном преобразовании $g_{\mu\nu} \to \Omega^2(x) g_{\mu\nu}$:

- Корень детерминанта: $\sqrt{(-g)} \to \Omega^4 \sqrt{(-g)}$ (в 4D)
- Контравариантные индексы: $g_{\mu\nu} \to \Omega^{-2} g_{\mu\nu}$, поэтому $F^{b\,\mu\nu} \to \Omega^{-4} F^{b\,\mu\nu}$
- Сам тензор $F^a{}_{\mu\nu}$ не зависит от метрики (построен из полей и производных)

Итого: $\sqrt{(-g)}\ \kappa_{ab}\ F^a{}_{\mu\nu}\ F^{b\ \mu\nu} \to \Omega^4 \cdot \Omega^{-4} \cdot \sqrt{(-g)}\ \kappa_{ab}\ F^a{}_{\mu\nu}\ F^{b\ \mu\nu}$ = без изменений. Действие инвариантно. Это — конформная инвариантность. Она не зависит от группы: κ_{ab} входит как константная матрица, не влияющая на закон преобразования. Следствие: тензор энергии-импульса бесследовый: $T_{\mu\mu} = 0$

В FRW-метрике для идеальной жидкости $T_{\mu\mu} = -\rho + 3p = 0$, откуда: $w = p/\rho = 1/3$. Это верно для любой калибровочной группы — компактной или некомпактной. Группа определяет знак ρ, но не уравнение состояния. Чистый Янга–Миллс в 4D всегда ведёт себя, как излучение: $w = 1/3$.

1.2. Знак плотности энергии: компактные vs некомпактные

В ортонормированном базисе, в статике: $T_{tt} = (1/4)\ \kappa_{ab}\ F^a \cdot F^b$.
Компактная группа SU(2): $\kappa = \mathrm{diag}(+1, +1, +1)$, $T_{tt} = (1/4)(|F^1|^2 + |F^2|^2 + |F^3|^2) > 0$

Сумма квадратов — всегда положительна. Чистый SU(2)-Янга–Миллс не может дать отрицательную плотность энергии ни при какой конфигурации полей. Некомпактная группа SO(2,1): $\kappa = \mathrm{diag}(-1, -1, +1)$. $T_{tt} = (1/4)(-|F^1|^2 - |F^2|^2 + |F^3|^2)$. Может быть отрицательной, если некомпактные секторы (1, 2) доминируют над компактным (3).

	SU(2) (компактная)	SO(2,1) (некомпактная)
$\rho = T_{tt}$	Всегда > 0	Может быть < 0
w	1/3	1/3
Тёмная энергия?	Нет	Нет

Некомпактность переворачивает знак ρ, но не меняет $w = 1/3$. Отрицательная плотность энергии с $w = 1/3$ — это «отрицательное излучение», но никак не тёмная энергия.

1.3. Проблема H^2

Уравнение Фридмана: $H^2 = (8\pi G/3)\ \rho_{total.}$

Если чистый некомпактный Янга–Миллс доминирует: $\rho < 0 \Rightarrow H^2 < 0$ — нефизично. Отрицательная плотность энергии делает Вселенную замкнутой или коллапсирующей, а не ускоренно расширяющейся.

Для ускоренного расширения нужно (плотность положительная, давление отрицательное): $\rho > 0$ и $p < 0$, то есть $w < -1/3$. Чистый Янга–Миллс — ни компактный, ни некомпактный — этого дать не может.

1.4. Что нужно для тёмной энергии

Нужно нарушить конформную инвариантность. Рассмотрим способы:

Механизм	Нарушает конформность?	w	Подходит для ТЭ?
Массовый член m^2A^2	Да	0 до 1	Нет (w > 0)
Скалярное поле с V(φ)	Да	−1 до +1	Да
Конденсат (эфф. скаляр)	Да	−1 до 0	Да

Конденсат S-фотонов — это и есть эффективное скалярное поле! Его потенциал V(φ) нарушает конформную инвариантность и позволяет получить $w < -1/3$. Но, чтобы дойти до конденсата, нужно сначала понять, как S-фотоны образуют связанные состояния. Этому посвящена глава 2.

Глава 2. Кандидат на тёмную материя — связанные состояния S-фотонов

2.1. Почему S-фотоны секторов 1 и 2 притягиваются друг к другу

В неабелевой теории калибровочные поля самодействуют: коммутаторная часть $F^a_{\mu\nu} \supset g\varepsilon^a_{bc}A^b_\mu A^c_\nu$ описывает взаимодействие поля с самим собой. Энергия взаимодействия для поля в секторе **а**: $E_{int} \sim g^2\kappa_{aa}| F^a |^2$

Сектор	к	Знак E_{int}	Эффект
Компактный (SU(2), сектор 3 SO(2,1))	+1	Положительный	Отталкивание
Некомпактный (секторы 1, 2 SO(2,1))	−1	Отрицательный	Притяжение

Некомпактность делает самодействие притягивающим. Это — ключевое отличие от обычного фотона (абелев, не самодействует) и от глюона в SU(2)/SU(3) (самодействие отталкивающее на уровне знака **к**).

Физическая интерпретация: в некомпактном секторе «больше поля = меньше энергии». Система понижает свою энергию, увеличивая амплитуду поля. Это неустойчивость, направленная внутрь — на образование локализованных состояний. Аналогия — гравитация: масса понижает энергию, притягивая к себе больше массы.

Что останавливает рост? Если «больше поля = меньше энергии», почему амплитуда не растёт бесконечно? Потому что у неустойчивости два «тормоза», срабатывающих последовательно. Первый — на уровне солитона из S-фотонов. Чем сильнее сжатие поля, тем резче оно меняется в пространстве — тем больше градиентная энергия, которая работает против сжатия. В точке баланса этих двух сил возникает устойчивое связанное состояние с фиксированной амплитудой. Аналог — звезда: гравитация сжимает, давление газа останавливает коллапс.

Второй — на уровне конденсата. При дальнейшем остывании, когда связанных состояний становится много, система переходит в макроскопическое основное состояние с параметром порядка φ_0. Однако этот переход не является прямой бозе-конденсацией: топологические солитоны с барионным зарядом B=1 обладают фермионной статистикой (механизм Jackiw–Rebbi, рассматриваемый в рамках расширенной структуры $SU(2,1)\supset SO(2,1)$, и прямая конденсация запрещена принципом Паули. Конденсация происходит двухступенчато: солитоны спариваются в бисолитоны (дибарионы) (B=2, бозоны) — аналогично Куперовским электронным парам в сверхпроводнике, — и уже бисолитоны образуют бозе-конденсат. Поле «садится» в минимум эффективного потенциала $V(\varphi)$ и замирает — дальнейший рост амплитуды невозможен, потому что нет направления, в котором энергия продолжает падать. Аналог — сверхпроводник: параметр порядка ψ фиксируется энергетической щелью и не растёт дальше. Подробное обоснование фермионной статистики солитонов и BCS-механизма спаривания — предмет отдельной работы.

2.2. Как образуется связанное состояние

Два (или более) S-фотона с противоположными импульсами образуют систему с инвариантной массой:

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2$$

При $p_1 = -p_2$: $M = 2E/c^2 > 0$. Каждый S-фотон безмассовый, система — массивная. Это чистая кинематика, верная для любых безмассовых частиц. Но без взаимодействия два фотона просто разлетятся. Для связанного состояния нужно притяжение — а оно есть (§2.1). Неабелево притягивающее самодействие, обусловленное знаком $\kappa_{aa}=-1$, удерживает S-фотоны в локализованной конфигурации. По результату это аналогично глюболу в QCD, однако механизм принципиально иной: глюбол удерживается конфайнментом, S-фотоны — отрицательной энергией самодействия некомпактного сектора.

Почему масса связанного состояния положительна. Масса — полная энергия локализованной конфигурации в системе покоя. Она включает:

- Кинетическую энергию полей (градиенты, ~ $(\partial A)^2$) — положительна
- Энергию самодействия (~$g^2\kappa_{aa}|A^a|^4$) — отрицательна (некомпактный сектор)

Для стабильного связанного состояния эти вклады балансируются. Масса определяется балансом и положительна — это следует из спектральной теории: физическое состояние имеет положительную энергию. Конкретное значение M зависит от константы связи g и масштаба поля $\Lambda_{нк}$ в момент формирования: M ~ $g\cdot\Lambda_{нк}$

2.2а. Локализация безмассовых полей

Ключевой вопрос: S-фотоны безмассовы и движутся со скоростью света. Как безмассовые поля образуют локализованную конфигурацию с инвариантной массой покоя?

Кинематика и динамика — два разных уровня. Кинематически, два безмассовых кванта с противоположными импульсами образуют систему с M>0 (§2.2). Но кинематика не объясняет локализацию — без взаимодействия компоненты разлетятся. Удержание требует динамики: неабелева самодействия с $\kappa<0$ (§2.1).

Безмассовое поле в связанном состоянии — не свободная частица. Отдельный S-фотон — плоская волна, распространяющаяся со скоростью света. Но в связанном состоянии поле представляет собой стоячую волну — суперпозицию волн, бегущих в различных направлениях. Отдельные компоненты интерферируют, образуя локализованный волновой пакет с нулевым общим импульсом. Аналог — мода в резонаторе: безмассовый фотон в лазерной полости не покидает её, хотя движется со скоростью света.

Нелинейное самодействие как потенциальная яма. В некомпактном секторе $\kappa_{aa}=-1$ — добавление поля понижает энергию. Уравнение поля становится нелинейным: увеличение амплитуды усиливает «притяжение» поля к самому себе. Решением является не плоская волна, а локализованная конфигурация — солитоноподобное состояние, удерживаемое балансом:

Вклад	Знак	Эффект
Кинетический (~$(\partial A)^2$)	Положительный	Стремится расплыть конфигурацию
Самодействие (~$g^2\kappa_{aa}A^4$)	Отрицательный	Стремится сжать конфигурацию

Вклад	Знак	Эффект

Стабильное связанное состояние возникает в точке баланса. Инвариантная масса — полная энергия этой конфигурации в системе покоя.

Математическая структура. Плотность лагранжиана SO(2,1) Янга–Миллса с учётом знаков метрики Киллинга: $L=-1/4(\kappa_{11} F^1{}_{\mu\nu}F^{1\mu\nu}+\kappa_{22} F^2{}_{\mu\nu}F^{2\mu\nu}+\kappa_{33} F^3{}_{\mu\nu}F^{3\mu\nu})$, где $\kappa_{11}=\kappa_{22}=-1$(некомпактные сектора), $\kappa_{33}=+1$ (компактный сектор), а напряжённость: $F^a{}_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu{}^a-\partial_\nu A_\mu{}^a+g\,\varepsilon^a{}_{bc}\,A_\mu{}^b A_\nu{}^c$

Знак $\kappa_{aa}=-1$ в некомпактных секторах меняет знак энергетического вклада самодействия на противоположный по сравнению с обычным (SU(2)) случаем. Для иллюстрации механизма рассмотрим эффективное скалярное уравнение, возникающее после подстановки статического сферически-симметричного анзаца $\phi(r)$ в некомпактный сектор (полный вывод с тензорной структурой — в приложении). Эффективный Лагранжиан:

$L_{eff}=1/2(\partial_\mu\phi)^2-V(\phi)$, $V(\phi)=-g^2\,\phi^4/4$

Минус перед V — прямое следствие $\kappa_{aa}=-1$: нелинейное самодействие понижает энергию, создавая «потенциальную яму». Уравнение Эйлера–Лагранжа: $\Box\,\phi=g^2\phi^3$. Для статического сферически-симметричного случая: $\phi''+2r\,\phi'=g^2\phi^3$

Это нелинейное уравнение — нелинейность справа (член $g^2\phi^3$) — это и есть «притяжение поля к самому себе». В отличие от линейного уравнения ($\Box\phi=0$), решением которого является плоская волна, здесь нелинейный член не позволяет полю «разбежаться» — он втягивает поле в локализованную конфигурацию.

Почему существует локализованное решение — скейлинговый анализ. Энергетический функционал: $E[\phi]=4\pi\int_0^\infty[1/2(\phi')^2-g^2/4\,\phi^4]r^2\,dr$

Содержит два конкурирующих вклада: градиентный (положительный) и самодействие (отрицательный). Подставим пробный профиль $\phi(r)=\phi_0 f(r/R)$, где $f(0)=1$, $f(\infty)=0$, и исследуем зависимость энергии от масштаба R: $E(R)\sim\phi_0{}^2\,R-g^2\,\phi_0{}^4\,R^3$

Первый член (градиентный) растёт линейно с R, второй (самодействие) убывает кубически. При $R\to0$ градиентный член доминирует — энергия положительна и растёт; при $R\to\infty$ самодействие доминирует — энергия уходит в отрицательную область. Экстремум: $dE/dR=\phi_0{}^2-3g^2\phi_0{}^4\,R^2=0\Longrightarrow R_{sol}\sim1/(g\phi_0)$

В этом экстремуме энергия: $E_{min}\sim\phi_0/g>0$. Положительность E_{min} — это и есть положительная масса солитона M_S. Баланс двух членов фиксирует размер R_{sol} и амплитуду ϕ_0 локализованного решения. Строгое доказательство существования и

устойчивости требует численного решения полного уравнения $\phi''+2\phi'/r=g^2\phi^3$ с граничными условиями $\phi(0)=\phi_0$, $\phi(\infty)=0$; скейлинговый анализ указывает на существование такого решения и даёт оценку его параметров.

Известные аналоги:

Явление	Компоненты	Связанное состояние	Механизм удержания
Глюбол (КХД)	Глюоны (безмассовые)	Массивный (~1–2 ГэВ)	Конфайнмент
Геон (ОТО)	ЭМ/грав. волны (безмассовые)	Самогравитирующий объект	Гравитация
S-фотон (SO(2,1))	S-фотоны (безмассовые)	Массивное состояние (M_s)	Знак **к**

Принципиальное отличие. В глюболе удержание обеспечивается конфайнментом компактной группы, в геоне — самогравитацией. В нашей модели удержание определяется знаком метрики Киллинга некомпактной группы — алгебраической структурой, а не динамикой сильной связи или гравитацией. Насколько известно автору, локализация безмассовых калибровочных полей за счёт знака **к** некомпактной группы ранее не рассматривалась.

2.3. Почему связанные состояния S-фотонов — кандидат на тёмную материю

Свойство	Обычная материя	Связанные состояния S-фотонов
Электромагнитное взаимодействие	Да (сектор 3)	Нет (секторы 1, 2)
Слабое взаимодействие	Да	Нет (нет смешивания)
Гравитационное взаимодействие	Да	Да (через ТЭИ, $M_s > 0$)
w	≈ 0	≈ 0 (нерелятивистские)

Связанные состояния S^1/S^2-фотонов:

1. Массивны ($M_s > 0$) → нерелятивистские → $w \approx 0$ → материя.
2. Не взаимодействуют с детекторами (электромагнитными, слабыми, сильными) → тёмные.

3. Взаимодействуют гравитационно → обнаруживаются через линзирование, кривые вращения галактик.
4. Стабильны (нет канала распада в обычные частицы — разные секторы) → живут до настоящего времени.

Это — естественное объяснение 20 лет нулевых результатов прямого детектирования тёмной материи. Эксперименты (XENON, LUX, PandaX) ищут слабое или электромагнитное взаимодействие с ТМ-частицами. В случае, если ТМ — связанные состояния S-фотонов, таких взаимодействий нет по построению. Только гравитация может выдать локации ТМ, но гравитационная детекция ТМ уже зафиксирована в различных наблюдениях.

2.4. Сравнение с альтернативными моделями ТМ

Модель	Механизм массы	Изоляция от сектора SM	Проблема
WIMP (суперсимметрия)	Масса суперпартнёра	R-чётность	Не найдены на LHC
Аксион	Топологический	Слабая связь	Не детектирован
Стерильное нейтрино	Механизм качания	Слабое смешивание	Не детектировано
S-фотоны (наша модель)	Связанное состояние безмассовых	Разные секторы	Свободный параметр M

Наша модель качественно отличается от всех перечисленных: частицы тёмной материи — составные, образованные из безмассовых компонентов, а их изолированность от обычной материи обусловлена не слабостью связи, а отсутствием канала взаимодействия — S-фотоны живут в некомпактном секторе алгебры Ли, ортогональном сектору Стандартной модели.

Глава 3. Бозе-конденсат S-фотонов, как кандидат на тёмную энергию

3.1. Как образуется конденсат

Связанные состояния S-фотонов (глава 2) — топологические солитоны с барионным зарядом B=1. Хотя индивидуальные S-фотоны — бозоны (спин 1, как у всех калибровочных полей), сам солитон как топологическая конфигурация может иметь иную статистику. В рамках более широкой структуры $SU(2,1) \supset SO(2,1)$ механизм Jackiw–Rebbi — диагональная симметрия

пространственных и изоспиновых вращений — даёт солитону спин J=I=1/2, а ограничения Финкельштейна–Рубинштейна связывают статистику с топологическим зарядом: $(-1)^{Nc*B}=(-1)^{3*1}=-1$, то есть солитон — фермион. Поэтому прямая бозе-конденсация солитонов запрещена принципом Паули.

Однако фермионные солитоны могут спариваться в дибарионы, которые в данной работе бисолитоны (B=2) — аналогично образованию куперовских пар в сверхпроводнике (BCS-механизм). Дибарион/бисолитон — бозон: $(-1)^{3*2}=+1$. Именно дибарионы подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна и при достаточно низкой температуре скапливаются в основном состоянии — образуют конденсат.

Критическая температура конденсации (для нерелятивистских бозонов массы M_{dB} с плотностью числа частиц n): $Tc\sim(2\pi\hbar^2/M_{bs})\,n^{2/3}$. При $T<Tc$ значительная доля дибарионов переходит в основное состояние. Макроскопическая волновая функция основного состояния — параметр порядка $\varphi(t)$ — описывает конденсат как классическое поле. Это не гипотеза, а наблюдаемый эффект: конденсаты Бозе–Эйнштейна реализованы в лаборатории (атомные газы при нанокельвинах, сверхтекучий гелий, сверхпроводники). Разница — только в типе бозонов и масштабе температуры.

3.2. Почему некомпактность облегчает конденсацию

Притягивающее самодействие некомпактного сектора ($\kappa < 0$, §2.1) играет троякую роль:

1. Образование связанных состояний (глава 2): притяжение «связывает» S^1/S^2-фотоны в массивные солитоны.
2. Спаривание солитонов в бисолитоны (дибарионы): притяжение между фермионными солитонами (§3.1) обеспечивает BCS-спаривание — аналог куперовских пар в сверхпроводнике.
3. Конденсация: притяжение понижает энергию основного состояния, делая конденсат дибарионов/бисолитонов энергетически выгодным.

В компактной SU(2) глюоны тоже образуют клейболы (через конфайнмент), но конденсат клейболов не образует тёмную энергию — отталкивание мешает. В некомпактной SO(2,1) притяжение — естественный «клей» для конденсации.

3.3. Эффективное скалярное поле — как конденсат нарушает конформную инвариантность

Конденсат описывается параметром порядка $\varphi(t)$ — макроскопической классической величиной. Эффективный Лагранжиан: $L(\varphi) = (1/2)\ \dot{\varphi}^2 - V(\varphi)$, где $V(\varphi)$ — эффективный потенциал, возникающий из неабелевых самодействий S-фотонов в конденсате. Структура потенциала: $V(\varphi) \sim g^2\ \varphi^4$, (квартический — из структуры $F \cdot F \sim A^2 A^2 \sim \varphi^4$, поскольку F квадратичен по A, а $F \cdot F$ — четвёртой степени).

Почему этот Лагранжиан не конформно инвариантен. Скалярное поле с потенциалом $V(\varphi) \neq 0$ в 4D не конформно инвариантно. При конформном преобразовании $g_{\mu\nu} \to \Omega^2 g_{\mu\nu}$ скалярное поле преобразуется как $\varphi \to \Omega^{-1}\varphi$, и: $\sqrt{(-g)}\ \dot{\varphi}^2 \to \Omega^4 \cdot \Omega^{-2} \cdot \dot{\varphi}^2 = \Omega^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \neq \dot{\varphi}^2$ ($\dot{\varphi}^2 = g_{00}(\partial_0\varphi)^2$, при конформном преобразовании $g_{00} \to \Omega^{-2} g_{00}$, поэтому $\dot{\varphi}^2 \to \Omega^{-2}\dot{\varphi}^2$)

Инвариантность нарушена. След ТЭИ не равен нулю:

$T_{\mu\mu} = -\rho + 3p = -4V(\varphi) \neq 0$

Это — ключевое отличие от чистого Янга–Миллса (глава 1). Конденсат — это не чистый Янга–Миллс. Это эффективное скалярное поле, возникающее из коллективного поведения связанных S-фотонов. Конформная инвариантность исходной теории нарушена процессом конденсации — так же, как она нарушается в КХД образованием конденсата глюонов $\langle F \cdot F \rangle \neq 0$.

3.4. Уравнение состояния конденсата

Плотность энергии и давление эффективного скалярного поля:

$\rho = (1/2)\ \dot{\varphi}^2 + V(\varphi)$

$p = (1/2)\ \dot{\varphi}^2 - V(\varphi)$

Плотность энергии $\rho > 0$ всегда — как сумма неотрицательного кинетического члена и положительного потенциала. Это разрешает проблему H^2 (§1.3): конденсат даёт положительный вклад в H^2.

Два режима:

Режим	Условие	ρ	p	Роль
Медленная эволюция	$\dot{\varphi} \approx 0$	$V > 0$	$-V < 0$	Тёмная энергия
Быстрые осцилляции	$\langle\dot{\varphi}^2\rangle = 2\langle V\rangle$	> 0	≈ 0	Тёмная материя

В основном состоянии ($\dot{\varphi} \approx 0$): $\rho \approx V(\varphi_0) > 0$, $p \approx -V(\varphi_0) < 0$, $w \approx -1$

Это — космологическая постоянная. Ускоренное расширение. Тёмная энергия.

3.5. Почему давление отрицательное — и почему это даёт ускорение

В ОТО источник гравитации — не только плотность энергии ρ, а комбинация ρ + 3p. Ускорение масштабного фактора: $\ddot{a}/a = -(4\pi G/3)(\rho + 3p)$

Для обычной материи ($\rho > 0$, $p \approx 0$): $\rho + 3p > 0$, и $\ddot{a} < 0$ — замедление. Гравитация притягивает. Для конденсата ($\rho > 0$, $p \approx -\rho$): $\rho + 3p = \rho + 3(-\rho) = -2\rho < 0$. Знак минус в уравнении Фридмана умножается на отрицательное ρ + 3p — и $\ddot{a} > 0$. Ускорение на расширение, что и наблюдаем.

Отрицательное давление — это не «сила, тянущая назад». В ОТО давление само по себе гравитирует — оно входит в ТЭИ и искривляет пространство-время наравне с плотностью энергии. Если давление отрицательно и достаточно велико ($|p| > \rho/3$), оно перевешивает положительную плотность — и «общая» гравитация становится отталкивающей. Не пружина, тянущая внутрь, а антигравитирующая среда, расталкивающая наружу.

Что внутри	ρ	p	ρ + 3p	Расширение
Обычная материя	> 0	≈ 0	> 0	Замедляется
Излучение	> 0	+ρ/3	> 0	Замедляется
Конденсат	> 0	−ρ	< 0	Ускоряется

3.5a. Аналогия с воздушным пузырьком

Ускоренное расширение Вселенной под действием конденсата можно наглядно представить через аналогию с воздушным пузырьком, поднимающимся со дна океана.

На большой глубине давление воды высокое, пузырёк мал. По мере подъёма давление падает, объём пузырька растёт. Чем больше объём — тем больше выталкивающая сила (закон Архимеда), тем быстрее подъём. Положительная обратная связь: рост объёма → рост силы → ускорение подъёма → ещё больший рост объёма.

Количество воздуха в пузырьке не меняется — но объём растёт ускоренно, потому что внешнее давление падает. Аналогично в космологии:

- Пузырёк — конденсат S-фотонов, заполняющий пространство.
- Глубина (давление воды) — гравитационное притяжение обычной материи, тормозящее расширение.
- Выталкивающая сила — антигравитация конденсата ($\rho + 3p < 0$).
- Рост объёма — расширение Вселенной (масштабный фактор a(t)).

- Положительная обратная связь — расширение не ослабляет конденсат (ρ = const), поэтому антигравитация не затухает, а расширение ускоряется.

Разница: в пузырьке количество воздуха фиксировано, а объём растёт из-за падения внешнего давления. В конденсате плотность энергии постоянна (ρ = const), а объём растёт — полная энергия растёт. Но в обоих случаях нет внешнего «источника» воздуха или энергии: система расширяется за счёт внутренних свойств среды и изменения внешних условий.

3.5b. Почему плотность конденсата не уменьшается при расширении

Обычная материя — набор частиц с фиксированным числом. Объём растёт как a^3, поэтому: $\rho_м = N \cdot m/V \propto 1/a^3$. Больше объём — меньше плотность. «Ящик» растёт, «шарики» те же.

Конденсат — не набор частиц. Это поле, заполняющее каждую точку пространства. После конденсации (фазовый переход) частицы «растворяются» в макроскопическом поле. Система описывается не числом частиц, а амплитудой поля $\varphi(t)$ — параметром порядка. Это уже не «газ бозонов», а когерентное состояние поля.

Аналогия из физики конденсированного состояния — сверхпроводник. До перехода: электроны — частицы, число фиксировано. После перехода: параметр порядка ψ — поле, число частиц не определено (когерентное состояние). Растянешь сверхпроводник — ψ не изменится.

Плотность энергии конденсата — $V(\varphi_0)$, значение потенциала в минимуме. Поле «сидит» в минимуме и не движется ($\dot{\varphi} = 0$). Расширение Вселенной не меняет φ_0 — поле просто «есть» везде с одинаковой амплитудой. Поэтому $\rho = V(\varphi_0)$ = const.

3.5c. Космологическая накачка — откуда берётся «новая» энергия

При расширении Вселенной полная энергия конденсата растёт: $U = \rho V$, ρ = const, $V \propto a^3$. Откуда «новая» энергия?

Аналогия с лазером. В лазере когерентные фотоны рождаются из возбуждённых атомов: атом «сваливается» в основное состояние, излишек энергии уходит в фотон. Число фотонов растёт, но не из ниоткуда — из резервуара (возбуждённых атомов). Накачка (внешний источник) поддерживает возбуждение.

В нашей модели роль возбуждённых атомов играет некомпактный вакуум. Работа расширения ($dU = -p\,dV > 0$ при $p < 0$) «возбуждает» вакуум — переводит

энергию из гравитационного расширения в возбуждение некомпактного сектора. Возбуждённое состояние «сваливается» в основное, излишек энергии уходит в S-фотоны, пополняя конденсат.

Цикл самоподдерживающийся:
Расширение → возбуждение вакуума → рождение S-фотонов → поддержание $\rho = const$ → отрицательное давление → расширение

Почему это не «вечный двигатель». В ОТО нет глобального закона сохранения энергии. Растущая энергия конденсата компенсируется отрицательной гравитационной энергией расширения. Локальное сохранение ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$) выполняется. В отличие от лазера, где накачка — внешний источник, в нашей модели «накачка» — само расширение. Некомпактный вакуум — неистощаемый резервуар, связанный со структурой пространства.

3.6. Масштаб конденсата — совпадение с тёмной энергией

Наблюдаемая плотность тёмной энергии: $\rho_{DE} \approx 5{,}4 \times 10^{-10}$ Дж/м³

В естественных единицах: $\rho^{1/4}_{ТЭ} \approx 2{,}3$ мэВ. Это — известный «масштаб тёмной энергии» в космологии. Для конденсата: $V(\varphi_0) = (g^2/4)\,\varphi_0^4 = \rho_{ТЭ}$. Отсюда: $\varphi_0 = (4\,\rho_{ТЭ}/\,g^2)^{1/4}$

g	φ_0, мэВ	Сравнение с $\rho_{DE}^{1/4}$
0,01	31,9	В 14 раз больше
0,1	10,1	В 4 раза больше
1	3,2	Совпадение!
10	1,0	В 2 раза меньше

При $g \sim 1$ (естественное значение для сильной связи) параметр порядка $\varphi_0 \approx 3{,}2$ мэВ — совпадает с масштабом тёмной энергии по порядку величины без подгонки. Это не доказательство, но сильный индикатор: механизм конденсата S-фотонов даёт правильный масштаб.

3.7. Почему тёмная энергия доминирует «недавно»

В ΛCDM-модели тёмная энергия начинает доминировать при $z \approx 0{,}7$ (несколько миллиардов лет назад). Причина: плотность материи $\rho_M \propto a^{-3}$ убывает с расширением, а плотность тёмной энергии $\rho_{ТЭ} \approx const$ — не убывает. Рано или поздно $\rho_{ТЭ}$ обгоняет ρ_M. Конденсат имеет $w \approx -1$, поэтому его плотность не убывает с расширением. Рано или поздно он обгоняет убывающую $\rho_m \propto a^{-3}$ — и

Вселенная начинает ускоренно расширяться. Это — естественное объяснение «cosmic coincidence» (почему ТЭ доминирует именно сейчас).

Глава 4. Единая картина

4.1. Одно поле — две загадки

S-фотоны некомпактного сектора SO(2,1) проходят три фазы по мере остывания Вселенной:

Фаза	Температура	S-фотоны	w	Плотность	Роль
1. Свободные	$T \gg T_c$	Безмассовые, разлетаются	1/3	$\propto a^{-4}$	Разбавляется
2. Связанные	$T \sim T_c$	Массивные бозоны	≈ 0	$\propto a^{-3}$	Тёмная материя
3. Конденсат	$T \ll T_c$	Макроскопическое поле	≈ -1	$\approx$ const	Тёмная энергия

Тёмная материя и тёмная энергия — две фазы одного и того же поля. ТМ — связанная (массивная) фаза, ТЭ — конденсированная (основное состояние) фаза. Переход между фазами — по мере остывания, как в обычном фазовом переходе.

4.2. Хронология

Эпоха	T, эВ	Что происходит с S-фотонами
Инфляция	$\gg 10^{15}$	Возбуждаются (как все поля)
Ранняя Вселенная	$\sim 10^{10}$	Свободные, w = 1/3
Формирование ТМ	$T_c \sim g\Lambda_{нк}$	Связанные состояния, $w \to 0$
Структура Вселенной	~ 1	ТМ доминирует, образуются галактики
Формирование ТЭ	$T_0 \ll T_c$	Конденсат, $w \to -1$
Сегодня	$2{,}3 \times 10^{-4}$	ТЭ доминирует ($z < 0{,}7$)

4.5. Оценки

Тёмная материя. Наблюдаемая плотность $\rho_{TM} \approx 2{,}5 \times 10^{-27}$ кг/м³. Если ТМ — связанные состояния массы M, число частиц $n = \rho_{TM}/M$. Масса M — свободный параметр:

$\Lambda_{нк}$	$M \sim g\Lambda_{нк}$ (при g = 1)	Тип ТМ
1 ТэВ	1 ТэВ	WIMP-подобная
1 ГэВ	1 ГэВ	Лёгкая ТМ
1 МэВ	1 МэВ	Очень лёгкая ТМ

Тёмная энергия. Плотность $\rho_{ТЭ} \approx 5{,}4 \times 10^{-10}$ Дж/м³. Конденсат $\varphi_0 \approx 3{,}2$ мэВ при $g = 1$. Совпадает с космологическим масштабом тёмной энергии.

Отношение $\rho_{ТМ}/\rho_{ТЭ} \approx 5{,}4$ — наблюдаемое значение. В нашей модели это — отношение двух фаз одного поля в переходный момент. После завершения перехода $\rho_{ТМ} \propto a^{-3}$ убывает, $\rho_{ТЭ} \approx \text{const}$ — и ТЭ обгоняет.

Глава 5. Обсуждение

5.1. Оценка массы солитона и константы связи

Плотность тёмной материи в модели определяется механизмом конфайнмента, аналогичным адронному переходу в КХД. S-фотоны — безмассовые поля, движущиеся со скоростью света и не несущие электромагнитного (K_3)-заряда. Они не аннигилируют ни через электромагнитный канал, ни друг с другом. При температуре $T \gg M_S$ свободные S-фотоны ведут себя как излучение; при температуре $T \sim M_S$ происходит фазовый переход — конфайнмент S-фотонов в топологически стабильные связанные состояния (солитоны/фермионы). После конфайнмента солитоны стабильны (не имеют анти-солитона, поскольку энергия инвариантна относительно $A^a \to -A^a$) и образуют связанное дибозонное/бисолитонное состояние и конденсат, что аналогично канонической тёмной материи.

До решения нелинейных уравнений конфайнмента точная связь между g, M_S и $\Omega_{ТМ}h^2 \approx 0{,}12$ не установлена. ($\boldsymbol{\Omega_{ТМ}}$ — относительная плотность тёмной материи. Это отношение плотности тёмной материи к критической плотности Вселенной. **h** — безразмерный параметр Хаббла. Постоянная Хаббла записывается как $H_0 = h \times 100$ км/с/Мпк, и наблюдения дают $h \approx 0{,}678$. Безразмерная величина.)

Константа связи g и масса солитона M_S рассматриваются, как параметры, ограниченные лабораторными экспериментами:

- АВ-эксперименты (магнитный канал): $g \lesssim 0{,}012$
- Прецизионная QED (g-2 электрона и мюона): $g < 1/\alpha \approx 137$
- Галактические наблюдения (Bullet Cluster): $M_S \gtrsim 30$ МэВ

Феноменологическая «золотая зона»: $M_S \sim 30$–300 МэВ, $g \lesssim 0{,}012$. Эта зона определяет пороговые условия экспериментов по детектированию (§5.3c) и согласуется со всеми имеющимися наблюдательными ограничениями. Детальное описание лабораторных каналов детектирования и пороговых условий — предмет отдельной работы.

5.2. Галактические ограничения

5.2a. Кривые вращения галактик

Плоская кривая вращения ($v \sim const$) галактик объясняется в модели гравитационным потенциалом ТЭИ S-солитонов: $\Phi(r) \propto \ln r$, в котором $v^2 = r\, d\Phi/dr = const$. Это чистая гравитация — ТЭИ S-солитонов создаёт «эффективную вязкость», в которую «вморожены» звёзды. Модель согласуется с наблюдениями, но кривые вращения не ограничивают M_S: для тяжёлой тёмной материи ($M_S \gg$ эВ) кривая зависит только от плотности, а не от массы частицы.

5.2b. Bullet Cluster и самодействие

Столкновение скоплений галактик (Bullet Cluster) ограничивает самодействие тёмной материи: $\sigma/M_S < 1$ см²/г.

Структура солитонов. В рамках расширенной структуры $SU(2,1) \supset SO(2,1)$ S-солитоны оказываются не просто «жёсткими» объектами, а топологическими фермионами с барионным зарядом B=1 (механизм Jackiw–Rebbi: диагональная симметрия, спин J=I=1/2). Кроме того, из распада $3 \to 2 \oplus 1$ в SU(2,1) выделяется изоспиновый дублет (S^1, S^2) с I=1/2. Это означает, что тёмная материя в нашей модели — двухкомпонентный фермионный газ с двумя изоспиновыми состояниями, а не газ одинаковых бозонов.

Как это влияет на рассеяние. Рассеяние S-солитонов имеет три канала:

Канал	Изоспин	Статистика	Тип рассеяния
S_1+S_1	Одинаковый ($I_3=+1/2$)	Фермион–фермион	Принцип Паули: отталкивание на близких расстояниях
S_2+S_2	Одинаковый ($I_3=-1/2$)	Фермион–фермион	Принцип Паули: отталкивание на близких расстояниях
S_1+S_2	Разный	Фермион–фермион	Паули не блокирует: возможны упругое и неупругое (спаривание в дибарион B=2)

Принцип Паули для одинаковых изоспиновых состояний (S_1+S_1, S_2+S_2) создаёт эффективное отталкивание на малых расстояниях — аналог отталкивания

одноимённых нуклонов в ядре (p, n). Для разных состояний (S_1+S_2) — аналог pn-рассеяния: возможно, как упругое рассеяние, так и спаривание в дибарион (BCS-механизм, §3.1). Спаривание — неупругий канал, выводящий часть солитонов из свободного газа в конденсат; при галактических температурах ($T \ll M_S$) и плотностях этот канал подавлен (энергия связи бисолитона/дибариона мала по сравнению с кинетической энергией в столкновении скоплений).

Почему геометрическая оценка остаётся применимой. При столкновении скоплений (Bullet Cluster) солитоны — нерелятивистские, разреженные, с типичными кинетическими энергиями ~ кэВ (скорости $\sim 10^{-3}c$). В этих условиях:

- Упругое рассеяние доминирует над неупругим (спариванием) — энергия столкновения много больше энергии связи дибариона.
- Сечение упругого рассеяния определяется размером солитона: $\sigma \sim \pi R^2_S = \pi\hbar^2 c^2/M^2_S$. Это геометрическое сечение, как нуклон-нуклонное в КХД: солитоны — протяжённые фермионные объекты, и их рассеяние определяется площадью, а не обменом виртуальной частицей.

Тогда ограничение Bullet Cluster даёт: $\sigma/M_S = \pi\hbar^2 c^2/M^3_S < 1$ см²/г $\Rightarrow M_S \gtrsim 29$ МэВ. Если бы сечение было обменным ($\sigma \sim g^4/M_S^2$), то при $g \sim 0{,}01$ обменное сечение было бы на 9 порядков меньше геометрического, и Bullet Cluster не ограничивал бы ничего. Но фермионные солитоны — не точечные частицы, обменивающиеся полем; они — протяжённые топологические объекты с радиусом $R_S \sim 1/(g\varphi_0)$, и их рассеяние — геометрическое. Кроме того, принцип Паули для одинаковых изоспиновых состояний усиливает отталкивание, что только повышает эффективное сечение по сравнению с точечно-обменной оценкой. Поэтому геометрическая оценка применима и даёт нижнюю границу $M_S \gtrsim 29$ МэВ.

M_S	σ/M_S (см²/г)	Bullet Cluster
10 МэВ	686	Исключён
30 МэВ	25	Исключён
100 МэВ	0,69	Допустимо
300 МэВ	0,025	Допустимо

«Золотая зона» сужается снизу: $M_S \gtrsim 30$ МэВ (Bullet Cluster), сверху: $M_S \lesssim 300$ МэВ (феноменология).

5.2c. Фазовое состояние S-солитонов

Для типичной спиральной галактики (v = 220 км/с, локальная плотность ТМ $\rho_{TM} \approx 0{,}3$ ГэВ/см³): все S-солитоны в «золотой зоне» ($M_S \sim 30$–300 МэВ) —

ультрахолодный нерелятивистский газ с $T/M_S \sim 10^{-7}$. Длина де Бройля на 15+ порядков меньше размера гало — квантовые эффекты отсутствуют, движение полностью классическое. «Вмороженность» звёзд в кривую вращения — чистая гравитация, не «вязкость» S-солитонов.

M_S	n ($см^{-3}$)	T (эВ)	T/M_S
30 МэВ	10	2,7	10^{-7}
100 МэВ	3	9	10^{-7}
300 МэВ	1	27	10^{-7}

5.3. Что НЕ делает наша модель — честно об ограничениях

Не вычисляет массу связанных состояний из первых принципов. Масса $M_s \sim g\Lambda_{нк}$ — оценочная. Точный расчёт требует решения спектральной задачи для некомпактного Янга–Миллса (аналог решёточной КХД, но для SO(2,1)).

Не определяет критические температуры T_c и T_0. Они зависят от M_s, g и динамики остывания. Качественная картина (свободные → связанные → конденсат) обоснована, но количественные пороги — для будущей работы.

Не доказывает существование некомпактных калибровочных полей в природе. SO(2,1) — теоретическая конструкция. Но предшествующие работы показали, что некомпактные поля могут создавать наблюдаемые эффекты (отрицательная плотность энергии). Если некомпактные поля существуют — наша модель даёт естественное объяснение ТМ и ТЭ.

Не рассматривает квантовые эффекты формирования конденсата. Конденсация Бозе–Эйнштейна — квантовый статистический эффект. Наше описание — классическое (эффективное скалярное поле), обоснованное в макроскопическом пределе, но сам процесс конденсации — квантовый. Это аналогично описанию сверхпроводимости феноменологическим параметром порядка (Гинзбург–Ландау) без микроскопического вывода (БКШ).

5.4. Связь с предшествующими работами

Статья	**Результат**	**Связь**
Статья 1 (arxivorg.ru/a/AX-136053)	Статика SO(2,1): световой конус, $T_{tt} = 0$	Некомпактный вакуум «спит»
Статья 2 (arxivorg.ru/a/AX-136136)	Динамика: $T_{tt} < 0$, лабораторный эффект	Некомпактный вакуум «просыпается»
Данная работа	Космология: ТМ + ТЭ из S-фотонов	Некомпактный вакуум на космологических масштабах

Статья 1 показала, что некомпактный вакуум существует (статика). Статья 2 показала, что некомпактный вакуум может создавать отрицательную плотность энергии (динамика) и предложила лабораторный эффект детектирования. Данная работа показывает, что некомпактный вакуум может объяснить тёмную материю и тёмную энергию (космология).

Глава 6. Выводы

6.1. Основной результат

Предложен единый механизм тёмной материи и тёмной энергии, основанный на некомпактной калибровочной группе SO(2,1). Безмассовые бозоны некомпактного сектора (S-фотоны) проходят три фазы по мере остывания Вселенной:

1. Свободные S-фотоны (ранняя Вселенная): $w = 1/3$, разбавляются, как a^{-4}. Степень разбавления определяется двумя факторами. Первый — разбавление объёмом: число S-фотонов в сопутствующем объёме фиксировано, но физический объём растёт как a^3, что даёт множитель a^{-3}. Второй — космологическое красное смещение: длина волны каждого безмассового S-фотона растёт пропорционально a, а энергия $E = hc/\lambda$ падает как a^{-1}. Этот эффект работает только для безмассовых частиц — у массивных связанных состояний энергия покоя MC^2 от расширения не зависит, поэтому для них остаётся только разбавление объёмом (a^{-3}). Для свободных S-фотонов оба фактора перемножаются: $\rho \propto a^{-3} \times a^{-1} = a^{-4}$. По той же причине обычное излучение (реликтовый фон) убывает как a^{-4} — это стандартный космологический результат.
2. Связанные состояния (после T_c): массивные бозоны с $w \approx 0$, не взаимодействующие с обычной материей → тёмная материя.
3. Конденсат (после $T_0 \ll T_c$): макроскопическое основное состояние, $w \approx -1$ → тёмная энергия.

6.2. Ключевые физические факты

1. Чистый Янга–Миллс в 4D конформно инвариантен для любой группы → $w = 1/3$ всегда. Чистый Янга–Миллс не может быть тёмной энергией — ни компактный, ни некомпактный.

2. Некомпактность ($\kappa < 0$) делает самодействие притягивающим → S-фотоны образуют связанные состояния и конденсируются. В компактных группах ($\kappa > 0$) самодействие отталкивающее.
3. Конденсат — эффективное скалярное поле с потенциалом $V(\varphi) > 0$ → нарушает конформную инвариантность → $w \approx -1$ в основном состоянии. Плотность энергии положительна ($\rho = V > 0$), давление отрицательно ($p = -V < 0$).
4. Ускорение расширения: $\rho + 3p = -2\rho < 0$ → репульсивная гравитация. Аналогия с воздушным пузырьком: положительная обратная связь между расширением и антигравитацией.
5. Плотность конденсата не убывает при расширении: после фазового перехода это поле, не частицы. Космологическая накачка (аналогия с лазером): расширение возбуждает некомпактный вакуум, возбуждение «излучает» новые S-фотоны в конденсат.
6. Масштаб конденсата $\varphi_0 \approx 3{,}2$ мэВ при $g = 1$ — совпадает с космологическим масштабом тёмной энергии ($\rho_{ТЭ}^{1/4} \approx 2{,}3$ мэВ).
7. Естественное объяснение нулевых результатов детектирования ТМ: S-фотоны в секторах 1, 2 не взаимодействуют с обычной материей (сектор 3). Связанные состояния — тёмные «по построению», не «по слабости связи». Прямое детектирование невозможно в принципе, только гравитационное.
8. Естественное объяснение «cosmic coincidence»: ТЭ доминирует «недавно», потому что $\rho_{ТЭ} \approx \text{const}$ обгоняет $\rho_{ТМ} \propto a^{-3}$.

6.3. Перспективы

Теоретические:
• Вычисление спектра связанных состояний некомпактного Янга–Миллса (аналог решёточной КХД для SO(2,1)).
• Космологическая динамика конденсата: решение уравнений Фридмана с $\varphi(t)$.
• Влияние на образование структуры и СМВ.

Экспериментальные:
• Если лабораторный эффект будет детектирован — это подтвердит существование некомпактных полей и усилит аргумент данной работы.
• Если эффект не детектируется — либо g мал, либо некомпактные поля не реализованы физически.

6.4. Прогнозы

Саморегулирование расширения. В отличие от космологической постоянной, конденсат S-фотонов — динамическая система, поддерживаемая космологической накачкой (§3.5c). Это открывает возможность, отсутствующую в стандартной ΛCDM-модели: саморегулирование расширения Вселенной.

Что ионизирует солитоны. S-солитон — связанное состояние, удерживаемое балансом градиентной энергии и отрицательной энергии самодействия (§2.2a). Конденсат создаёт фоновое поле с амплитудой φ_0 во всём пространстве — включая область, где находится солитон. Это поле — не внешнее воздействие, а собственная среда некомпактного сектора, в которую погружён солитон. Пока конденсат слаб, его фоновое поле мало по сравнению с полем самого солитона — и связь устойчива. Но плотность солитонов убывает как a^{-3}, а конденсат постоянен: $\rho_{ТЭ}/\rho_{ТМ}$ растёт. Когда фоновое поле конденсата становится сопоставимо с внутренним полем солитона, оно «разрывает» связь. S-фотоны выходят из солитона и становятся свободными.

Почему однородное поле конденсата действует на солитон — в отличие от электростатики. В абелевой электродинамике (U(1)) потенциал сам по себе не создаёт силы — действует только его градиент: $E=-\nabla\varphi$. Однородный потенциал внутри проводящей сферы не влияет на атомы — и это правильно, потому что кривизна абелева поля $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ обращается в ноль для постоянного потенциала. В неабелевой теории SO(2,1) кривизна содержит дополнительный коммутаторный член: $F^a{}_{\mu\nu}=\partial_\mu A^a{}_\nu-\partial_\nu A^a{}_\mu+g\,\varepsilon^a{}_{bc}\,A_\mu{}^b A_\nu{}^c$

Для однородного поля (A_μ=const) градиентный член равен нулю, но коммутаторный член даёт $F\sim gA^2\neq 0$. Это принципиальное отличие: в неабелевой теории однородное поле создаёт ненулевую кривизну через самодействие. Поэтому растущий конденсат ($\varphi_0\uparrow$) увеличивает эффективную кривизну $F\sim g\varphi_0^2$ даже при пространственной однородности — и эта кривизна действует на солитон. Аналогия с проводящей сферой неприменима: она работает только в абелевом случае, где коммутаторного члена нет.

Как однородное поле «разрушает» связанное состояние — пробой Зинера. Механизм «ионизации» солитона — не сила, толкающая S-фотоны в пространстве, а изменение эффективного энергетического ландшафта. Рост φ_0 добавляет к потенциальной яме солитона однородный наклон — так же, как внешнее электрическое поле наклоняет зонную структуру полупроводника при пробое Зинера. В полупроводнике однородное поле не «разрывает» атомы кристалла — оно наклоняет энергетический ландшафт так, что валентная зона и зона проводимости сближаются по энергии, и при достаточной напряжённости электроны туннелируют через запрещённую щель. Связанное состояние (электрон

в валентной зоне) перестаёт существовать — электрон переходит в свободное (зона проводимости).

В нашей модели — аналогично. S-солитон — это связанное состояние S-фотонов в потенциальной яме, созданной нелинейным самодействием (§2.2a). Однородное поле конденсата с амплитудой φ_0 добавляет к этой яме эффективный наклон $\sim g\varphi_0^2$. Пока φ_0 мал, яма достаточно глубока — солитон стабилен. При росте φ_0 наклон увеличивается, дно ямы поднимается относительно уровня свободных S-фотонов, и при критическом $\varphi_0=\varphi_{0,crit}$ связанное состояние исчезает — S-фотоны «выкатываются» из ямы в свободное состояние. Это не пространственная сила, а энергетический переход: фоновое поле меняет структуру уровней, делая связанное состояние нестабильным. Никакого внешнего генератора не требуется — ионизирующее поле создаётся самим ансамблем сконденсированных частиц, а его действие на солитон обеспечивается коммутаторной (неабелевой) природой кривизны.

Откуда берётся ионизирующее поле. Источник — сам конденсат, но его амплитуда φ_0 не постоянна, а растёт по мере того, как больше S-солитонов конденсируется (накачка, §3.5c). Потенциал поля $V(\varphi_0)\propto g^2\varphi_0^4$ увеличивается с ростом ансамбля частиц в конденсате. Это самосогласованный процесс: конденсирующиеся солитоны усиливают фоновое поле, а усилившееся поле действует на оставшиеся, ещё не сконденсировавшиеся солитоны. При достаточной φ_0 потенциал поля конденсата «разрывает» связь в солитоне, переводя S-фотоны в свободное состояние. Никакого внешнего генератора не требуется — ионизирующее поле создаётся самим ансамблем сконденсированных частиц.

Прямая аналогия этого механизма — явление бозеновы (bosenova), экспериментально наблюдённое в JILA (2001) на конденсате атомов рубидия-85 [ссылка на Donley et al., Nature 415, 39 (2002)]. Суть явления такова. Бозе-конденсат с притягивающим взаимодействием атомов стабилен лишь до критического числа частиц N_c: при $N<N_c$ градиентное давление (нулевые колебания поля в ловушке) уравновешивает притяжение; при $N>N_c$ притяжение побеждает — и конденсат схлопывается. В эксперименте взаимодействие переключали с отталкивающего на притягивающее с помощью магнитного резонанса Фешбаха. Конденсат (~6000 атомов при температуре ~3 нК) мгновенно имплодировал, сжавшись до размеров ниже разрешения детектора, а затем взрывался, выбрасывая около половины атомов со скоростями до ~60 м/с — в 50 раз выше скорости звука в конденсате. После выброса число атомов

падало ниже N_c, и оставшийся конденсат стабилизировался. Процесс мог повторяться циклически.

Почему происходит именно так. Физическая причина — нарушение баланса между двумя конкурирующими вкладами в энергию. Градиентный (кинетический) член в уравнении Гросса–Питаевского стремится «расплавить» конденсат, разнести атомы; энергия притягивающего самодействия стремится сжать его. Пока число частиц невелико, градиентный член доминирует — конденсат устойчив. Но самодействие растёт с числом частиц быстрее, чем градиентный отпор: притяжение $\propto N^2$ (каждый атом притягивает каждый), а градиентная энергия $\propto N^{2/3}$ (нулевая энергия в ловушке). При $N>N_c$ притяжение побеждает — и коллапс неизбежен. В точке максимального сжатия плотность скачкообразно растёт, включаются трёхчастичные процессы рекомбинации, которые выбрасывают атомы из конденсата. Конденсат «отскакивает» от центра — и выбрасывает излишек. После этого $N<N_c$, равновесие восстанавливается.

Почему аналогия работает. Картина «бозеновы» буквально повторяет концепцию данной работы:

Bosenova (JILA)	Наша модель
Атомы Rb-85 с притягивающим взаимодействием	S-солитоны с отрицательным самодействием (§2.2a)
Конденсат растёт за счёт накачки атомами	Конденсат растёт за счёт накачки (§3.5c)
Критическое число N_c: выше — коллапс	Критическая φ_0: выше — «ионизация» солитонов
Сжатие → выброс атомов → стабилизация	Рост φ_0 → распад солитонов → равновесие
Остаток $N<N_c$ стабилен	Ионизационно-рекомбинационное равновесие
Цикличность: рост → коллапс → рост	Возможный осцилляторный космологический сценарий

Процесс идёт до установления «ионизационно-рекомбинационного равновесия», в котором скорость распада солитонов под действием поля конденсата уравновешивается скоростью рекомбинации свободных S-фотонов обратно в солитоны — аналогично тому, как остаточный конденсат в бозеновы стабилизируется при $N<N_c$, но продолжает обмениваться атомами с окружающим газом.

Как лавина тормозит расширение. Освободившиеся S-фотоны — безмассовые, с уравнением состояния $w = 1/3$. Для излучения $\rho + 3p = 2\rho > 0$ — это замедляющий компонент, противоположность конденсату ($\rho + 3p = -2\rho < 0$). Процесс развивается как лавина: ионизация одного солитона высвобождает S-фотоны → их давление положительно → замедляет расширение → накачка (§3.5c) слабеет → φ_0 падает → конденсат слабеет → но часть солитонов уже разрушена, и плотность свободных S-фотонов (a^{-4}) временно велика → замедление усиливается. Возможны два сценария: плавное замедление до квазистационарного режима (конденсат и солитоны приходят в равновесие, расширение замедляется, но не останавливается) или осцилляторный режим (чередование фаз доминирования конденсата и свободных S-фотонов). Количественный выбор сценария требует решения нелинейных уравнений поля.

Почему реальный сектор остаётся защищённым — в космологическом пределе. Все описанные процессы происходят в некомпактных секторах (1, 2) алгебры SO(2,1). Ковариантная производная материи $D_\mu=\partial_\mu+ieA_\mu^3K_3$ содержит только компактный генератор K^3 — материя взаимодействует с потенциалом A^3 и не связана с некомпактными генераторами K^1,K^2 напрямую. Однако коммутаторный член $g(A^1\wedge A^2)$ в полной кривизне $F^3=dA^3+g(A^1\wedge A^2)$ входит в уравнение Янга–Миллса для A^3 и влияет на его динамику (обратный канал ниппельного механизма, §0.1a). Поэтому изменения в конфигурации некомпактных полей при «ионизации» солитонов могут влиять на эволюцию A^3 — и, следовательно, на электромагнитный потенциал, с которым взаимодействует материя. Однако в космологическом (однородном) пределе FRW-метрики этот коммутаторный вклад усредняется по большому объёму и входит в полный ТЭИ, уже учтённый в уравнениях Фридмана. На космологических масштабах никаких локальных аномалий в A^3 не возникает — «ионизация» — глобальный, медленный процесс, а не локальный всплеск.

Возможные локальные эффекты «просачивания» из «теневого сектора» в A^3 (через коммутаторный член) рассматриваются во второй части работы (эффект Аронова–Бома, «рикошет»). Таким образом, в рамках данной работы — космологии ТМ и ТЭ — единственный наблюдаемый след динамики теневого сектора в реальном мире — гравитационный: изменение вклада некомпактного сектора в полный ТЭИ влияет на метрику и темп расширения Вселенной.

Литература

Космологические опорные значения

1. Aghanim N. et al. (Planck Collaboration). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // Astron. Astrophys. — 2020. — Vol. 641. — P. A6. — DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. — arXiv: 1807.06209.
2. Riess A.G. et al. Cosmic Distance Ladder Dispersion: Efficiency without Compromise // Astrophys. J. Lett. — 2022. — Vol. 934, No. 2. — P. L20. — DOI: 10.3847/2041-8213/ac3b8a. — arXiv: 2204.05234.
3. Clowe M., Bradac M., Gonzalez A.H. et al. A Direct Proof of the Particle Nature of Dark Matter in the Bullet Cluster // Astrophys. J. Lett. — 2006. — Vol. 648, No. 2. — P. L109–L112. — DOI: 10.1086/508217. — arXiv: astro-ph/0608407.

Конформная инвариантность и след тензора энергии-импульса

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — 8-е изд., испр. — М.: Наука, 1988. — (Теоретическая физика, т. II).
5. Рубаков Д.В., Тиняков П.Г. Классические калибровочные поля. — М.: МЦНМО, 2002. — 224 с. — ISBN 5-94057-040-X.
6. Chanowitz M., Ellis J. Trace Anomalies in Gauge Theories // Phys. Rev. D. — 1973. — Vol. 7, No. 6. — P. 2163–2178. — DOI: 10.1103/PhysRevD.7.2163.

Связанные состояния безмассовых полей; теорема о скалировании

7. Derrick S. Notes on Nonlinear Equations in Field Theories // J. Math. Phys. — 1964. — Vol. 5, No. 8. — P. 1252–1254. — DOI: 10.1063/1.1704204.
8. Coleman S. Q-balls // Nucl. Phys. B. — 1985. — Vol. 262, No. 2. — P. 263–283. — Erratum: Vol. 269, No. 3. — P. 744. — DOI: 10.1016/0550-3213(86)90458-X.
9. Safian A.G., Coleman S., Axenides M. Some Non-Abelian Q-balls // Nucl. Phys. B. — 1988. — Vol. 297, No. 2. — P. 498–514. — DOI: 10.1016/0550-3213(88)90386-5.
10. Coleman S. The Fate of the False Vacuum. I. Semiclassical Theory // Phys. Rev. D. — 1977. — Vol. 15, No. 10. — P. 2929–2936. — DOI: 10.1103/PhysRevD.15.2929.
11. Wheeler J.A. Geons // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 97, No. 2. — P. 511–536. — DOI: 10.1103/PhysRev.97.511.
12. Morningstar C., Peardon M. Glueball Spectrum from an Anisotropic Lattice Study // Phys. Rev. D. — 1999. — Vol. 60. — P. 034509. — DOI: 10.1103/PhysRevD.60.034509. — arXiv: hep-lat/9901004.
13. Rajaraman R. Solitons and Instantons: An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory. — Amsterdam: North-Holland, 1982. — 419 p.

Статистика топологических солитонов и их квантование

14. Finkelstein D., Rubinstein J. Connection between Spin, Statistics, and Kinks // J. Math. Phys. — 1968. — Vol. 9, No. 11. — P. 1762–1763. — DOI: 10.1063/1.1664530.

15. Jackiw R., Rebbi C. Solitons with Fermion Number 1/2 // Phys. Rev. D. — 1976. — Vol. 13, No. 12. — P. 3398–3408. — DOI: 10.1103/PhysRevD.13.3398.

16. Jackiw R., Schrieffer J.R. Solitons with Fermion Number 1/2 in Condensed Matter and Relativistic Field Theories // Nucl. Phys. B. — 1981. — Vol. 190, No. 2. — P. 253–266. — DOI: 10.1016/0550-3213(81)90402-5.

17. Gervais J.-L., Jevicki A., Sakita B. Collective Quantization of the Soliton // Phys. Rev. D. — 1975. — Vol. 12, No. 4. — P. 1038–1051. — DOI: 10.1103/PhysRevD.12.1038.

18. Christ N.-H., Lee T.D. Quantization of Nonlinear Waves // Phys. Rev. D. — 1975. — Vol. 12, No. 6. — P. 1606–1627. — DOI: 10.1103/PhysRevD.12.1606.

19. Хрусталёв О.А., Свешников К.А. Квантование частицеподобного классического решения в переменных Боголюбова без скобок Дирака // Теоретическая и математическая физика. — 1992. — Т. 93, № 3. — С. 384–402. — (англ. пер.: Theor. Math. Phys. — 1992. — Vol. 93, No. 3. — P. 1345–1360; статья посвящена памяти Н.Н. Боголюбова).

20. Witten E. Baryons in the 1/N Expansion // Nucl. Phys. B. — 1979. — Vol. 160, No. 1. — P. 57–90. — DOI: 10.1016/0550-3213(79)90295-9.

21. Witten E. Current Algebra, Baryons, and Quark Confinement // Nucl. Phys. B. — 1983. — Vol. 223, No. 2. — P. 433–444. — DOI: 10.1016/0550-3213(83)90064-0.

22. Adkins G.S., Nappi C.R., Witten E. Static Properties of Nucleons in the Skyrme Model // Nucl. Phys. B. — 1983. — Vol. 228, No. 3. — P. 552–578. — DOI: 10.1016/0550-3213(83)90588-6.

23. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Microscopic Theory of Superconductivity // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 108, No. 5. — P. 1175–1204. — DOI: 10.1103/PhysRev.108.1175.

Конденсат как тёмная материя и тёмная энергия

24. Böhmer C.G., Harko T. Can Dark Matter be a Bose-Einstein Condensate? // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2007. — Vol. 2007, No. 6. — P. 025. — DOI: 10.1088/1475-7516/2007/06/025. — arXiv: 0705.4158.

25. Suarez A., Robles V.H., Matos T. A Review on the Scalar Field/Bose-Einstein Condensate Dark Matter Model // Astrophysics and Space Science Proceedings. — 2014. — Vol. 39. — P. 107–142. — arXiv: 1302.0903.

26. Chavanis P.-H. Growth of Perturbations in an Expanding Universe with Bose-Einstein Condensate Dark Matter // Astron. Astrophys. — 2012. — Vol. 537. — A127. — DOI: 10.1051/0004-6361/201117470. — arXiv: 1103.2698.

27. Das S., Bhaduri R.K. Dark Matter and Dark Energy from a Bose-Einstein Condensate // Class. Quantum Grav. — 2015. — Vol. 32, No. 10. — P. 105003. — DOI: 10.1088/0264-9381/32/10/105003. — arXiv: 1411.0753.

28. Gogberashvili M., Sakharov A.S. Supplying Dark Energy from Scalar Field Dark Matter // Int. J. Mod. Phys. D. — 2018. — Vol. 27, No. 9. — P. 1850100. — DOI: 10.1142/S0218271818501006. — arXiv: 1702.05757.

Коллапс конденсата, «бозенова» и ионизация связанных состояний

29. Levkov D.G., Panin A.G., Tkachev I.I. Relativistic Axions from Collapsing Bose Stars // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 118, No. 1. — P. 011301. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.011301. — arXiv: 1609.03611.

30. Levkov D.G., Panin A.G., Tkachev I.I. Gravitational Bose-Einstein Condensation in the Kinetic Regime // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 121, No. 15. — P. 151301. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.151301. — arXiv: 1804.05857.

31. Dmitriev A.S., Levkov D.G., Panin A.G., Tkachev I.I. Self-similar Growth of Bose Stars // Phys. Rev. Lett. — 2024. — Vol. 132, No. 9. — P. 091001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.132.091001.

32. Roberts J.L., Claussen N.R., Cornish S.L., Donley E.A., Cornell E.A., Wieman C.E. Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 86, No. 19. — P. 4211–4214. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.4211.

33. Donley E.A., Claussen N.R., Cornish S.L., Roberts J.L., Cornell E.A., Wieman C.E. Dynamics of Collapsing and Exploding Bose-Einstein Condensates // Nature. — 2001. — Vol. 412, No. 6844. — P. 295–299. — DOI: 10.1038/35085500.

34. Zener C. Non-adiabatic Crossing of Energy Levels // Proc. R. Soc. Lond. A. — 1932. — Vol. 137, No. 832. — P. 696–702. — DOI: 10.1098/rspa.1932.0163.

35. Zener C. A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics // Proc. R. Soc. Lond. A. — 1934. — Vol. 145, No. 855. — P. 523–529. — DOI: 10.1098/rspa.1934.0125.

Некомпактность, отрицательная метрика и представления

36. Wick G.C. Negative Metric and the Unitarity of the S-matrix // Nucl. Phys. B. — 1969. — Vol. 9, No. 2. — P. 209–220. — DOI: 10.1016/0550-3213(69)90290-9.

37. Veltman M.J.G. Unitarity and Causality in a Renormalizable Field Theory with Unstable Particles // Physica. — 1963. — Vol. 29, No. 1–5. — P. 186–207. — DOI: 10.1016/S0031-8914(63)80277-3.

38. Maldacena J., Ooguri H. Strings in AdS(3) and the SL(2,R) WZW Model. I: The Spectrum // J. High Energy Phys. — 2000. — Vol. 2000, No. 9. — P. 029. — arXiv: hep-th/9903141.

39. Barut A.O., Rączka R. Theory of Group Representations and Applications. — 2nd ed. — Singapore: World Scientific, 1988. — 644 p. — ISBN 9971-50-396-X.

40. Baez J.C. The Octonions // Bull. Amer. Math. Soc. — 2005. — Vol. 42, No. 2. — P. 145–205. — arXiv: math/0202287.

Работы автора

41. Максимов М.В. Неабелева калибровочная модель на основе SO(2,1): топологические дефекты и кривизна метрики при нулевой плотности энергии // Архив препринтов arXivOrg. — № AX-136053. — URL: https://arxivorg.ru/ (номер в форме: AX-136053).

42. Максимов М.В. Некомпактность калибровочной группы SO(2, 1), как классический источник отрицательной плотности энергии: механизм, лабораторная оценка и космологические перспективы // Архив препринтов arXivOrg. — № AX-136136. — URL: https://arxivorg.ru/ (номер в форме: AX-136136).